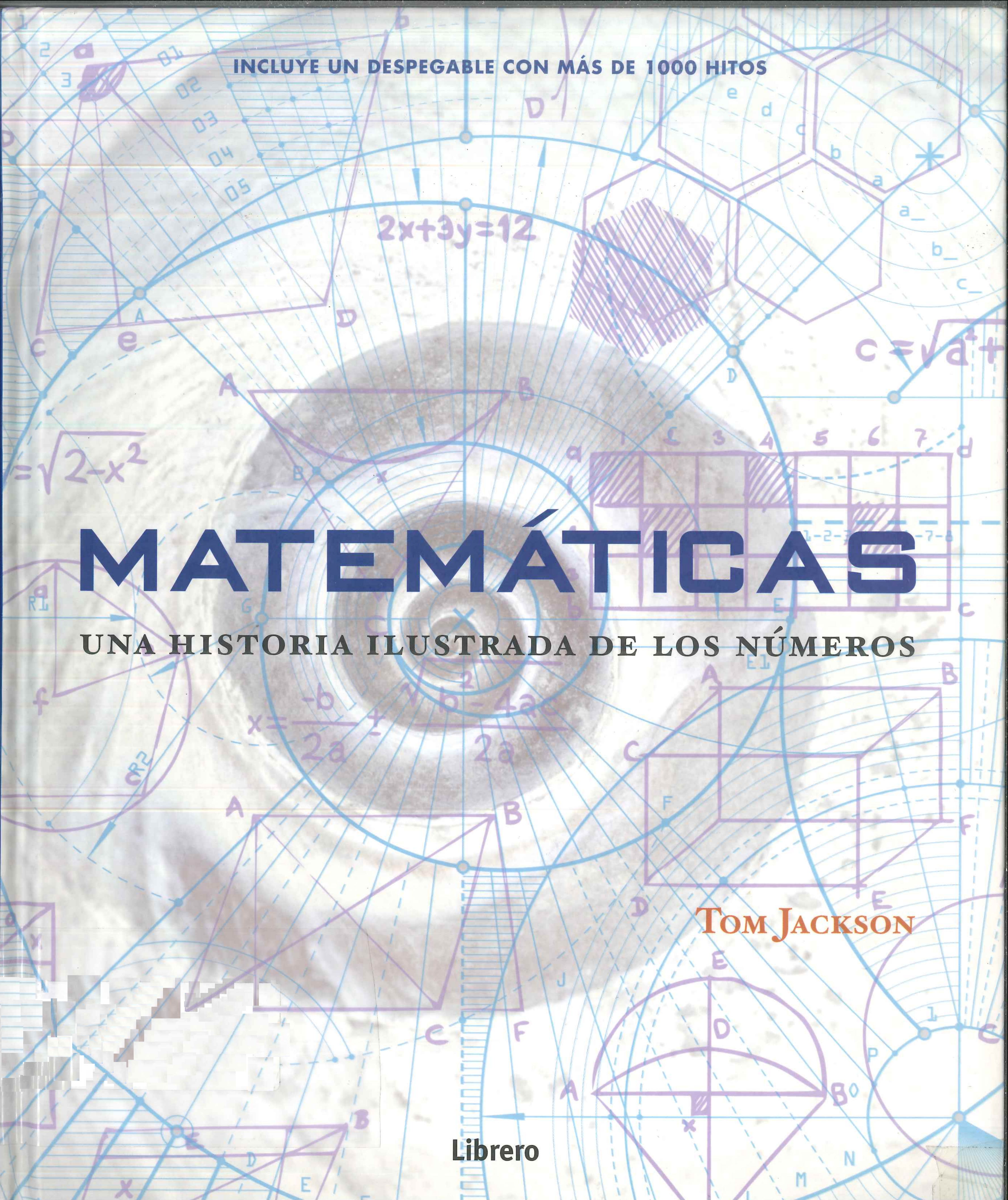
INCLUYE UN DESPEGABLE CON MÁS DE 1000 HITOS

MATEMÁTICAS

UNA HISTORIA ILUSTRADA DE LOS NÚMEROS



TOM JACKSON

Librero

CIEN HITOS QUE HAN CAMBIADO LA HISTORIA

Los pensamientos y las obras de grandes pensadores siempre constituyen historias sensacionales, y aquí tenemos cien de ellas juntas. Cada una se relaciona con un hecho significativo, un problema importante que se convirtió en un descubrimiento y que cambió la forma en que entendemos el mundo. Los llamamos ponderables.

El conocimiento no nos llega formado; requiere de muchas mentes descifrando las evidencias y paso a paso, ir acercándose a la verdad. Aquí relatamos el trabajo de los más grandes matemáticos de la historia, antiguos y modernos. Nuestra historia incluye al más famoso de los matemáticos: Pitágoras, cuyo amor a los números le condujo a una muerte violenta y quizás le convirtió también en asesino; Fibonacci, cuya guía para contables cambió la manera en que sumamos; y Descartes, quién se inspiró en una mosca para convertir números en formas y al revés, cambiando las matemáticas para siempre.

Comienza un viaje más allá de las sumas de tus días escolares y acércate al verdadero poder de las matemáticas.

Un despegable de 12 páginas, coloca a cada historia dentro de su contexto histórico.

- Mira quién hizo qué de un vistazo.
- Descubre qué otros grandes acontecimientos sucedieron al mismo tiempo.
- En el reverso, se destacan algunos de los más grandes enigmas matemáticos.

ISBN 978-90-8998-655-9

9 789089 986559

MATEMÁTICAS

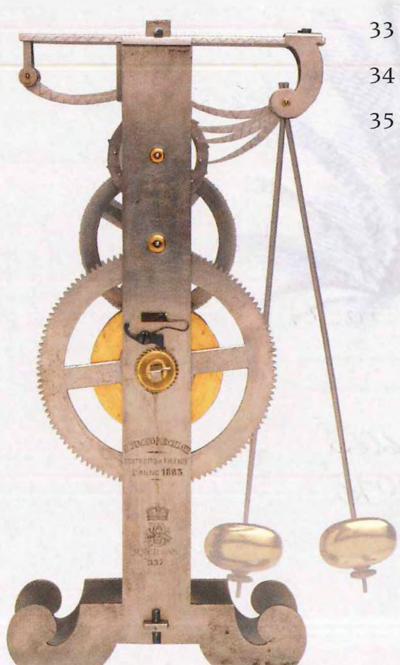
UNA HISTORIA ILUSTRADA DE LOS NÚMEROS

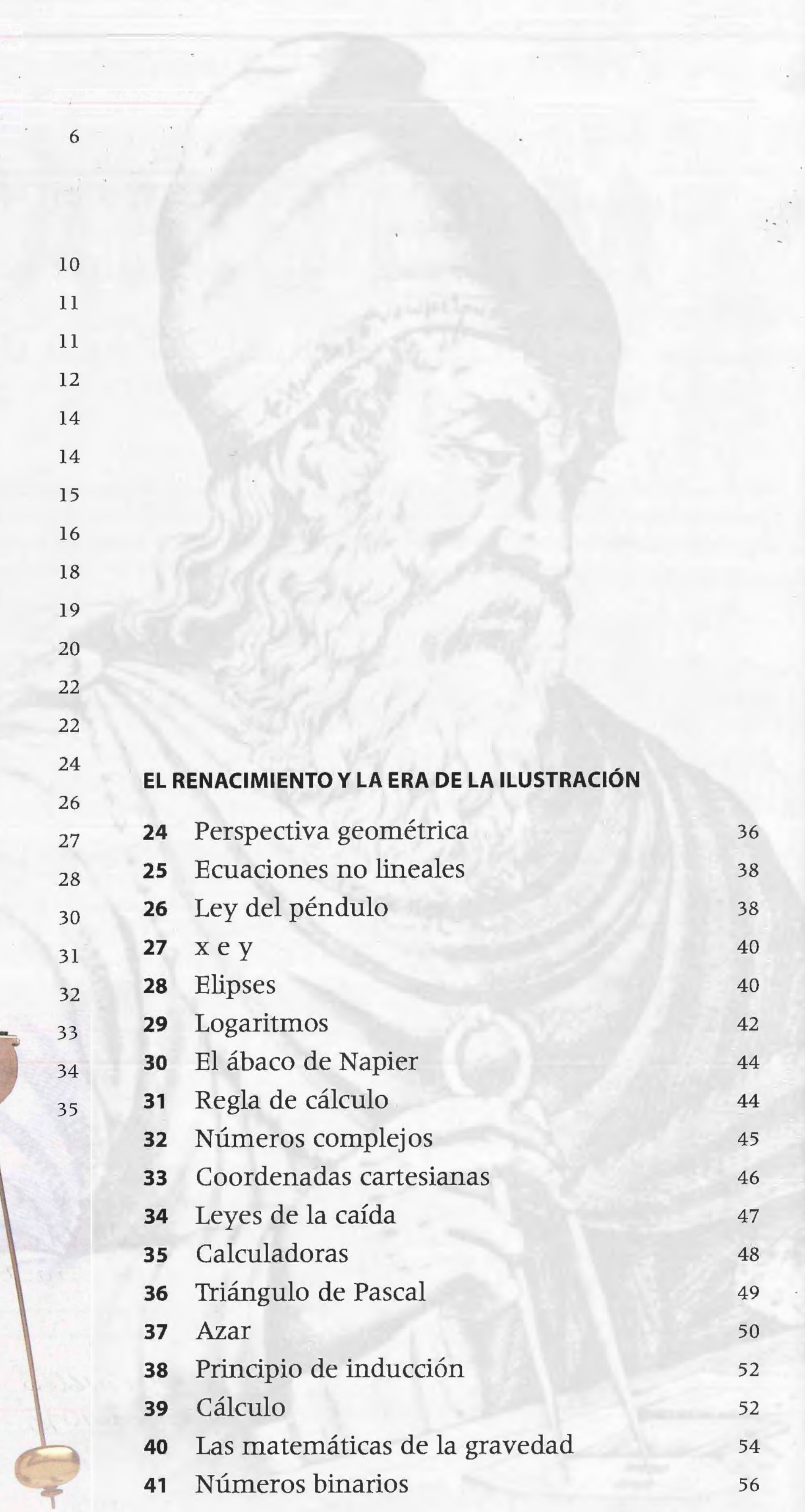
COLABORADORES
Richard Beatty • James Bow • Mike Goldsmith • Dan Green
Tom Jackson • Robert Snedden • Susan Watt

Editado por: Tom Jackson

Librero

Contenido



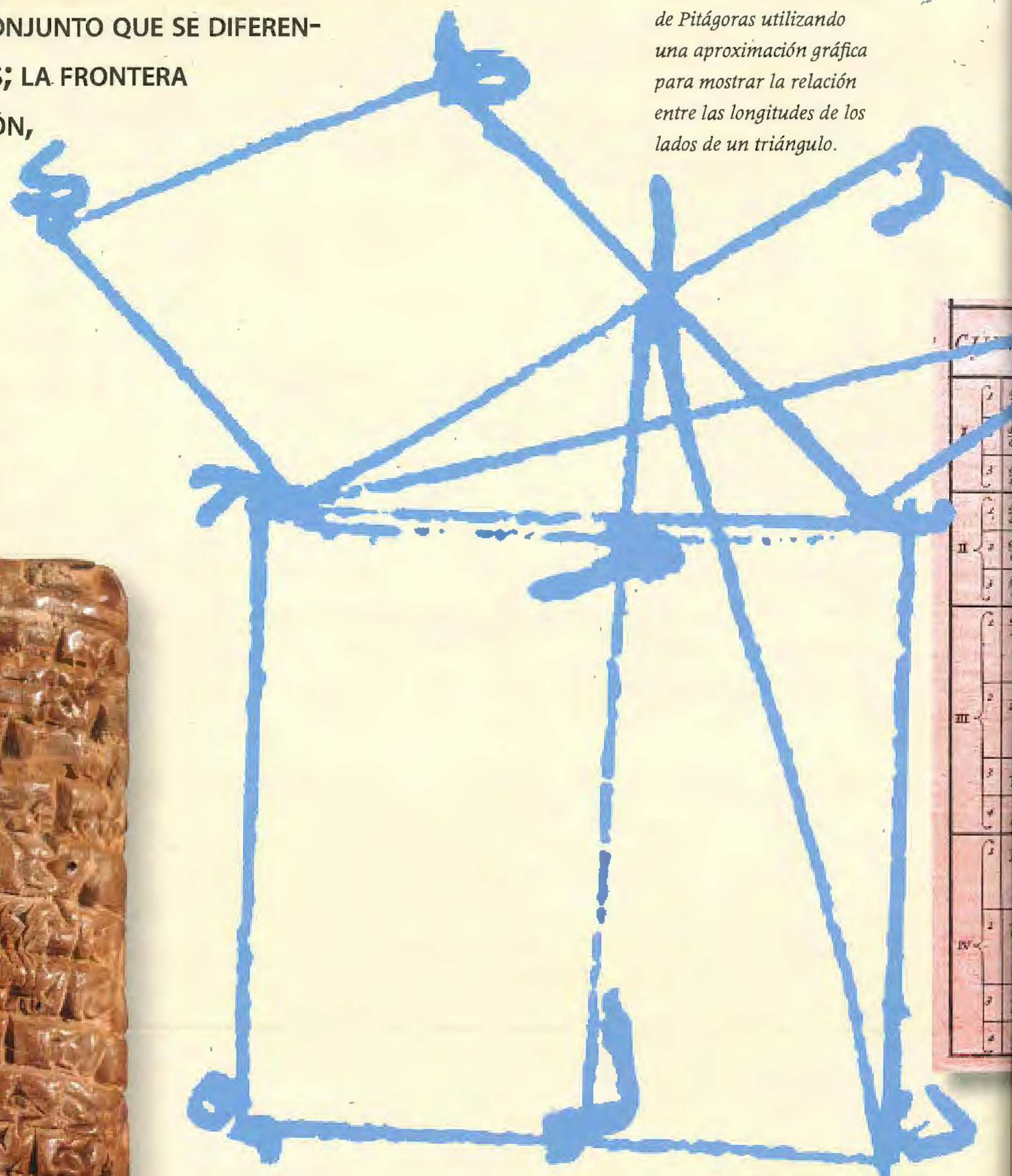


NUEVOS NÚMEROS, NUEVAS TEORÍAS

MATEMÁTICAS MODERNAS

Introducción

¿SON UNA CIENCIA? ¿SON UN ARTE? QUIZÁ AMBOS, QUIZÁ NINGUNO. LAS MATEMÁTICAS SON UN CONJUNTO QUE SE DIFERENCIA DE LOS OTROS LOGROS HUMANOS; LA FRONTERA ENTRE EL INTELECTO Y LA IMAGINACIÓN, DONDE LO REAL Y LO IRREAL SE CONFIGURAN DE FORMA PRECISA.



Prueba árabe del teorema de Pitágoras utilizando una aproximación gráfica para mostrar la relación entre las longitudes de los lados de un triángulo.

Las matemáticas se iniciaron como la medición y registro de la riqueza. Los registros matemáticos más antiguos son transacciones, como se muestra en esta tabla de 4000 años de antigüedad.

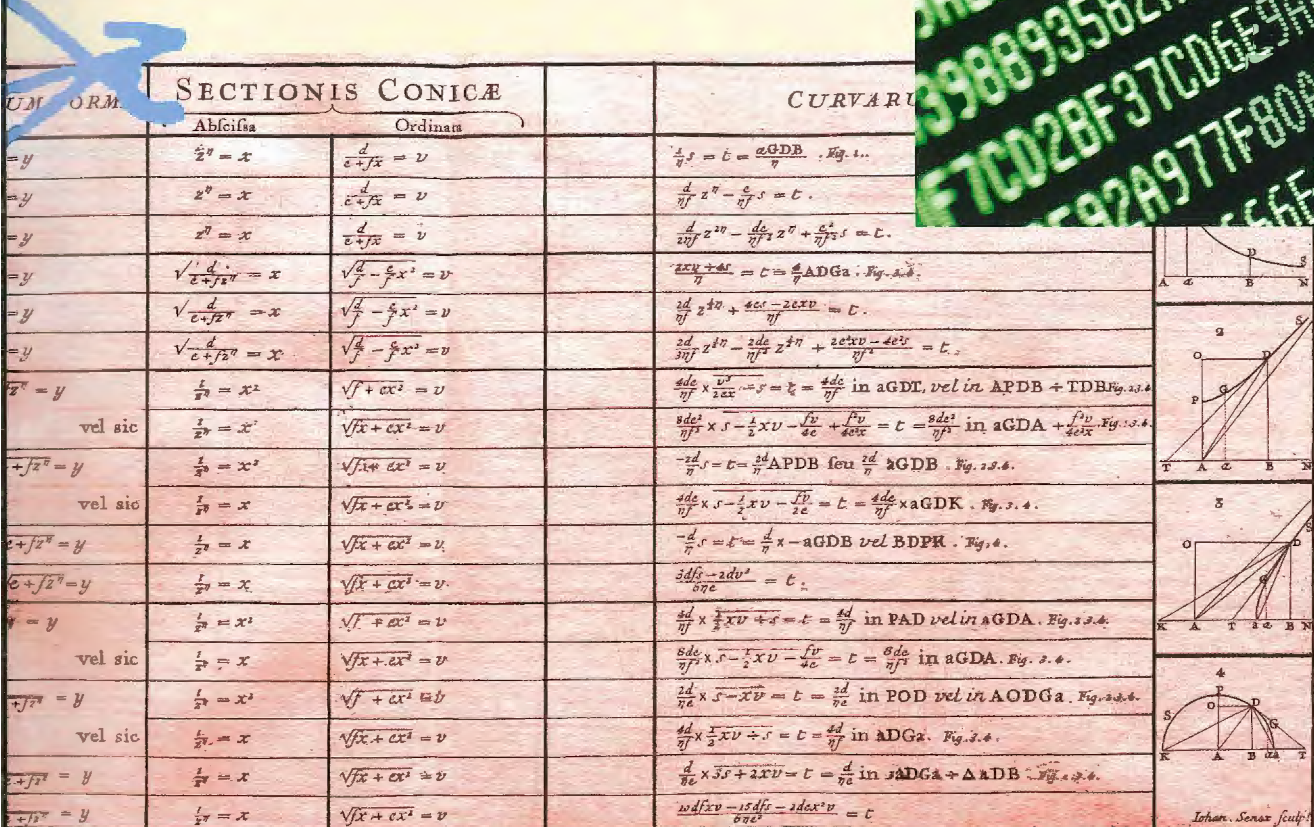
Las ideas y los hechos de los grandes pensadores siempre producen grandes historias, y aquí hemos reunido 100 de ellas. Cada historia relata un hito, un problema importante que se convirtió en un descubrimiento y cambió la forma en la que entendemos el mundo y nuestro lugar en él.

La historia es generalmente una sucesión de cambios, con ideas que ascienden y caen, culturas que dominan y luego se desvanecen, un hito es remplazado por otro. Pero no así en las matemáticas. Una vez que un matemático ha probado algo como cierto, no puede ser refutado. Existe un contraste entre el Universo geocentrista que defendía el astrónomo clásico Ptolomeo (y que fue aceptado como cierto por la mayoría durante

1.500 años) y las técnicas geométricas que desarrolló para organizar su movimiento. El Universo de Ptolomeo es sinónimo de un pensamiento equivocado. Sin embargo, la geometría de Alejandría funcionó entonces y funciona ahora, formando la base de la trigonometría.

EL PRIMER HITO

La historia de las matemáticas no es una acerca de valiosas ideas nuevas que conquistan a las viejas, ocupando su sitial de honor. Más bien es la historia de cómo a las viejas, pero venerables verdades se le suman nuevos hitos, acrecentando de forma gradual el cuerpo de la matemática.



El código del ordenador es una escritura matemática muy extensa. Cuando los números binarios compuestos de 1 y 0 son demasiado largos para que incluso los ordenadores los recuerden, son convertidos en números hexadecimales, ¡que pueden contar desde 1 hasta F!

Esta tabla muestra cómo convertir las líneas geométricas en álgebra creando una forma de describir cambios naturales, desde el crecimiento de las plantas a la caída de la bolsa de valores.

La historia comienza con el número uno, pero el infinito no es su fin. El término *matemática* se deriva de la palabra griega "conocimiento". Prácticamente todo lo que conocemos o creemos conocer, comienza con su cuantificación, su expresión en números. La primera cuestión es ¿esas cantidades realmente existen o las inventamos para nuestros propios propósitos? Si la matemática es una construcción de la mente humana, debe ser innata ya que los mismos sistemas de numeración aparecen una y otra vez en culturas aisladas. Los mayas inventaron el concepto del cero independientemente de los babilonios y los indios y, hasta donde sabemos, estas culturas nunca intercambiaron ideas. De manera parecida, la simbología binaria del I Ching de China se refleja en las matemáticas de adivinación de Ifá provenientes del Valle del Río Níger.

¿Podrían las matemáticas reflejar patrones de la realidad, algunos manifiestos y otros ocultos? Cuando no es citado por su trabajo en los triángulos rectángulos, Pitágoras es recordado como la primera persona que conectó las matemáticas a un fenómeno natural, al revelar la relación entre la longitud de una cuerda y el tono que produce al ser pulsada. Como se verá, las órbitas de los cuerpos celestes, la acumulación de la riqueza, los mecanismos internos de la materia, los ordenadores y las estrategias políticas, e incluso las propias raíces de la belleza siguen caminos alineados con los números. Comencemos ese mismo viaje.

CAMPOS DE LAS MATEMÁTICAS

Las matemáticas pueden ser aplicadas a todo -con grados variables de éxito- aunque definirlas en términos de sus aplicaciones resultaría muy confuso. Sería como explicar el teléfono mediante la lectura de la guía telefónica. Incluso unas bases teóricas para dividir las matemáticas requieren mucho compromiso dada la gran posibilidad de que se crucen los temas. En términos simples, las matemáticas abordan las cantidades, esencialmente las diferentes maneras de contar; las estructuras numéricas, sus patrones y los vínculos entre ellos; el espacio, las características de formas y superficies; y finalmente la comprensión del cambio trazando sistemas dinámicos entre instantes de tiempo. Algunos campos específicos son:

MATE

TEORÍA DE NÚMEROS

ÁLGEBRA

Investiga la relación entre números mediante el remplazo de números reales, aunque variables, con términos generales, con frecuencia x e y.

TEORÍA DE GRUPOS

Características de un grupo de números formado al convertir los miembros de un conjunto en una serie de resultados por una misma operación. Al igual que los números, estos grupos a menudo se componen de otros más simples.

TEORÍA DEL ORDEN

Estudio de los principios que pueden ser derivados de la forma como cualquier número, cantidad u otros elementos matemáticos pueden ser vistos como "menor que", "mayor que", o "antes" y "después".

ARITMÉTICA

Manipulación de cantidades mediante operaciones como la suma, resta, multiplicación, etc.

MATEMÁTICAS APLICADAS

PROBABILIDAD

Las matemáticas del azar, que calcula la posibilidad de que ocurra un evento dadas las condiciones iniciales y posibles resultados.

ESTADÍSTICA

Revela importantes conocimientos a partir de muestras matemáticas tomadas de la vida real.

DINÁMICA DE FLUIDOS

Modela el movimiento de líquidos y gases según sus características: viscosidad, velocidad, presión...

CRIPTOGRAFÍA

Matemática de los códigos, desde los números binarios utilizados en el control de los ordenadores hasta mensajes encriptados.

TEORÍA DE JUEGOS

Uso de las matemáticas para minimizar pérdidas y maximizar ganancias según la probabilidad, comportamiento de los oponentes y la colaboración de los compañeros.

TOPOLOGÍA
Forma de la geometría en la que solo las conexiones internas de los objetos son importantes; las longitudes y los ángulos son libres de cambiar sin alterar las características fundamentales.

TRIGONOMETRÍA
La relación entre las longitudes de los lados de un triángulo y sus ángulos internos tanto en planos como en superficies cóncavas y convexas.

FRACTALES
La aplicación de la geometría y la topología al mundo real revela superficies ásperas y objetos autosimilares descritos en términos de dimensiones fraccionarias.

GEOMETRÍA DIFERENCIAL
Uso de técnicas geométricas para explorar los sistemas dinámicos o aplicación del cálculo a la geometría compleja.

GEOMETRÍA ALGEBRAICA
Uso de las expresiones algebraicas para describir los bordes y superficies de objetos geométricos.

GEOMETRÍA

FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS

MÁTICA

LÓGICA
Estudia por qué 1+1=2 y otras cuestiones fundamentan las matemáticas.

TEORÍA DE CONJUNTOS
Conjuntos de números, cómo se relacionan, comparan o superponen.

TEORÍA DE GRAFOS
El estudio de las conexiones entre líneas, formas y otros objetos.

ANÁLISIS FUNCIONAL

TEORÍA DE LA INFORMACIÓN
Medición de las unidades de información o datos, como las almacenadas en los ordenadores y transmitidas entre ellos.

CÁLCULO
El campo de las matemáticas que describe el cambio continuo -un movimiento en el mundo real, o la pendiente en una curva algebraica teórica- en términos de pasos infinitamente pequeños e instantáneos.

TEORÍA DEL CAOS
Describe cómo los sistemas dinámicos pueden tener resultados que difieren a causa de pequeñas variaciones en las condiciones iniciales; por qué un pequeño cambio puede provocar una gran diferencia.

ECUACIONES DIFERENCIALES
Expresiones matemáticas que envuelven funciones y sus derivadas. Una función es una operación definida realizada en una variable de entrada; la derivada es una instantánea del efecto de la función.

DE LA PREHISTORIA A LA EDAD MEDIA

1 Aprendiendo a contar

LAS MATEMÁTICAS COMIENZAN CONTANDO; UN VIAJE AL ABSTRACTO MUNDO DE LOS NÚMEROS NO TIENE SENTIDO SIN EL 1, 2, 3... Sin embargo existe un problema aparentemente simple que las matemáticas no han resuelto: ¿inventaron los humanos los números o estos existen realmente?

Leopoldo Kronecker, matemático alemán del siglo XIX, no bromeaba cuando dijo: "Dios hizo los enteros, el resto es el trabajo de los humanos". Los *enteros* eran los naturales, números del 0 al 9; del 10 en adelante solo los utilizaremos una y otra vez.

Entonces, ¿son los números parte de la naturaleza como los átomos y las fuerzas? La aparición del cálculo se pierde en la prehistoria. Si bien es posible que nuestros ancestros homínidos tuvieran la habilidad de reconocer pequeñas cantidades, se ha sugerido que contar solo surgió formalmente cuando hubo la necesidad. La gente en la Edad de Piedra llevaba algunos objetos consigo; conocer cuántos exactamente, debió ser muy útil. Algunas cantidades se registraban como simples marcas talladas, y han sobrevivido algunas hechas en piedra o hueso (los moksha, una minoría étnica del oeste de Rusia, tienen un sistema tradicional de numeración por marcas talladas que apenas se ha modificado y se piensa que ha estado en uso desde la prehistoria).

La explosión en el cálculo y el registro de sus resultados, ocurrió cuando los humanos dejaron su estilo de vida de cazadores-recolectores nómadas y adoptaron una vida sedentaria como agricultores. En este punto las personas comenzaron a aumentar sus rebaños y lo que trae consigo la civilización: artículos cuyo valor debía contarse. Una vez contados, estas cantidades eran comparadas con otras y podían ser combinadas, negociadas y multiplicadas. Las matemáticas habían nacido.

CONTAR DE UN VISTAZO

A menudo utilizamos los números de una manera inexacta, diciendo algunas, varias, o incluso montones. En estos casos, la cifra precisa no es importante y no tenemos el tiempo para contar los objetos en cuestión. Sin embargo, cuando se trata de ser exactos, nuestros cerebros parecen tener un máximo innato. Mire estas piedras. Hay seis, por supuesto, pero su cerebro probablemente las reconoció como dos grupos de tres. Cubra una y mire de nuevo. El cerebro humano parece ser capaz de reconocer un conjunto máximo de cinco. Contar más allá que esto requiere que se agrupen en conjuntos más pequeños.

El Hueso de Ishango, tallado en el peroné de un babuino en África Central hace 20 000 años, es una de las herramientas matemáticas mas antiguas que se han hallado. En lugar de ser un simple conteo de cantidades, las marcas talladas en el hueso parecen haber sido utilizadas para realizar cálculos en un sistema basado en el número 12.

2 Notación Posicional

Los diez primeros dígitos de los números babilonios. También había símbolos para el 40 y el 50.

RESULTA FÁCIL CONTAR HASTA 10 CON LOS DEDOS. SIN EMBARGO, CONTAR MÁS ALLÁ requiere una estrategia diferente. Hoy en día utilizamos un sistema de notación posicional que cuenta en decenas. La notación posicional más antigua es de hace 5000 años en Babilonia, y era de base 60.

Los babilonios utilizaban una caña en forma de cuña para escribir sobre arcilla húmeda, que luego se secaba en tablas rígidas; no es extraño que sus números estuvieran compuestos de cuñas. Habían heredado un sistema sexagesimal (base 60), de civilizaciones anteriores. Tiene mucho sentido. 60 puede ser dividido entre 1, 2, 3, 4 y 5: compare esto con el 10. Los 60 minutos en una hora y los 360° (6 x 60) en un círculo fueron heredados de las matemáticas babilonias. Igual que del 0 al 9, los dígitos numéricos en Babilonia podían representar unidades, decenas o sesentenas dependiendo de la posición donde aparecen en la cadena de dígitos. Compare esto con el sistema romano posterior, que tenía valores fijos para los dígitos indistintamente de su posición: LXI es 50+10+1 o 61.

3 El ábaco

Un ábaco chino con dos cubiertas para contar en decenas (se utiliza una superior para marcar 5) o en dieciseisavos (dos superiores hacen 10 y se lleva a 15 con el panel inferior). El cálculo hexadecimal se utiliza para el sistema tradicional de pesos en China.

MUCHOS CREEN QUE EL ÁBACO PRECEDIÓ A LOS NÚMEROS ESCRITOS. Se piensa que la numeración en Babilonia se inventó como una forma de registrar los números calculados por las cuentas móviles.

Aunque hoy en día, se utilizan los lectores de códigos de barras y las cajas de autoservicio, no hace muchas décadas un comerciante podía utilizar un ábaco para llevar la cuenta de las mercancías. En muchas partes de Asia, los comerciantes aún dependen del marco de varillas y cuentas para realizar cálculos complejos. El ábaco de marco móvil no es tan antiguo, y resulta de la unión de las tablas de contar del Cercano Oriente y la numeración con varillas del Lejano Oriente. La palabra *ábaco* deriva del árabe "polvo" y probablemente alude al marco de arena con columnas de piedras o algún otro tipo de arreglo para contar en él. En China, las cuentas se apilaban en cilindros, como un juego infantil (la numeración china de alrededor del siglo III a.C. parecían barras verticales con pilas de discos). No fue hasta el siglo XVI que los dos enfoques fueron combinados en un marco práctico.

4 Teorema de Pitágoras

UN NOMBRE QUE FRECUENTEMENTE ENCABEZA LAS ENCUESTAS SOBRE EL MATEMÁTICO MÁS FAMOSO DEL MUNDO: PITÁGORAS. Es todo un logro para un hombre que quizás no existió, fue el principal sospechoso en un asesinato y no formuló el teorema por el que es famoso.

Pitágoras fue una figura consagrada en la Grecia clásica, aunque gran parte de su biografía -si no toda ella- es un mito perpetuado por sus devotos, Platón entre ellos.

Más allá de las tablas de multiplicar y las operaciones básicas de la aritmética, el teorema de Pitágoras es el tema que más se enseña en clases de matemáticas. Hay una cierta claridad en él que lo hace fácil de recordar: $a^2+b^2=h^2$. Para aquellos lectores que no tienen a mano sus textos escolares y necesitan recordarlo, esta ecuación nos dice que si elevamos al cuadrado y sumamos la longitud de cada uno de los lados cortos, o catetos, de un triángulo rectángulo, su suma será igual al cuadrado de la hipotenusa (el lado más largo del triángulo). Entonces si se conocen dos lados, siempre se podrá calcular el tercero.

Practicar antes de probar

Se nombró este teorema por Pitágoras de Samos, quien vivió en el sur de Italia hace unos de 2.500 años. El teorema era conocido desde varios siglos antes, pero hasta donde sabemos, Pitágoras fue el primer matemático en probar que era cierto. En su juventud Pitágoras viajó mucho, visitó Egipto y Babilonia y quizás llegó hasta la India. En esos lugares habría visto "su" teorema en acción como una herramienta práctica en topografía y construcción. Habitualmente, los agrimensores egipcios utilizaban cuerdas anudadas en longitudes de 3, 4 y 5 unidades. Cuando se usaban para construir un triángulo, siempre creaban un ángulo recto. Los números 3, 4 y 5 forman el primero de un infinito conjunto de "ternas pitagóricas", tres números enteros que cumplen el teorema.

Una pintura en una tumba del 1400 a. C. muestra a antiguos agrimensores egipcios midiendo un campo de trigo antes de la cosecha. Cada campo tenía esquinas en ángulos rectos gracias al sistema de cuerdas de tripletes pitagóricas.

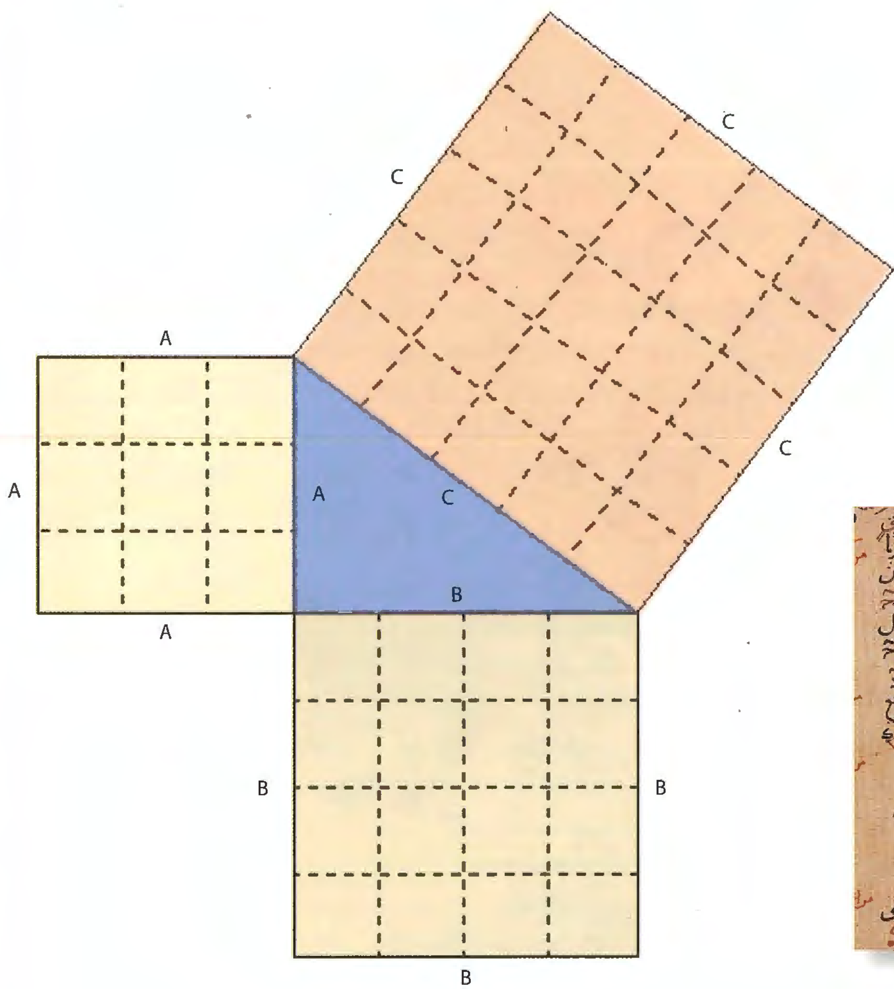
En 2002, fue aplicado en una corte de Nueva York. Los jueces fueron instruidos para impartir penas mayores a cualquier traficante hallado operando a menos de 300 metros de la puerta de un colegio. Pero: ¿sería medida en la llamada "distancia Manhattan" -el viaje en líneas rectas a través de la trama que forman las manzanas de la ciudad- o directamente en la diagonal calculada por el teorema de Pitágoras? La corte optó por la simplicidad de Pitágoras.

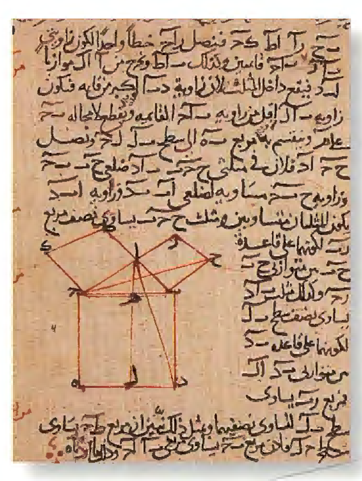
Filosofía irracional

Pitágoras veía los números como algo sagrado: todo en la naturaleza podía ser descrito en términos de números enteros. Logró tener un gran número de seguidores y lideraba una sociedad secreta de matemáticos dedicados a revelar la verdad absoluta de los números. Mientras su teorema sellaba el legado de Pitágoras como matemático, también destruyó su filosofía. Hipaso, un miembro de la secta pitagórica señaló que si un triángulo tenía catetos de lado 1, entonces la longitud de su hipotenusa era $\sqrt{2}$. Esta raíz cuadrada forma una secuencia infinita de números y no tiene un valor exacto (es un número *irracional*). Ante este devastador golpe a su autoridad, cuenta la leyenda que Pitágoras invitó al problemático Hipaso a un viaje de pesca, y volvió a la costa solo...

LOS PITAGÓRICOS

Aunque nació en la isla de Samos, localizada en la costa oeste de lo que es ahora Turquía, Pitágoras pasó la mayor parte de su vida en Crotona, una colonia griega al sur de Italia. Sus seguidores, los pitagóricos, formaron una especie de culto. Solo unos pocos elegidos -presumiblemente aquellos con el necesario rigor matemático- eran iniciados en los rituales secretos. La secta vivía los principios de los Versos de oro, tales como "Busca la medida justa, que es la media que no causa dolor" y "Sé amable con tus palabras y útil con tu trabajo". Los pitagóricos daban a cada número algún significado: el 1 simbolizaba la razón, el 2 el indefinido espíritu femenino, el 3 era la suma de 1 y 2 y por lo tanto representa lo masculino; el 5 (2+3) era el más poderoso de todos. Sin embargo también son recordados por las más descabelladas prácticas. Tuvieron la reputación de temerle a los gallos blancos y de nunca tocar las habas. Cuando el culto finalmente perdió el apoyo del pueblo de Crotona, los enemigos de Pitágoras fueron a matarlo. Se cuenta que solo lo alcanzaron porque el gran maestro se negó a huir a través de un campo de habas. Eligió la muerte antes que causar daño a los cultivos.



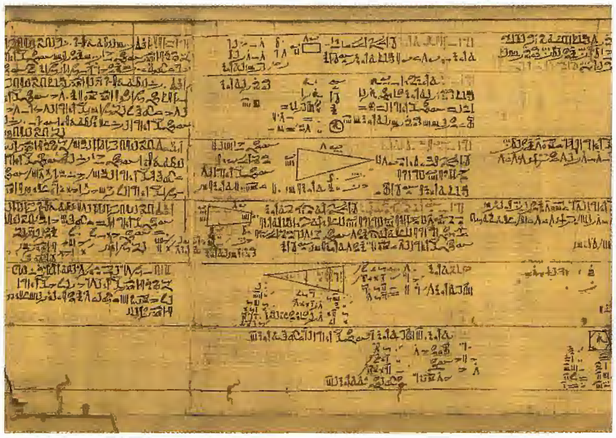


Este sencillo diagrama demuestra con habilidad la relación entre los cuadrados de los lados de un triángulo. Aparece también en un antiguo libro de texto árabe. En el siglo XIX se hizo popular en los círculos matemáticos el juego de encontrar otras formas ingeniosas para transformar las áreas de A y B en C.

5 El papiro Rhind

Ahmes afirma que el papiro de 2 metros da "el cálculo exacto para indagar en las cosas, y el conocimiento de todas las cosas, misterios... todos los secretos"

EL PAPIRO RHIND, NOMBRADO ASÍ POR HENRY RHIND, QUIEN LO COMPRÓ EN UN VIAJE A LÚXOR EN 1858, nos da una visión del mundo matemático de los antiguo egipcios. Al documento a veces se le conoce también como el papiro de Ahmes, por el escriba que lo copió, entre el 1650 y el 1500 a. C., de un texto escrito alrededor de dos siglos antes.



El antiguo documento presenta tablas de referencia para ayudar en los cálculos y solución de más de 80 problemas matemáticos del tipo que encontrarían los administradores en Egipto alrededor del 1650 a.C., por ejemplo cómo hallar el volumen de un granero. El papiro también nos proporciona la evidencia de que los egipcios calculaban el área de un círculo utilizando una fórmula que da un valor aproximado para pi de 3,1605. Igual que otras civilizaciones en la historia, los egipcios habrían encontrado este valor de pi comparando las medidas de diámetros y circunferencias.

6 Cero

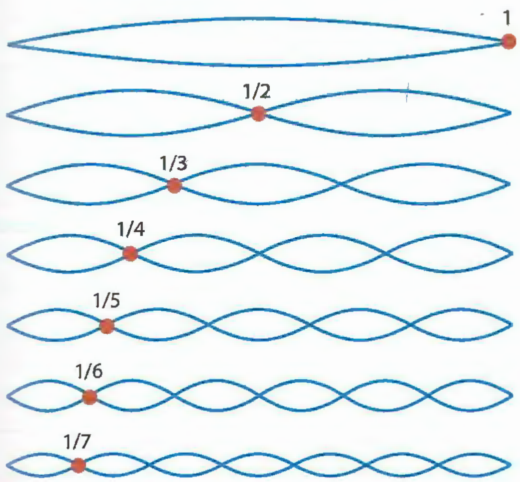
El uso de un círculo, o un punto, para simbolizar al cero se ve en textos griegos, indios y chinos.

HOY EN DÍA NO PODEMOS DAR NADA POR SENTADO, PERO EL CERO NO SIEMPRE HA ESTADO PRESENTE. Los babilonios lo utilizaban como marcador de posición hace más de 3.000 años. Los indios, con el tiempo, harían de él un número por derecho propio.

Lo que entendemos como un cero apareció primero en los números babilonios como un par de cuñas inclinadas. Representa la ausencia de un valor dentro de un número más grande (en 404, el cero representa la ausencia de decenas). Este tipo de cero se muestra de forma independiente en los números mayas. Mucho más cerca de Babilonia, las matemáticas griegas basadas en la geometría no requirieron del cero hasta el siglo II a.C., cuando Hiparco lo introdujo para su uso en astronomía. Un milenio después, matemáticos indios hicieron del cero un número como cualquier otro, al mostrar que algunas expresiones producen un cero como resultado. Este avance allanó el camino para los números negativos.

7 La Matemática de la Música

LOS ANTIGUOS MATEMÁTICOS GRIEGOS VEÍAN PATRONES NUMÉRICOS EN TODAS PARTES. En especial la música, el armonioso subconjunto de sonidos, se encontró que está firmemente enraizada en las matemáticas.



La onda en una cuerda que oscila mueve el aire para crear una onda de sonido analógica que podemos escuchar. Dividiendo la onda entre números enteros creamos una serie de armónicos, los sonidos que se combinan para crear un acorde musical.

Cuenta la historia que el matemático griego Pitágoras se detuvo a escuchar el sonido del martilleo de un herrero, y descubrió que un martillo que pesaba la mitad que otro producía una nota un octavo más alta al golpear el metal.

Este acontecimiento puede que nunca haya ocurrido, pero lo cierto es que Pitágoras realizó experimentos sobre la relación entre el tamaño de un objeto y el tono que producía, incluyendo pulsar cuerdas de diferentes longitudes y golpear vasos llenos con diferentes cantidades de líquidos para ver cómo cambiaban las notas. Al hacerlo estableció una relación matemática entre los objetos y el sonido.

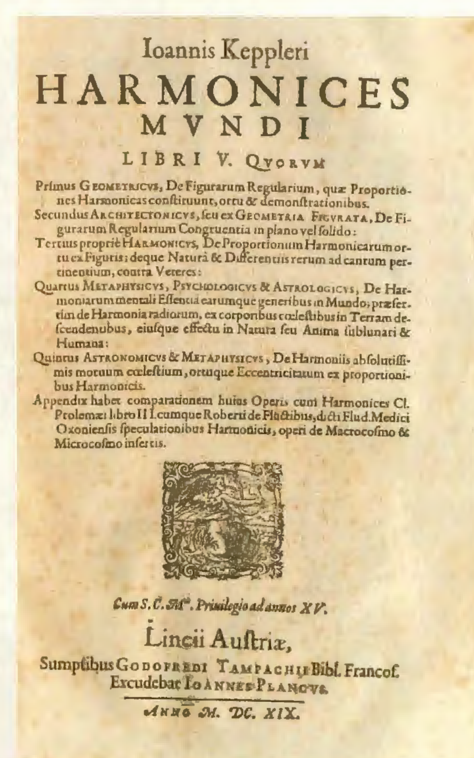
Armonía

Tense dos cuerdas del mismo material, una con el doble de longitud que la otra, y púlselas. La cuerda corta vibra con el doble de frecuencia que la cuerda larga y la nota resultante será un octavo (ocho tonos) mayor. La relación de las octavas es, como descubrió Pitágoras, de 2:1. Si la cuerda es de un tercio de la longitud original resulta una relación de 3:2. El intervalo, o diferencia en las notas producidas, es una quinta. La relación 4:3 (de una cuerda de un cuarto de longitud) produce un intervalo de una cuarta. Al sonar una octava, una quinta y una cuarta juntas producen un sonido armonioso que resulta agradable al oído: un acorde musical.

Por primera vez, un fenómeno natural, el sonido, podía ser explicado en términos numéricos, algo que nadie había hecho antes. Pitágoras creía que la armonía musical debía reflejarse en todo el Universo, y que los números y sus relaciones podrían explicar todas las cosas.

LA MÚSICA DE LAS ESFERAS

Los antiguos griegos creían que la Luna, el Sol, los planetas y las estrellas estaban ubicadas en esferas de cristal que giraban alrededor de la Tierra y que esas esferas hacían música mientras rotaban. De acuerdo a los pitagóricos, la distancia entre los planetas tenía la misma relación que la que producen los sonidos armónicos al pulsar una cuerda. Las esferas más cercanas producían tonos más bajos mientras que las más lejanas debían moverse más rápido y producir tonos más altos. Estos tonos se mezclaban para formar la música de las esferas que llenaba los cielos.


Ioannis Keppleri
HARMONICES
MVNDI
LIBRI V. QVORVM
Primus GEOMETRICVS, De Figurarum Regularium, quæ Proportiones Harmonicas constituunt, ortu & demonstrationibus.
Secundus ARCHITECTONICVS, seu ex GEOMETRIA FIGVRATA, De Figurarum Regularium Congruentia in plano vel solido:
Tertius propriè HARMONICVS, De Proportionum Harmonicarum ortu ex Figuris; deque Naturâ & Differentiis rerum ad cantum pertinentium, contra Veteres:
Quartus METAPHYSICVS, PSYCHOLOGICVS & ASTROLOGICVS, De Harmoniarum mentali Essentia earumque generibus in Mundo; præsertim de Harmonia radiorum, ex corporibus cœlestibus in Terram descendentibus, eiusque effectu in Natura seu Anima sublunari & Humana:
Quintus ASTRONOMICVS & METAPHYSICVS, De Harmoniis absolutissimis motuum cœlestium, ortuque Eccentricitatum ex proportionibus Harmonicis.
Appendix habet comparationem huius Operis cum Harmonices Cl. Ptolemæi libro III. cumque Roberti de Fluctibus, dicti Flud. Medici Oxoniensis speculationibus Harmonicis, operi de Macrocosmo & Microcosmo insertis.

Cum S. C. M^{tis}. Privilegio ad annos XV.
Lincii Austriæ,
Sumptibus GODOFREDI TAMPACHII Bibl. Francof.
Excudebat IOANNES PLANCVS.
ANNO M. DC. XIX.

En su libro de 1619, La Armonía del Mundo, *Johannes Kepler presentó los tonos relativos de los planetas.*

8 La proporción áurea

La proporción entre las sucesivas cámaras en la concha de un nautilus se aproximan a la proporción áurea.

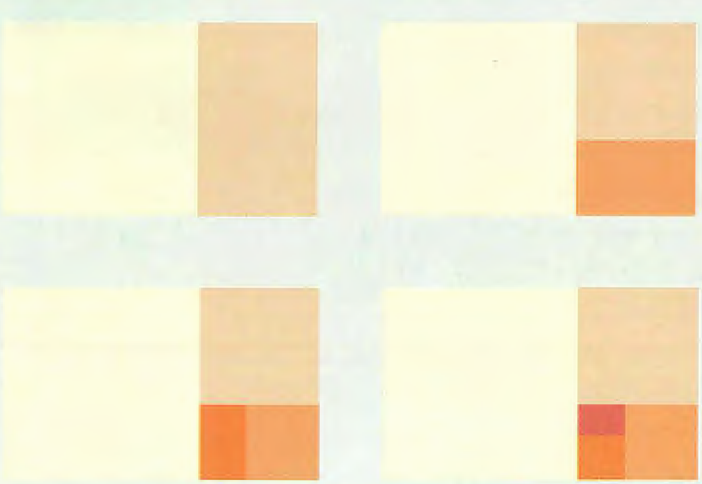
A MENUDO SE DICE QUE HAY BELLEZA EN LAS MATEMÁTICAS, PERO DESDE MEDIADOS DEL SIGLO V A.C., Y PROBABLEMENTE DESDE MUCHO ANTES, se sabe que hay muchísimas matemáticas en la belleza.

La proporción áurea es tal vez el número que tiene la mayor cantidad de nombres. Es llamada número áureo, razón áurea, divina proporción o simplemente *phi*. Está relacionada con el procedimiento matemático por el cual al hallar la razón de dividir dos partes desiguales de algo, los resultados son armónicos. La proporción áurea se ve a menudo en monumentos y arte de todas las épocas. Es llamado phi por Fidias, el arquitecto griego que, se dice, lo empleó en las proporciones de su obra más famosa, el Partenón de Atenas, diseñado en la década del 440 a.C. Euclides realizó el primer registro que se conserva sobre la proporción áurea, en los *Elementos* alrededor del año 300 a.C. Sin embargo, su verdadera maravilla no es su presencia -real o aparente- en objetos creados por el hombre, desde la tarjeta de crédito hasta el *Hombre de Vitruvio* de Leonardo da Vinci, sino su aparición en fenómenos naturales, desde el crecimiento de las flores y conchas hasta el patrón interno de los propios números.

A pesar de que la proporción áurea fue nombrada por él, Fidias realmente no ratificó esta proporción en su diseño del Partenón. Este es quizá demasiado alto para ser áureo, bien por errores en la topografía o bien porque Fidias lo prefiriera así.

Hallando la proporción

No obstante, la proporción áurea tiene una cierta simplicidad, exactitud y encanto. Euclides los describió como "dividir por su extrema y su media razón". Una imagen más matemática es decir que si la proporción áurea es x, entonces $x^2 - x - 1 = 0$. En palabras, la proporción áurea es la razón en la que "la longitud total es al segmento mayor, lo que el segmento mayor es al menor". Un buen ejemplo de la proporción áurea

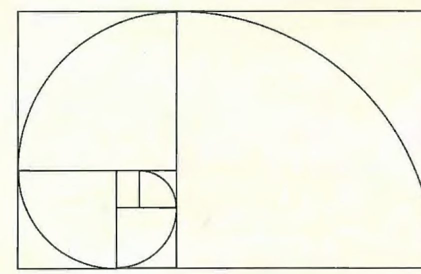


Los rectángulos áureos pueden ser divididos en un número infinito de rectángulos áureos cada vez más pequeños si eliminamos el cuadrado del lado más corto. En la terminología de la geometría griega, esto convierte al rectángulo áureo en un gnomon, un objeto que preserva su forma a medida que crece (o se reduce).

es la tarjeta de crédito, con un tamaño estándar. De acuerdo con la proporción áurea, la razón entre el lado menor y el mayor es la misma que entre el mayor y la suma de los dos. Esto convierte a la tarjeta de crédito en un rectángulo áureo, una forma seleccionada por su apariencia atractiva: no es ni muy alta ni muy ancha. Una forma de comprobar si un rectángulo es áureo, es colocar dos de ellos lado a lado, uno en vertical en su lado menor, el otro en horizontal sobre el mayor. Si la diagonal que conecta las esquinas del rectángulo horizontal continúa por el vertical hasta la esquina superior, entonces se tienen dos rectángulos áureos. Los rectángulos áureos aparecen a menudo en la arquitectura, como en el edificio de la ONU en Nueva York.

LA ESPIRAL ÁUREA

Una espiral que crece según la proporción áurea puede ser aproximada desde un conjunto de rectángulos áureos. Se trata de una variedad de espiral logarítmica donde la línea curva diverge a una tasa fija. Este tipo de espiral es atribuida a su principal proponente Jacobo Bernoulli. Bernoulli pidió que fuera grabada una sobre su tumba, pero un albañil inexperto grabó en su lugar una más circular, no divergente... ¡una espiral de Arquímedes!



Una espiral áurea es difícil de dibujar con precisión. La mejor aproximación es dibujar arcos circulares entre las esquinas de los segmentos cuadrados dentro de cada rectángulo áureo de la subdivisión (hay cinco en este ejemplo).

Las matemáticas reúnen arte y naturaleza

Por supuesto hay algo prosaico acerca de la proporción áurea, al menos para la mente no matemática: su número. La solución a la ecuación algebraica $x^2 - x - 1 = 0$ es x igual a 1,6180339887... y continúa sin fin. Sin embargo, la proporción tiene un fuerte vínculo con el arte occidental que podemos encontrar en gran parte de la obra de Luca Pacioli a principios del siglo XVI. Pacioli fue un contemporáneo de Leonardo da Vinci y muchos de los dibujos del maestro -incluyendo la versión más popular del *Hombre de Vitruvio*- aparecen en el trabajo de Pacioli de 1509 *De Divina Proportione*. Este libro establece las bases geométricas de la belleza utilizando el número phi como inspiración. Por ejemplo en las proporciones ideales del cuerpo humano, la proporción áurea se utiliza para relacionar la altura hasta el ombligo con la altura total. Tristemente, muy pocos de nuestros cuerpos son "ideales".

En el siglo XX, la proporción áurea se buscó en las formas de la naturaleza. Quienes buscaron con gran empeño la hallaron en la proporción de las hojas, la disposición de los brotes y tallos, incluso en la trayectoria de los halcones que van tras su presa. Para algunos, esto mostraba un plan detrás de la estructura de la naturaleza. Para otros revelaba que tal vez lo que percibimos como hermoso, o al menos como proporcionalmente hermoso, está determinado por las matemáticas del crecimiento, que controlan cómo las estructuras pueden agrandarse sin perder su forma.

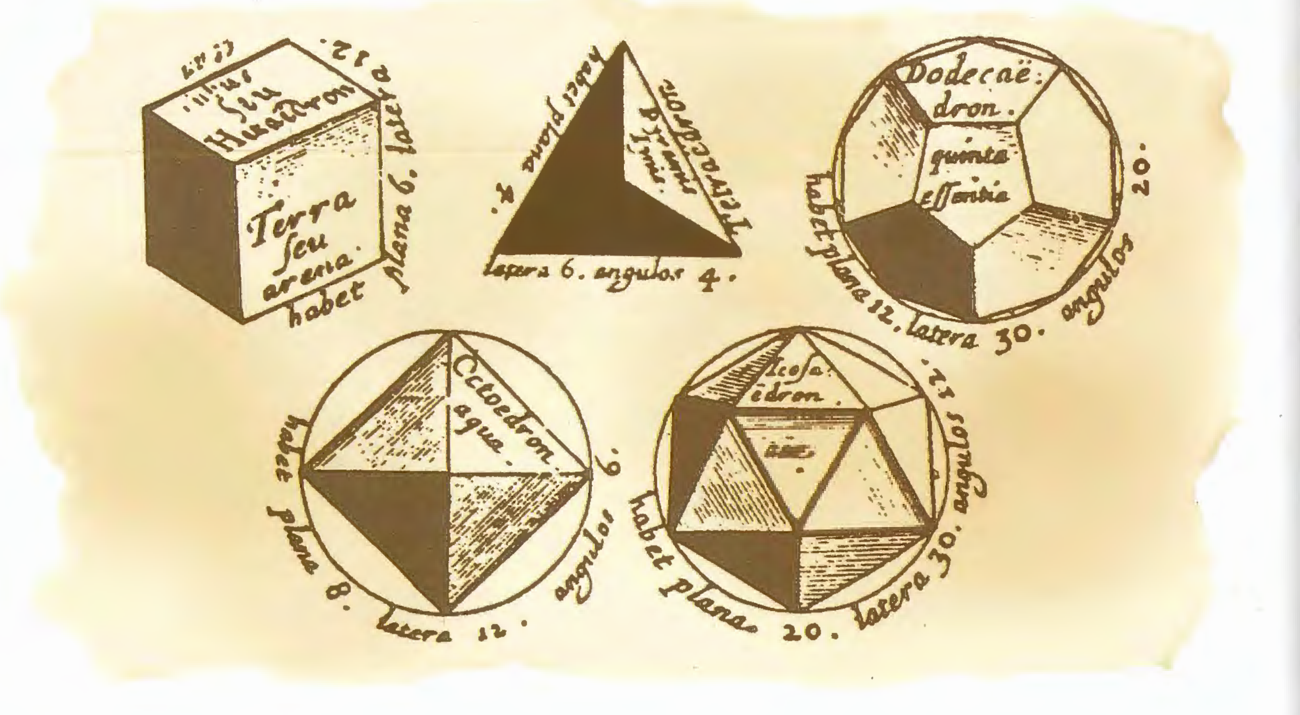
9 Sólidos platónicos

LOS ANTIGUOS MATEMÁTICOS GRIEGOS VEÍAN LOS NÚMEROS COMO SAGRADOS, CADA UNO REPRESENTANDO UNA CUALIDAD ESPIRITUAL. El cinco era especialmente significativo: el símbolo de la fertilidad y la pasión humana combinadas con la razón. Esto se respaldaba por un hecho: el máximo número posible de sólidos regulares es cinco.

Puede parecer la antítesis de la matemática moderna, pero en el siglo IV a.C. los números tenían personalidad, y hasta los cálculos más simples estaban impregnados de significado. Este legado de la gran escuela de los pitagóricos del siglo V a.C. pasó a la nueva generación de matemáticos liderados por Platón, el imponente filósofo ateniense.

En su trabajo del año 360 a.C., *Timaeus*, Platón describe cinco sólidos o poliedros regulares. Regular significa que todos sus bordes son de igual longitud, están conectados en los mismos ángulos, y por lo tanto todas sus caras también son polígonos regulares idénticos. Las formas son el tetraedro, compuesto de cuatro triángulos equiláteros; el cubo, hecho de seis cuadrados; el octaedro, con ocho triángulos; el dodecaedro, que tiene 12 caras pentagonales; y el icosaedro con 20 lados triangulares. Platón atribuye a sus antepasados pitagóricos el descubrimiento de los sólidos, aunque su contemporáneo Teeteto fue probablemente el verdadero descubridor del octaedro y el icosaedro.

Platón afirmó que estos eran los únicos poliedros regulares posibles, algo que ya era ampliamente conocido. Luego añadió un papel físico al carácter místico de las formas, haciendo de ellas los bloques de construcción elementales de la naturaleza. Como resultado, desde entonces han sido conocidos como sólidos platónicos.



Los sólidos platónicos como aparecen en la Philosophia Pyrotechnia *de William Davisson de 1635, uno de los primeros libro acerca de las sustancias naturales. Hoy en día, los sólidos platónicos -o cuerpos cósmicos- son poco más que una pequeña rareza matemática.*

10 Lógica

LAS MATEMÁTICAS NO SON POSIBLES SIN UN SUPUESTO BÁSICO SOBRE CÓMO OBTENEMOS LAS RESPUESTAS A PREGUNTAS. Eso es la lógica, de la que Aristóteles describió una de las primeras versiones formalizadas en el siglo IV a.C. Gran parte de las matemáticas de hoy todavía se basan en esta forma de pensar.

Traducción al latín del trabajo de Aristóteles acerca de la lógica, de 1570. Aristóteles propuso un conjunto de ocho formas válidas de silogismos donde la conclusión puede formarse desde dos premisas. En el siglo xix, George Boole mostró que dos de estas eran, de hecho, falacias.

Cuando construimos una ecuación matemática, asumimos que sus componentes interactuarán de una forma clara y predeterminada. Por tanto el resultado que obtenemos será repetible: siempre será el mismo no importa cuántas veces llevemos a cabo el cálculo, igual que otros problemas con el mismo conjunto de premisas presumiblemente correctas. Algo está en el corazón mismo de las matemáticas: la suposición de que una causa o relación específica produce un cierto resultado y lo hará en todos los casos idénticos.

La lógica fue definida por Aristóteles hace unos 2.400 años, quien estableció los parámetros de esta filosofía de ver el mundo que le rodeaba en una colección de trabajos conocidos como *Organon*, que significa "El Instrumento". El centro de la lógica aristotélica era la deducción. En sus palabras: "un discurso (*logos*) en el cual, establecidas ciertas cosas, resulta necesariamente de ellas, por ser lo que son, otra cosa diferente". Los *supuestos* son las premisas del argumento, y lo que *necesariamente resulta* es la conclusión. Este proceso es conocido como *silogismo*, por la palabra griega para "inferencia". Los silogismos que resultan en conclusiones incorrectas son llamados falacias. Aristóteles demostró que hay 256 modos posibles de silogismos, la mayoría son falacias.

Los trabajos de Aristóteles se perdieron en Europa durante la Edad Media, pero los textos griegos originales fueron preservados en el Imperio Bizantino. Traducidos al árabe por eruditos musulmanes alrededor del 750, el concepto revivió en Europa en el s. XI. En el s. XIX los avances en la lógica matemática comenzaron a desplazar a los silogismos, mostrando sus limitaciones. Sin embargo, siguen siendo una parte central de la teoría de conjuntos, la que es aplicable desde la estadística hasta el concepto de infinito.

ANATOMÍA DE UN SILOGISMO

La estructura básica de un silogismo tiene tres partes: la premisa mayor, la premisa menor y la conclusión. Por ejemplo:
- Todos los mamíferos tienen pelo (mayor)
- Todas las personas son mamíferos (menor)
- Todas las personas tienen pelo (conclusión)

Pero las premisas mayores y menores tienen algo en común con la conclusión. El término mayor (mamíferos) es el predicado, mientras que el término menor (las personas) es el sujeto. El pelo es el llamado término medio. Los silogismos también usan cuantificaciones. En el ejemplo de arriba son "todos" pero pudieran ser "no" o "algunos". Diferentes combinaciones de cuantificadores en las premisas resultan en conclusiones universales que siempre aplican, o conclusiones "particulares" que son válidas solo en ciertos casos. Como todos los razonamientos deductivos, los silogismos pueden conducir a falacias porque la veracidad de las conclusiones se basa en la precisión de las premisas. Un solo error conduce a una cadena de premisas falsas.

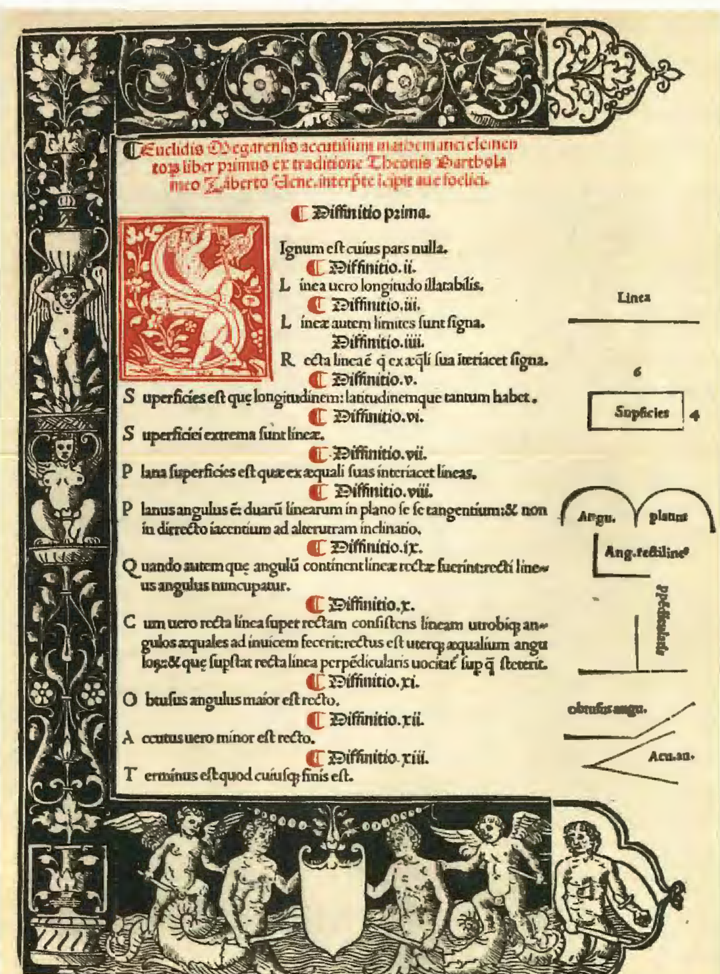
11 Geometría

LOS ANTIGUOS GRIEGOS PUEDE QUE NO HAYAN INVENTADO EL CAMPO DE LA GEOMETRÍA -los eruditos chinos trabajaban más o menos al mismo tiempo y de forma independiente en estos elementos- pero sin duda establecieron muchos de sus supuestos básicos y pruebas.

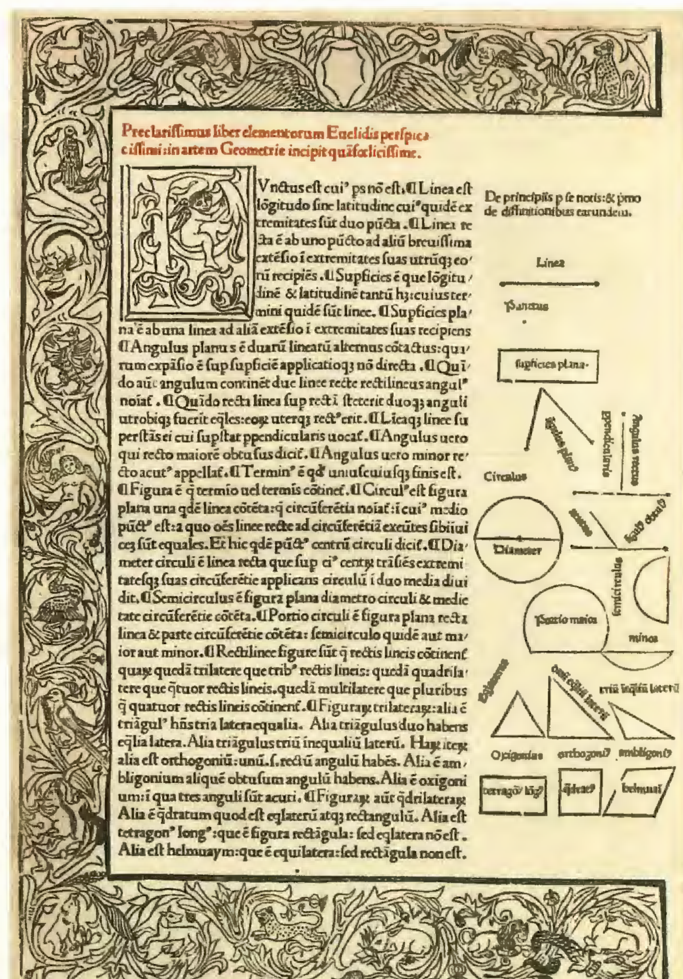
La palabra geometría viene de las palabras griega para "Tierra" (*geo*) y "medición" (*metría*). Como implica su nombre, los griegos estaban interesados en medir las formas elementales de la naturaleza. Las aplicaciones prácticas de la geometría se refieren a las técnicas topográficas y a la determinación matemática de longitudes, áreas y volúmenes, pero los eruditos griegos se dieron cuenta rápidamente de que existían patrones y reglas que regían las formas.

Alrededor del 300 a.C., un matemático griego de nombre Euclides de Alejandría reunió y amplió los principios de la *geometría* en un tratado de trece libros llamado *Elementos*. Allí dejó una colección de definiciones, axiomas, teoremas y pruebas mate-

Los Elementos *de Euclides es el libro secular más traducido, copiado y publicado en la historia. Estas páginas datan del Renacimiento.*


Euclidis Megarensis acutissimi mathematici elementorum liber primus ex traditione Theonis Bartholameo Zamberto Vene. interprete incipit aue foelici.

Diffinitio prima.
Signum est cuius pars nulla.
Diffinitio. ii.
Linea uero longitudo illatabilis.
Diffinitio. iii.
Lineæ autem limites sunt signa.
Diffinitio. iiii.
Recta linea é q ex æqli sua itriacet signa.
Diffinitio. v.
Superficies est quę longitudinem: latitudinemque tantum habet.
Diffinitio. vi.
Superficiei extrema sunt lineæ.
Diffinitio. vii.
Plana superficies est quæ ex æquali suas interiacet lineas.
Diffinitio. viii.
Planus angulus é: duarũ linearum in plano se se tangentium: & non in directo iacentium ad alterutram inclinatio.
Diffinitio. ix.
Quando autem quę angulũ continent lineæ rectæ fuerint: recti lineus angulus nuncupatur.
Diffinitio. x.
Cum uero recta linea super rectam consistens lineam utrobiq; angulos æquales ad inuicem fecerit: rectus est uterq; æqualium angulorum: & quę supstat recta linea perpẽdicularis uocitat' sup q̃ steterit.
Diffinitio. xi.
Obtusus angulus maior est recto.
Diffinitio. xii.
Acutus uero minor est recto.
Diffinitio. xiii.
Terminus est quod cuiusq; finis est.


Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi: in artem Geometrie incipit quãfoelicissime.

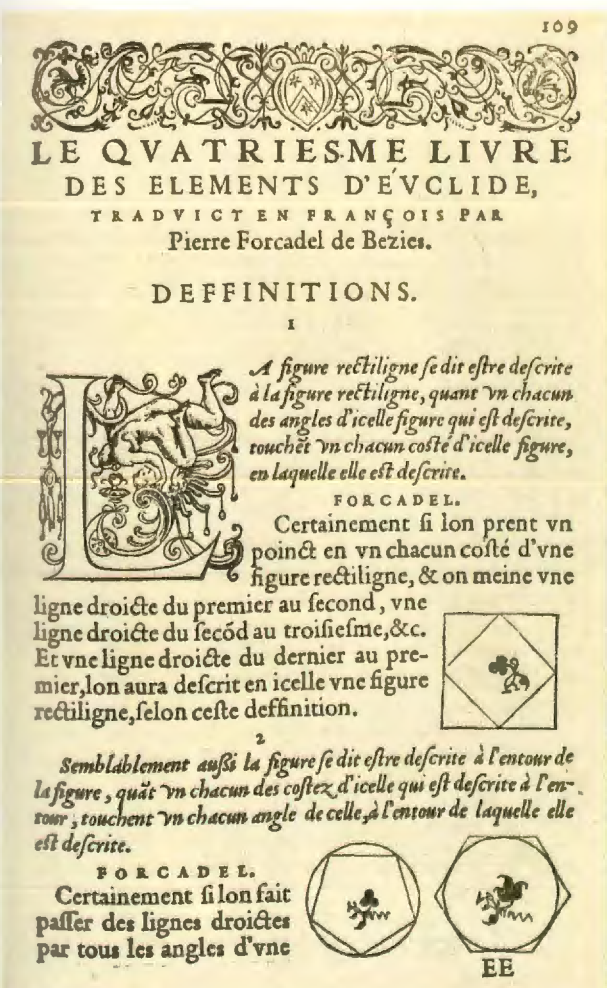
De principiis p se notis: & pmo de diffinitionibus earundem.

máticas que se convirtieron en los principios básicos de la geometría y de todos los elementos matemáticos que se derivan de ella. Tal fue la magnitud de su contribución a las matemáticas que Euclides es indiscutiblemente "El padre de la geometría".

Postulados y nociones

Muchos teoremas de Euclides no eran suyos. Su contribución fue hacer que todos ellos cumplieran con el mismo conjunto de suposiciones o axiomas. Entre estos se encontraban las cinco nociones comunes: 1) Cosas iguales a una misma cosa son iguales entre sí 2) Si se añaden iguales a iguales, los todos son iguales. 3) Si se sustraen iguales a iguales, los restos son iguales. 4) Las cosas que coinciden una con otra son iguales entre sí. 5) El todo es mayor que la parte.

Los cinco postulados son un poco más geométricos: 1) Una línea recta puede ser dibujada uniendo dos puntos cualesquiera. 2) Un segmento de línea recta se puede extender indefinidamente en una línea recta. 3) Dado un segmento de línea recta, puede dibujarse un círculo con cualquier centro y distancia. 4) Todos los ángulos rectos son iguales entre sí. 5) Si dos segmentos de línea son cortados por un tercer segmento de tal forma que la suma de los ángulos internos de uno de los lados es menor que dos ángulos rectos, entonces las dos líneas inevitablemente se cortarán una a la otra por ese lado si son extendidas lo suficiente (este postulado final se conoce como el "postulado de las paralelas" y luego se vio que no podía ser demostrado. Esto condujo a nuevas formas de geometría basadas en conjuntos de axiomas diferentes).



109

LE QVATRIESME LIVRE
DES ELEMENTS D'EVCLIDE,
TRADVICT EN FRANÇOIS PAR
Pierre Forcadel de Beziers.

DEFFINITIONS.

1

La figure rectiligne se dit estre descrite à la figure rectiligne, quant vn chacun des angles d'icelle figure qui est descrite, touchét vn chacun costé d'icelle figure, en laquelle elle est descrite.

FORCADEL.

Certainement si lon prent vn poinct en vn chacun costé d'vne figure rectiligne, & on meine vne ligne droicte du premier au second, vne ligne droicte du secód au troisiesme, &c. Et vne ligne droicte du dernier au premier, lon aura descrit en icelle vne figure rectiligne, selon ceste deffinition.

2

Semblablement aussi la figure se dit estre descrite à l'entour de la figure, quãt vn chacun des costez d'icelle qui est descrite à l'entour, touchent vn chacun angle de celle, à l'entour de laquelle elle est descrite.

FORCADEL.

Certainement si lon fait passer des lignes droictes par tous les angles d'vne

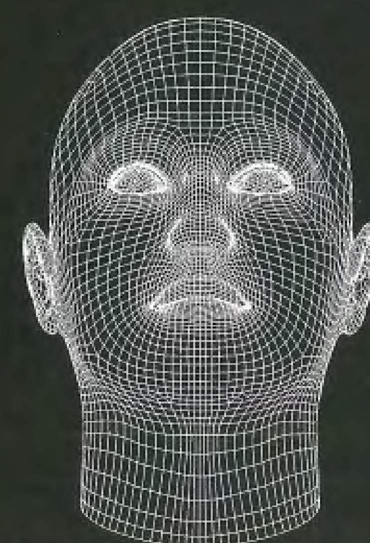
EE

El hombre y la obra

Los *Elementos* es el libro de texto más influyente jamás escrito y continúa editándose después de 23 siglos. El trabajo sobrevivió gracias a Teón de Alejandría, quien realizó una edición en el siglo IV. Copérnico, Galileo y Newton, se inspiraron en él, por nombrar algunos pensadores que cambiaron el mundo. No sabemos nada acerca del propio Euclides. De hecho es solo por algunas breves menciones de sus contemporáneos y una declaración de Proclo en su libro *Comentarios sobre los elementos* que podemos asumir que realmente existió un hombre llamado Euclides, autor del libro.

GRÁFICOS POR ORDENADOR

Las imágenes generadas por ordenador convierten las superficies complejas de la naturaleza en una serie de superficies más simples. La superficie total es, entonces, definida por las unidades más pequeñas, y puede ser modificada con ajustes a su geometría. La idea se deriva del trabajo de matemáticos como el franco-americano Benoît Mandelbrot quien mostró en 1974 que las superficies naturales se ajustan a dimensiones fractales, y no pueden ser medidas, solo aproximadas con la geometría tradicional euclidiana.



12 Cuadrados mágicos

Un cuadrado mágico de orden 4 aparece como un detalle en el grabado de Alberto Durero Melancolia I, *de 1571. El artista presenta sus credenciales matemáticas.*

NO ES SORPRENDENTE QUE MUCHOS DE LOS AVANCES EN MATEMÁTICAS APAREZCAN COMO ACERTIJOS. Uno de los más antiguos, el cuadrado mágico, se halla por primera vez en un influyente trabajo chino, y que es atribuido a ¡una tortuga de río muy hábil en aritmética!

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Según *Nueve capítulos en el arte matemático,* un libro chino del s. III a.C., el primer cuadrado mágico fue dado a los humanos por una tortuga de río. El llamado cuadrado Lo Shu (corriente del río) tiene los dígitos del 1 al 9 colocados en un cuadro de 3x3. Como en todos los cuadrados mágicos, ningún número se repite y en todas las direcciones, horizontal, vertical y diagonal por el centro, los números suman el mismo valor, la constante mágica. El Lo Shu es un cuadrado mágico de orden 3 -y usa 3^2 dígitos. El cuadrado de orden 1 no tiene ningún interés, mientras que no es posible hacer el de orden 2. A partir de 3 existe un número infinito de cuadrados de orden ^{n} que utilizan los dígitos desde 1 hasta n^2. La constante mágica puede ser calculada como igual a $n(n^2 + 1)/2$.

13 Números primos

PARA UN MATEMÁTICO UN NÚMERO PRIMO ES UNA JOYA BRILLANTE ENTRE LAS INFINITAS ARENAS DE LOS ENTEROS. Un primo es un número que no puede ser dividido de forma exacta por otro, solamente por 1 y por él mismo. Otros números enteros son meros compuestos de dos o más primos multiplicados entre sí.

Eratóstenes, quien inventó una prueba simple de primalidad, fue el bibliotecario de la gran Biblioteca de Alejandría.

Existe una infinita cantidad de números primos, y nadie ha encontrado la forma de predecirlos. Si existe un patrón en los primos, no podemos verlo, solo nos queda buscar cada uno de ellos. El concepto de primo es muy simple, pero a pesar de ello probar un primo implica dividir el número entre cada número menor que él para asegurarse de que ninguna división es exacta. Este ejercicio está bien para el primer puñado de primos, pero números grandes podrían requerir docenas, cientos y potencialmente millones de divisiones antes de ser declarados primos.

Algoritmo ancestral

Los modernos súper ordenadores se han hecho cargo de la búsqueda, pero el proceso que utilizan para cotejar cada número candidato fue descubierto hace mucho tiempo. Los números primos son la base de los algoritmos de cifrado que garantizan la seguridad en las telecomunicaciones, pero no eran desconocidos para nuestros antepasados. Se cree que se utilizaron en el hueso de Ishango, una herramienta de cálculo tallada de 20.000 años de antigüedad proveniente del Congo.

En *Elementos*, Euclides había demostrado que hay infinitos números primos, pero eso no detuvo su búsqueda. La criba de Eratóstenes es un antiguo método para detectar primos, atribuido al matemático y astrónomo griego del siglo III a.C. Es un algoritmo (una serie de instrucciones) que revela todos los primos en un conjunto definido de números, siempre empezando por 2. Primero se eliminan todos los números del conjunto que son múltiplos de 2, el primer primo. Estos serán todos los números pares; todos los demás primos son impares. A continuación se eliminan los múltiplos de 3, luego de 5 (el 4 ya está), luego los de 7. El proceso continúa con cualquier primo más grande que vaya apareciendo. A pesar de tener 2300 años de antigüedad, esta sigue siendo la mejor forma de encontrar todos los primos pequeños, más o menos por debajo del límite de 10 millones.

PRIMOS VS PREDADORES

Las cigarras periódicas pasan casi toda su vida como ninfas sin alas, enterradas y succionando la savia de las raíces de los árboles. Para desarrollarse deben salir a la superficie y mutar a su forma adulta con alas. Miles de ninfas emergen a la vez, un festín de primera para cualquier depredador que esté esperando. Sin embargo, las cigarras solo emergen cada 13 o 17 años. El período, un número primo entre cada generación, hace imposible para los depredadores sincronizar sus ciclos de vida con el de las cigarras.

Un pequeño teorema, un gran problema.

Pierre de Fermat, un matemático del siglo XVII, creó otra herramienta para la búsqueda de los primos. Fermat es más conocido por dejar al mundo en la ignorancia tras su "último teorema". Menos conocido es este "pequeño teorema" sobre los números primos.

El pequeño teorema de Fermat vio la luz inicialmente en una carta escrita en 1640 a Bernard de Bessy. Fermat anuncia que ha descubierto que el resultado de $a^p - a$, donde p es un número primo y a es cualquier número, siempre será un múltiplo exacto de p. Fiel a su estilo, Fermat no muestra cómo lo sabe. Ni de Bessy ni nadie más lo logra, y Fermat se lleva la respuesta (si es que la tuvo) a la tumba. Poco menos de un siglo después, el matemático suizo Leonhard Euler probó el teorema, uno más de su deslumbrantes logros. El pequeño teorema es utilizado como un primer paso en la permanente búsqueda de los números primos. El teorema fue modificado como $a^p–1 = b$, donde b produce un resto de 1 cuando se divide entre p. Los valores de a son seleccionados al azar, y si siguen produciendo la respuesta correcta, p es un "probable primo". Sin embargo, un solo producto de b que no cumpla con el teorema es suficiente para mostrar que en ese caso p es un número compuesto.

Una criba de números coloreados muestra los primos menores que 100. Los colores equivalen a los números compuestos por cada primo del 2 en adelante.

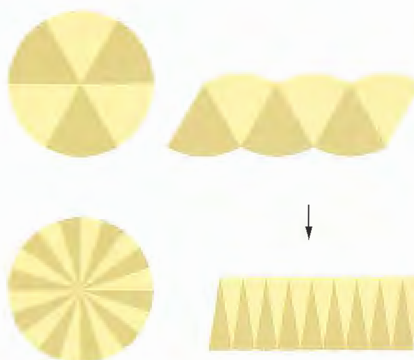
- Múltiplos de 2
- Múltiplos de 3
- Múltiplos de 5
- Múltiplos de 7
- Números primos

	2	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	20
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40
41	42	**43**	44	45	46	**47**	48	49	50
51	52	**53**	54	55	56	57	58	**59**	60
61	62	63	64	65	66	**67**	68	69	70
71	72	**73**	74	75	76	77	78	**79**	80
81	82	**83**	84	85	86	87	88	**89**	90
91	92	93	94	95	96	**97**	98	99	100

14 Pi

La razón de la circunferencia de un círculo a su diámetro es llamada pi. Este es el nombre de la letra griega π, que se utiliza como símbolo del número. Con toda razón, de π se ha dicho que es el número más famoso del mundo.

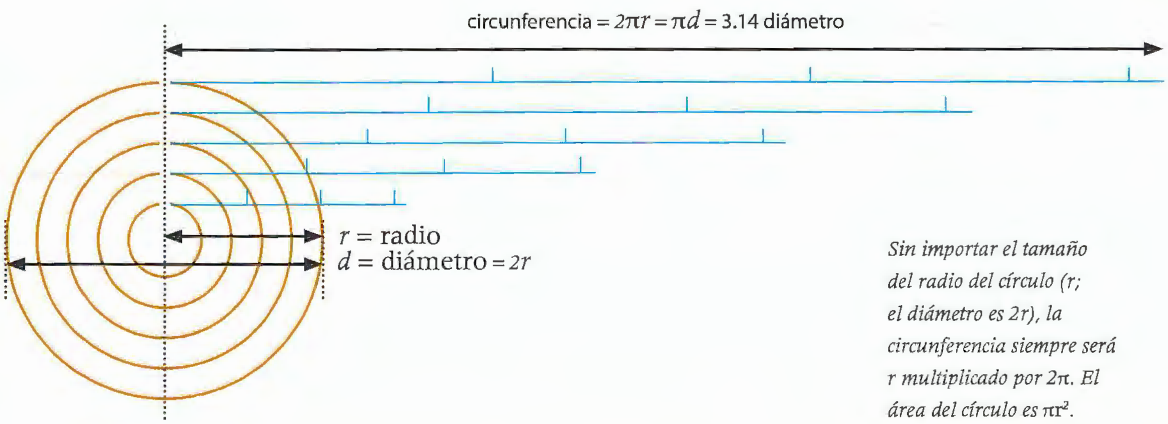
Para cálculos básicos, π generalmente se toma como 3,14; pero costó muchos años de arduo trabajo decir con confianza que esta aproximación es válida. La complicación estriba en el hecho de que el número puede ser calculado hasta un infinito número de posiciones decimales. No importa lo duro que trabajemos buscando ya que nunca encontraremos una cifra exacta para π. Lo más probable es que π fuera descubierto independientemente en muchas ocasiones. Los babilonios lo conocieron, y lo utilizaban con un valor de 3,125, lo que es bastante exacto, aunque no tenemos una clara idea sobre cómo llegaron a esa cifra. En el papiro Rhind de Egipto, Ahmes escribió: "Extraiga 1/9 del diámetro y construya un cuadrado con lado igual al resto; este tendrá la misma área que el círculo". Esto arroja un valor aún mejor para π de 3,1605.



Arquímedes calculó π dividiendo un círculo en una serie de secciones regulares y reorganizándolas en una superficie lineal con bordes curvos. La longitud de esta figura podía ser calculada utilizando la geometría y aproximándola a media circunferencia. La longitud se acercaría al valor real a medida que se incrementase el número de secciones, lo que reduce el error introducido por los bordes curvos.

Cálculos clásicos

Los matemáticos griegos del siglo V a.C. Antifonte y Brisón calcularon π inscribiendo un polígono justo dentro del círculo y otro un poco mayor



Sin importar el tamaño del radio del círculo (r; el diámetro es 2r), la circunferencia siempre será r multiplicado por 2π. El área del círculo es πr².

PIEMAS

Un fenómeno literario peculiar llamado piemas se utiliza para recordar π. El número de letras de cada palabra corresponde a un dígito en el valor de π.

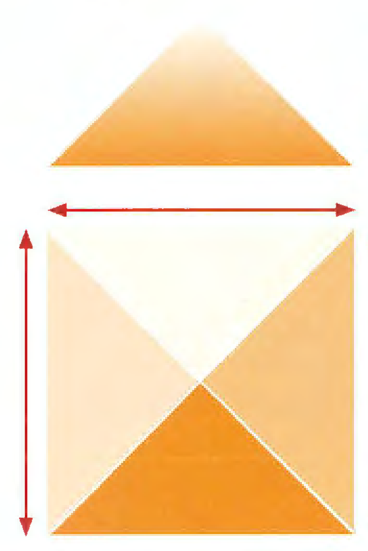
soy	y	seré	a	todos	definible,
π = 3 ,	1	4	1	5	9

fuera de él. El área del círculo debía ser algún valor entre el área de los dos polígonos. Incrementando el número de lados de los polígonos, se pueden hacer aproximaciones cada vez más cercanas al área del círculo. Antifonte y Brisón abordaron uno de los grandes problemas de la geometría clásica: ¿es posible hacer la cuadratura del círculo? En otras palabras: ¿se puede construir un cuadrado cuya área sea igual a la del círculo utilizando solamente la regla y el compás? Durante siglos los matemáticos batallaron con este enigma, hasta que en 1882 Carl Lindemann probó que π es un número trascendente. Esto no quiere decir solo que π está compuesto por una cadena infinitamente larga de decimales, sino que esta cadena no contiene ningún patrón predecible. Como resultado, la cuadratura del círculo está en contra de las leyes de la matemática.

Las pirámides de Giza tienen una razón entre el perímetro y la altura que es una buena aproximación del valor de π. o simplemente escogieron esta razón por algún otro motivo, es algo sobre lo que solo podemos especular.

En el siglo III a.C., el gran científico e ingeniero Arquímedes de Siracusa realizó una aproximación diferente. Utilizó el perímetro de los polígonos para calcular la circunferencia del círculo. Comenzó con un hexágono y luego duplicó los lados cuatro veces para terminar con dos polígonos de 96 lados dentro y fuera del círculo. El resultado final de los cálculos de Arquímedes era un valor de π que se ubicaba en algún punto entre 3,140845 y 3,142857.

En los siglos siguientes este método se refinaría. En el siglo III, el matemático chino Liu Hui calculó π con un valor de 3,141592104 utilizando un polígono de 3072 lados. En la India 250 años después, Aryabhata halló 3,1416 utilizando un polígono de 384 lados.



La razón entre el perímetro a la altura de la Gran Pirámide es 22:7 o 3,142.

Valor moderno

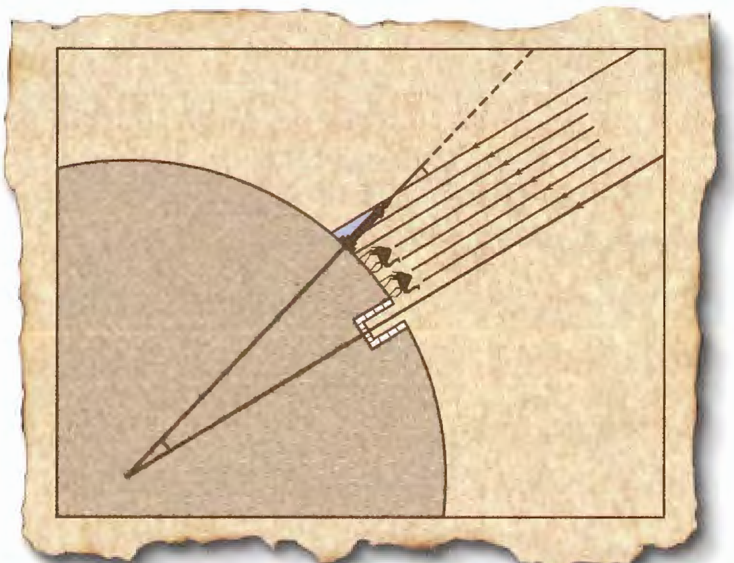
La potencia de cálculo disponible en la actualidad nos permite calcular π hasta longitudes extraordinarias. En 2011, Shigeru Kondo y Alexander Yee, utilizando un ordenador diseñado expresamente, en 191 días calcularon diez trillones de dígitos decimales de π. Puesto en perspectiva, un simple trigésimo noveno valor decimal de π sería suficiente para calcular el diámetro de todo el Universo conocido con tanta precisión que el grado de inexactitud sería diminuto, menor que el radio del átomo de hidrógeno.

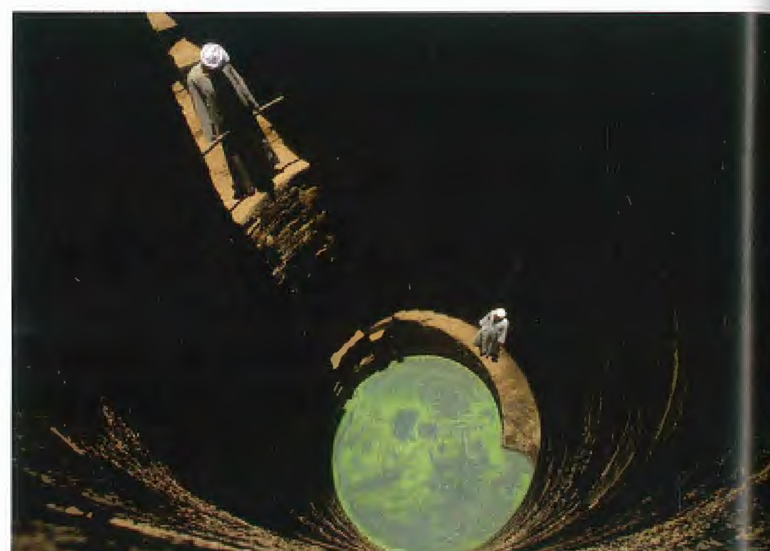
mi	nombre	tengo	que	daros,	cociente	diametral	siempre	inmedible
2	6	5	3	5	8	9	7	9

15 Midiendo la Tierra

HOY EN DÍA PODEMOS UTILIZAR UN SATÉLITE RADAR O UN PODEROSO TELESCOPIO PARA MEDIR LA FORMA Y EL TAMAÑO DE UN PLANETA O UNA ESTRELLA. En la antigüedad, los matemáticos realizaron mediciones de la tierra solo con una sombra proyectada por un pilar y la trigonometría.

A finales del s. III a.C., un matemático griego ideó una forma muy simple de calcular el tamaño de la Tierra, que requería solamente una medición. Usando la lógica deductiva y la geometría euclidiana, Eratóstenes, el bibliotecario de Alejandría, midió la Tierra con una precisión ¡de casi el 99%! En los albores de la era clásica griega en el s. VII a.C. se pensaba que el mundo era circular pero plano como un disco. En el 580 a.C. Anaximandro de Mileto sugirió que este era en realidad un cilindro, con masas de tierra plana en sus extremos y un océano curvo alrededor. Marineros perspicaces habían visto de primera mano la curvatura de la Tierra en los barcos que se aproximaban, cuyos mástiles se veían primero sobre el horizonte, apareciendo visible el casco en último lugar. En el s. V a.C. los filósofos habían sugerido que el planeta era realmente una esfera.





El pozo supuestamente utilizado por Eratóstenes todavía atrapa el sol al mediodía del solsticio de verano en Aswan. Eratóstenes se dio cuenta de que el ángulo de la sombra del mediodía en Alejandría era igual al ángulo entre Siena (hoy Aswan) y dicha ciudad medido desde el centro del planeta.

Una idea brillante

Estaba muy extendido el conocimiento de que el Sol alcanzaba diferentes altitudes (ángulos sobre el horizonte) en diferentes lugares del mundo antiguo. Cuando Eratóstenes escuchó que mientras el sol proyectaba sombras en Alejandría en el solsticio de verano, estaba directamente sobre las cabezas en Siena (una ciudad del sur, hoy conocida como Aswan) el maestro vislumbró una forma de calcular la circunferencia de la Tierra. Razonó que la luz del Sol viajaba en haces paralelos. Los haces sobre Siena llegaban verticalmente, mientras que lo hacían a Alejandría con un ángulo, proyectando sombras. Para calcular el ángulo del haz de luz en Alejandría, Eratóstenes midió la longitud de la sombra proyectada por un pilar al mediodía en el solsticio de verano y la geometría hizo el resto. El ángulo de la luz medido desde la vertical, era el mismo que entre las dos ciudades medido desde el centro de la Tierra -7° 12', que es un 1/50° de la circunferencia total de la Tierra. La distancia entre las dos ciudades era de 5.000 estadios (una medida de la antigua Grecia) y Eratóstenes obtiene un valor final de 252.000 estadios. La precisión de este resultado depende de la longitud del estadio. El griego estándar de 185 m produce un error del 16%. Sin embargo, el estadio local egipcio de 157,5 m arroja un resultado de 39.690 km, ¡menos de un 2% de error! Hiparco publicó un siglo después la primera tabla trigonométrica que mostraba cómo se relacionan los ángulos y los lados de un triángulo. La utilizó para medir las distancias a la Luna y al Sol. La trigonometría se desarrollaría más tarde por sabios islámicos, y 1.100 años después de Hiparco, el erudito uzbeco Al-Biruni utilizó la trigonometría para calcular el radio de la Tierra como 6.339,9 km ¡solo 16,8 km por debajo del valor actual!

16 Potencias de diez

Los megas, gigas y nanos que pueblan nuestras conversaciones se relacionan con el uso moderno de potencias de diez para describir lo muy grande y lo muy pequeño.

QUIZÁ NO SORPRENDA QUE SEGÚN PROGRESÓ LA CIVILIZACIÓN Y LOS ESTADOS SE FUSIONARON EN IMPERIOS, LOS NÚMEROS QUE REQUERÍAN UN REGISTRO TAMBIÉN CRECIERON. Tras siglos utilizando números difíciles de manejar, los chinos encontraron una solución más simple.

El mayor número disponible en la Grecia Antigua era la miríada (10.000). Una miríada de miríadas equivale a 100 millones, pero un número un poco menor o mayor podía ser muy laborioso de escribir y calcular. En el 190 a.C., matemáticos chinos hallaron una forma de aprovechar las potencias de diez para simplificar las cosas. Cualquier número podía ser escrito con una precisión razonable por medio de unos pocos dígitos multiplicados cierta cantidad de veces por 10. P. ej., 72 x 10^5 equivale a 7.200.000, o 72 multiplicado 5 veces por 10 (esto se llama multiplicar por 10 a la quinta potencia). Potencias mayores hacen posible números más allá de nuestra imaginación. La misma técnica puede ser utilizada también para ayudarnos con los pequeños: dividiendo entre 10 transformamos números en décimas (10^{-1}), centésimas (10^{-2}), y así sucesivamente. Las fracciones decimales habían nacido, pero tardarían otros 1.500 años en llegar a la madurez.

Prefijo	Símbolo	Factor multiplicador	Potencia
yotta	Y	1,000,000,000,000,000,000,000,000	10^{24}
zetta	Z	1,000,000,000,000,000,000,000	10^{21}
exa	E	1,000,000,000,000,000,000	10^{18}
peta	P	1,000,000,000,000,000	10^{15}
tera	T	1,000,000,000,000	10^{12}
giga	G	1,000,000,000	10^{9}
mega	M	1,000,000	10^{6}
kilo	k	1,000	10^{3}
hecto	h	100	10^{2}
deca	da	10	10^{1}
deci	d	0.1	10^{-1}
centi	c	0.01	10^{-2}
milli	m	0.001	10^{-3}
micro	µ	0.000,001	10^{-6}
nano	n	0.000,000,001	10^{-9}
pico	p	0.000,000,000,001	10^{-12}
femto	f	0.000,000,000,000,001	10^{-15}
atto	a	0.000,000,000,000,000,001	10^{-18}
zepto	z	0.000,000,000,000,000,000,001	10^{-21}
yocto	y	0.000,000,000,000,000,000,000,001	10^{-24}

17 El calendario moderno

LA NATURALEZA PROVEE TRES CICLOS ÚTILES PARA MEDIR EL TIEMPO: EL DÍA, EL AÑO Y EL MES LUNAR. El problema es que no están sincronizados entre sí. Como resultado, la creación de calendarios siempre ha implicado hacer concesiones matemáticas y con ellas viene la controversia.

Los primeros usos de los calendarios incluían la planificación agrícola, la recaudación de impuestos y la celebración de fiestas religiosas. En el antiguo Egipto realmente se utilizaban dos calendarios al mismo tiempo. Uno de exactamente 365 días que se utilizaba con propósitos administrativos, aunque como en realidad hay 365 días y un cuarto. Éste se desfasó gradualmente de las estaciones. Existía también un calendario religioso basado en la Luna. Los astrónomos egipcios mantenían una minuciosa observación de las estrellas para seguir las "verdaderas" estaciones y ajustar el calendario.

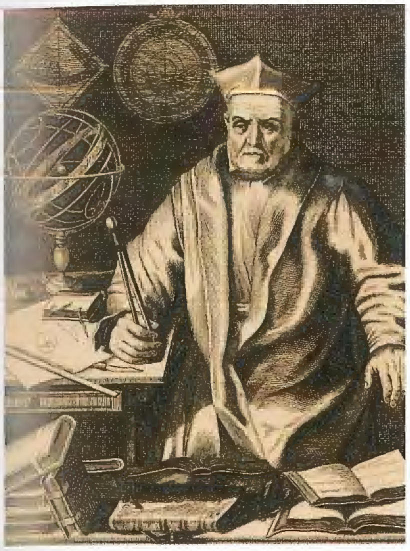
Llega el César

A los romanos les gustaba tener las cosas bien organizadas, pero en el s. I a.C. su propio calendario no lo estaba tanto. Algunas características nos resultan familiares: tenía 12 meses, comenzando en Ianuarius (enero), con febrero como el mes más corto. Pero los meses aún se regían por el ciclo de la Luna, por lo que se debían insertar meses adicionales para ponerse al día con el tiempo real.

Cuando Julio César se convirtió en el líder de Roma en el 46 a.C., decidió poner orden en el calendario. Quizá la idea la había traído de Egipto, donde estuvo en campaña el año anterior. En ese tiempo Egipto estaba dirigido por los sucesores griegos de Alejandro Magno, y los griegos desde hacía mucho sabían que el año realmente tenía una duración aproximada de 365 días y un cuarto (años antes, en 238 a.C. el gobernante griego de Egipto había hecho el primer intento de aproximar esta cifra, proponiendo un año bisiesto de 366 días cada 4 años).

César, con el asesoramiento del astrónomo Sosígenes de Alejandría, revivió la idea del año bisiesto y también ajustó la duración de los meses. Por esta época, el antiguo calendario romano estaba desfasado tres meses con respecto a las estaciones, y César también deseaba ajustar enero a su posición en mitad del invierno. Por ello decretó que el año que ahora llamamos 46 a.C. tuviera dos meses extra, haciéndolo de 445 días de duración, volviendo a colocar todo en

Julio César fue asesinado durante los Idus de marzo (la mitad del mes) en el 44 a. C. Los idus de cada mes tradicionalmente se asociaban con Marte, el dios de la guerra, así que era un tiempo adecuado para el ataque. Sin las propias revisiones de César al calendario, podría haber vivido hasta inicios de junio.



Cristopher Clavius, un matemático alemán, fue el principal arquitecto del calendario gregoriano, a pesar de ser un acérrimo geocentrista que insistía en que el Sol viaja alrededor de la Tierra.

su lugar. Las reformas sobrevivieron al asesinato de César dos años después, a pesar de que él murió antes del primer año bisiesto y que por error los funcionarios comenzaran sumando un año bisiesto cada tres años en lugar de cada cuatro. El sucesor de César, Augusto, puso las cosas en orden, y el nuevo "calendario juliano" se utilizó en Europa durante los siguientes 1.600 años.

El calendario gregoriano

Quizá César sabía que a largo plazo su calendario también se desfasaría con respecto a las estaciones. Los astrónomos de la antigüedad midieron la duración de un año con mucha precisión por la observación de la posición del Sol llamada el equinoccio de primavera, que ocurre una vez al año. Estas observaciones mostraban que el año era más corto que 365,25 días (11 minutos menos), lo que significa que el calendario juliano se retrasaba un día cada 128 años.

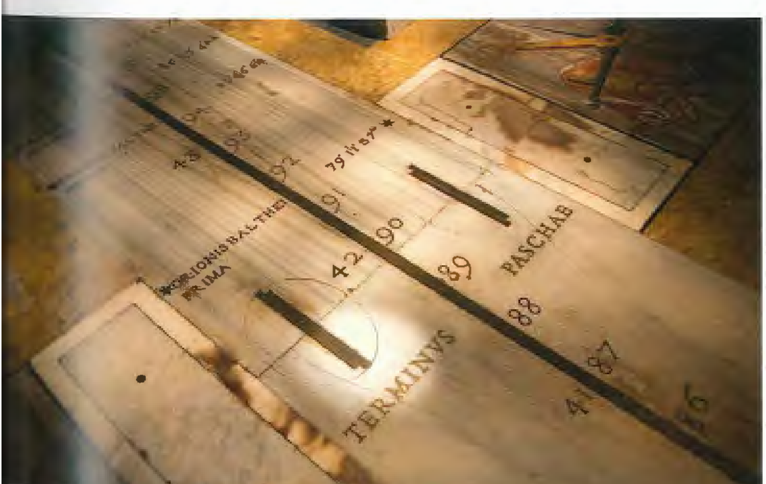
A finales de la edad media en Europa, el calendario Juliano estaba desfasado más de una semana, algo especialmente molesto para los religiosos, que debían establecer la fecha de la Pascua. Finalmente, en el año 1578 el Papa Gregorio XIII decidió actuar. Buscó el asesoramiento de expertos, y anunció un cambio pequeño pero efectivo al sistema juliano, de manera que los años centenarios (1600, 1700, etc.) no serían bisiestos a menos que fueran divisibles entre 400.

Al igual que César, Gregorio deseaba colocar las fechas del año de vuelta a su posición inicial para que la Pascua se produjera en la primavera de cada año. Anunció que en 1582, serían eliminados 10 días de octubre, así que el 4 estaría seguido por el 15 (también fue eliminado luego un undécimo día). Este cambio fue el más significativo, aunque los relatos de disturbios por esta pérdida de días parecen ser falsos. El simple ajuste gregoriano hizo el calendario sumamente preciso. El año gregoriano no debe desplazarse un día hasta el año 3719.

ADOPTANDO EL CALENDARIO

Por ser el jefe de la Iglesia Católica, la reforma del Papa Gregorio se adoptó primero en los países católicos como España y Polonia. Los protestantes tardaron más en hacer los cambios. Suecia optó por eliminar 11 días gradualmente durante más de 40 años, y tuvieron un sistema de fechado único durante ese tiempo. El Imperio Británico hizo los cambios en 1752. Las fechas para el año fiscal no fueron ajustadas y todavía hoy las compañías británicas se basan en un año que comienza el 6 de abril para el pago de los impuestos. Turquía siguió utilizando el calendario juliano hasta 1929.

La pintura satírica de William Hogarth, hace mofa de los políticos británicos en la década de 1750. Abajo a la izquierda en un cartel se lee "Dennos nuestros 11 días" haciendo referencia a la forma como los dos partidos, Liberales y Conservadores, incluso discutieron sobre la fecha.



Un rayo de luz en un meridiano de latón de 44 metros instalado en la iglesia de Santa María degli Angeli de Roma en 1702 muestra la fecha del equinoccio de primavera con el que se calcula la Pascua (como el primer domingo después de la siguiente Luna llena).

18 Ecuaciones diofánticas

EN EL SIGLO III A.C., DIOFANTO DE ALEJANDRÍA PUBLICÓ LA ARITHMÉTICA, QUE SE TRADUCE COMO "LA CIENCIA DE LOS NÚMEROS", y este antiguo trabajo se convirtió en un importante hito en la teoría de números: el estudio de los enteros.

La Aritmética contenía 130 ecuaciones, conocidas como diofánticas, aquellas en la que las únicas variables permitidas son enteros. En términos modernos, son un grupo pequeño dentro de un conjunto más grande de ecuaciones polinomiales o algebraicas (un polinomio es una expresión formada por dos o más términos algebraicos, con al menos una variable desconocida). Diofanto ha sido llamado "el padre del álgebra", aunque hicieron falta siglos para que se formalizara esa palabra, al igual que su notación moderna basada en letras.

Un ejemplo resulta de preguntar: "Un padre es un año menor que dos veces la edad del hijo. Los dígitos de su edad, representados como AB, se invierten en la edad del hijo. ¿Qué edad tienen el padre y el hijo?" La única respuesta posible es que el padre tiene 73 años y el hijo 37. En muchos casos se llega a la solución por ensayo y error, aunque después de conocerse la solución se puede hacer la prueba matemática.

Diofanto fue muy cuidadoso en considerar solo los problemas que pensaba que se podían resolver con una respuesta única. Siempre buscaba soluciones positivas, no consideraba válidas las negativas. Las ecuaciones diofánticas fueron desestimadas en ocasiones como simples acertijos, aunque muchas permanecieron sin solución durante siglos. Pierre de Fermat, que propuso el ahora famoso "último teorema", estaba estudiando estos mismos acertijos en 1637, cuando pensó en una ecuación diofántica que no tenía solución. Anotó en el margen de la página 85 de su copia de la Arithmética: "Si el entero n es mayor que 2, entonces no existen tres números enteros tales que $x^n + y^n = z^n$". Fermat no dejó ninguna prueba y hubo que esperar hasta 1994 para que se hallara una.


DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX.
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.
Nunc primùm Græcè & Latinè editi, atque absolutissimis Commentariis illustrati.
AVCTORE CLAVDIO GASPARE BACHETO MEZIRIACO SEBVSIANO, V.C.
LVTETIAE PARISIORVM,
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via Iacobæa, sub Ciconiis.
M. DC. XXI.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

La obra original de Diofanto, Arithmetica, tenía 13 volúmenes pero solo seis han sobrevivido. Esta es una traducción latina publicada en 1621.

EL ENIGMA DE DIOFANTO

La inscripción en la tumba de Diofanto era una expresión polinomial, donde la variable desconocida sería la edad del matemático: "Transeúnte, esta es la tumba de Diofanto. Es él quien con esta sorprendente inscripción te dice cuántos años vivió. La infancia de Diofanto duró un sexto de su edad. Le creció barba después de un duodécimo más. Después de un séptimo más de su vida, se casó. Cinco años después, él y su esposa tuvieron un hijo que, una vez llegó a la mitad de la edad de su padre, sufrió una muerte desafortunada. Su padre debió sobrevivirlo, llorando, durante cuatro años. De esto, deducid su edad". (Respuesta: 84)

19 Sistema de numeración indoarábigo

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL UTILIZADO HOY EN DÍA TIENE SUS RAÍCES EN LA INDIA EN EL SIGLO VI. Sin embargo, tan prácticos como nos parecen los números del 1 al 9 hoy en día, tardaron 1.000 años más en aceptarse mundialmente.

La evolución de nuestros dígitos modernos puede ser trazada desde los numerales Brahmí que datan del siglo III a. C. El cero apareció más o menos al mismo tiempo que la notación posicional en el sistema de conteo babilonio de base 60, pero luego se sumó sin problema a los números indoarábigos.

Mientras el mundo occidental lidiaba tediosamente con los números romanos, India y China se beneficiaron de un sistema posicional similar al moderno. La diferencia era que la decena, la veintena y otros múltiplos de diez tenían sus propios símbolos. La innovación en el siglo VI fue añadir el número cero y eliminar los numerales mayores que el nueve. Este sistema se extendió rápidamente con las conquistas islámicas en el s.VII, y pronto se usó desde Córdoba hasta Calcuta. Como resultado, hoy en día lo conocemos como el sistema de numeración indoarábigo.

Liber Abaci

Mientras tanto, incluso en el siglo XII los europeos aún seguían contando y calculando con números romanos. Los mercaderes que se aventuraron a través del Mediterráneo para comerciar en África estaban asombrados de la velocidad con la que sus colegas árabes podían calcular y luego presentar los precios actualizados. Uno de dichos viajeros fue Leonardo de Pisa, un joven italiano ahora más conocido como Fibonacci. Leonardo acompañó a su padre en los viajes a los países árabes, donde no solo conoció el sistema de numeración sino también aprendió de los eruditos locales cómo utilizarlo en matemáticas. En 1202, el italiano presentó sus hallazgos en un libro, *Liber Abaci*. Leonardo presentó el nuevo sistema de numeración y los rápidos métodos de cálculo como herramientas prácticas para los comerciantes. Al hacerlo, sacó a las matemáticas europeas del oscurantismo, y encendió el fuego de una cultura comercial que colocaría a Europa en el centro del poder mundial en los siglos venideros.

El sistema indoarábigo fue la fuente de un acalorado debate en Europa durante varios siglos entre los algoristas, sus partidarios, y los abacistas. Los abacistas insistían en que los números romanos y el tablero de contar eran superiores a los cálculos escritos de los algoristas. El debate finalmente terminó en el siglo XVI cuando los números romanos fueron confinados a la historia.

20 Algoritmos

UN ALGORITMO ES UN PROCEDIMIENTO PASO A PASO PARA RESOLVER CUESTIONES, QUE BUSCA ELIMINAR EL ENSAYO Y ERROR EN LOS PROCESOS INVESTIGATIVOS. La palabra proviene del árabe, con grandes avances hechos por los eruditos islámicos en el siglo IX. Sin embargo, el concepto llevaba practicándose desde hacía más de un milenio.

Al-Khwarizmi tiene una larga lista de reconocimientos. Fue fundamental en la introducción de la coma decimal en las matemáticas europeas, pionero en la trigonometría y realizó algunos de los mapas más precisos de su época.

Hoy en día la palabra *algoritmo* se asocia a menudo con los ordenadores, a veces tomando un papel central en alguna película de acción, donde un algoritmo informático está a punto de poner de cabeza el orden mundial. Puede resultar algo decepcionante el hecho de escuchar que un algoritmo, es solo un conjunto de instrucciones que deben ser ejecutadas en un orden específico para producir siempre el resultado esperado. Todos los programas de ordenador son algoritmos. El mismo Euclides en su obra fundamental los *Elementos* formuló un algoritmo hace 2.300 años. Sin embargo, él no pudo haberlo llamado algoritmo. Este término deriva de *algoritmi*, el nombre latinizado de Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi, matemático persa del s. IX a.C.

ALGORITMO DE EUCLIDES

El procedimiento conocido hoy como algoritmo de Euclides sirve para hallar el máximo común divisor (MCD) de dos números, en otras palabras, un tercer número que es el mayor valor que puede dividir exactamente a ambos. Los números iniciales deben ser compuestos (no primos; los primos no tienen divisores comunes). El proceso se inicia dividiendo el mayor entre el menor y presentando el resultado como cociente (el número de veces que se divide) y resto. Entonces el número inicial menor se divide entre el resto, a continuación cada resto divide a su predecesor, hasta que el resto sea cero.

MCD DE 4,433 Y 1,122:

4,433 SE DIVIDE ENTRE 1,122: COCIENTE 3, RESTO 1,067
1,122 SE DIVIDE ENTRE 1,067: COCIENTE 1, RESTO 55
1,067 SE DIVIDE ENTRE 55: COCIENTE 19, RESTO 22
55 SE DIVIDE ENTRE 22: COCIENTE 2, RESTO 11
22 SE DIVIDE ENTRE 11: COCIENTE 2, RESTO 0
EL MCD DE 4,433 Y 1,122 ES 11

Proceso formal

A Al-Khwarizmi se le relaciona con los algoritmos por su libro, *Compendio de Cálculo por Compleción y Comparación*. Allí dejó un proceso estándar para resolver ecuaciones lineales y cuadráticas (también introdujo muchos de los conceptos del *álgebra*). Desarrolló un procedimiento formal para trabajar con cualquier problema. Implicaba la reducción del mismo a una de seis formas estándar, para luego eliminar las unidades negativas, las raíces y los cuadrados.

Los algoritmos se han convertido en herramientas para automatizar la lógica, eliminando las soluciones por ensayo y error. En la década de 1840, Ada Lovelace desarrolló un proceso algorítmico para la primitiva computadora de Charles Babbage (si esta se hubiera construido); 1.100 años después de al-Khwarizmi, el algoritmo fue la pieza central en la Máquina de Turing, un experimento precursor de la computación digital.

21 Criptografía

LOS CÓDIGOS SON TAN ANTIGUOS COMO LOS SECRETOS, Y LAS TÉCNICAS PARA DESCIFRARLOS LES PISARON LOS TALONES. LOS PRIMEROS CÓDIGOS NO NECESITABAN LAS MATEMÁTICAS. En el s. IX, un filósofo árabe desarrolló un método matemático para desvelar el significado oculto de los mensajes.

En sentido estricto, un código es una forma de ocultar un significado mediante el cambio de palabras completas. A menudo una "palabra clave" es suficiente para transmitir un mensaje. Por ejemplo, todos conocemos el significado de *Día D*, pero por suerte pocos lo sabían antes de dicho acontecimiento. Lo que puede malinterpretarse como un código, una secuencia sin sentido de letras, números u otros caracteres es realmente un cifrado, que ha sido oculto utilizando una clave. La clave es el sistema que convierte el mensaje original (texto plano en jerga criptográfica), en algo ilegible.

La clave es el punto débil para mantener el mensaje seguro. Sin ella los descifradores deben utilizar la "fuerza bruta", intentando todas las posibles permutaciones de letras. Hasta las innovaciones del siglo IX, probablemente esto funcionó a pesar de emplear mucho tiempo. En ese momento era suficiente una clave de sustitución, en la que las letras del *texto plano* eran cambiadas de acuerdo a un esquema preestablecido.

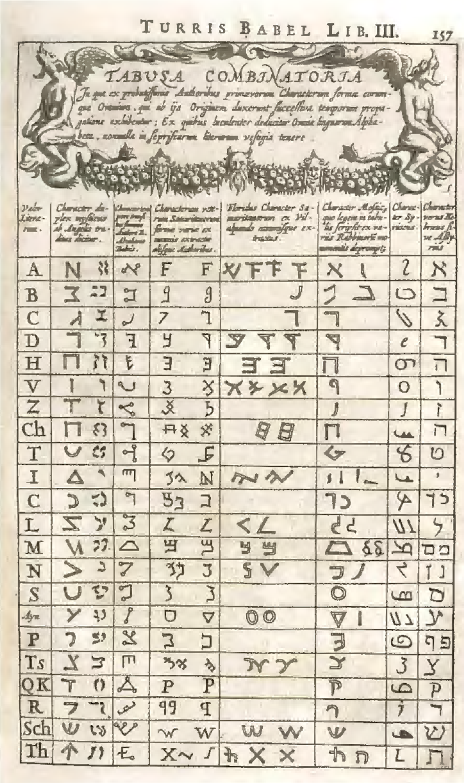


Tabla lingüística del siglo XVII que muestra los caracteres utilizados en los principales alfabetos del mundo. El trabajo de 1679, llamado Turris Babel (Torre de Babel), obra del alemán Athanasius Kircher, también contenía detalles de su uso en criptografía.

Al-kindi, un erudito de Bagdad, cambió todo esto al desarrollar el análisis de frecuencia. Este se basa en el hecho de que ciertas letras aparecen de forma más frecuente que otras. La probabilidad es que el carácter más común en el cifrado de una frase en inglés represente la *e*, y entonces se construye una clave probable con esto como base. Si no funciona, entonces será *t*, la siguiente letra más común. Cuanto más largo sea el cifrado, mayor probabilidad de que se ajuste al promedio.

Incluso las más ingeniosas claves perdían eficacia frente al sistema de al-Kindi. Una víctima destacada fue María, reina de Escocia, quien cifraba sus cartas con un conjunto único de caracteres. El análisis de frecuencia reveló evidencias de una traición interna, y fue ejecutada por Isabel I en 1587.

IUJOMU IKYGX

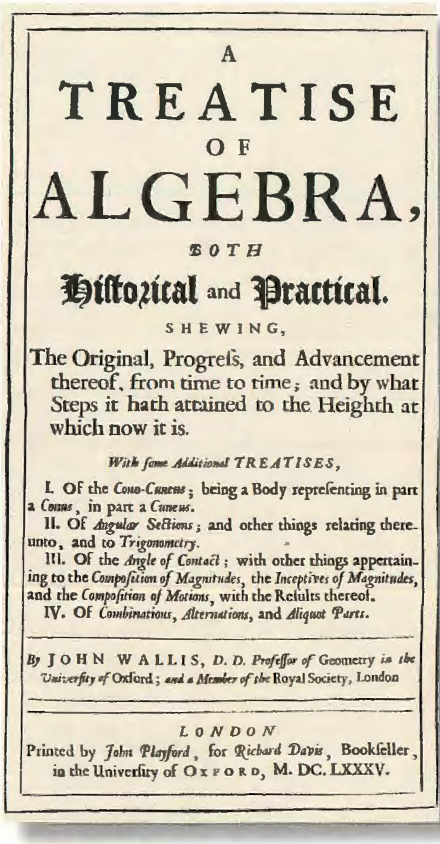
CÓDIGO CÉSAR

Julio César dio nombre a un cifrado simple que utilizó para encriptar sus órdenes. La clave debajo debería ser suficiente para descubrir nuestro título cifrado. Este cifrado en particular es una clave de 7, el alfabeto ha sido saltado 7 lugares. Aunque los generales de César cambiaran sus claves con frecuencia, este código distaba mucho de ser seguro. Sin embargo, habría frustrado a los enemigos que Roma solía enfrentar en las batallas, que eran poco instruidos.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F

22 Algebra

NINGUNA VIÑETA SOBRE CIENCIAS ESTÁ COMPLETA SIN UNA PIZARRA LLENA DE COMPLICADAS ECUACIONES. Pero más que un atajo a la abstracción, el álgebra es un principio básico, la gramática sobre la que se asienta el lenguaje de las matemáticas.



A
TREATISE
OF
ALGEBRA,
BOTH
Historical and Practical.
SHEWING,
The Original, Progrefs, and Advancement thereof, from time to time; and by what Steps it hath attained to the Heighth at which now it is.

With fome Additional TREATISES,

I. Of the Cono-Cuneus; being a Body reprefenting in part a Conus, in part a Cuneus.
II. Of Angular Sections; and other things relating thereunto, and to Trigonometry.
III. Of the Angle of Contact; with other things appertaining to the Compofition of Magnitudes, the Inceptives of Magnitudes, and the Compofition of Motions, with the Refults thereof.
IV. Of Combinations, Alternations, and Aliquot Parts.

By JOHN WALLIS, D. D. Profeffor of Geometry in the Univerfity of Oxford; and a Member of the Royal Society, London

LONDON
Printed by John Playford, for Richard Davis, Bookfeller, in the Univerfity of OXFORD, M. DC. LXXXV.

Tratado de Álgebra *de John Wallis de 1685. Fue tanto un manual práctico de los métodos de álgebra de su tiempo como una guía de historia del álgebra.*

El término *álgebra* fue otro legado de al-Khwarizmi, el erudito islámico que dirigió la Casa de la sabiduría (Bayt al-Hikma) en Bagdad. En este incomparable ambiente intelectual, sus miembros sobresalieron en matemáticas, astronomía, alquimia, medicina, astrología, zoología y geografía, popularizando el uso de los numerales indoarábigos y del punto decimal indio. En su influyente texto del año 820, introdujo la palabra *al-Jabr,* que significa "restauración" o "conclusión", de donde deriva nuestro término "álgebra". Aunque no fue el primero en representar cantidades desconocidas como variables no numéricas, al-Khwarizmi contribuyó a formalizar la manera de despejar ecuaciones. Cuatro siglos después, a principios del s. XIII, el matemático italiano Fibonacci, introdujo el álgebra en una Europa que seguía luchando con los números romanos.

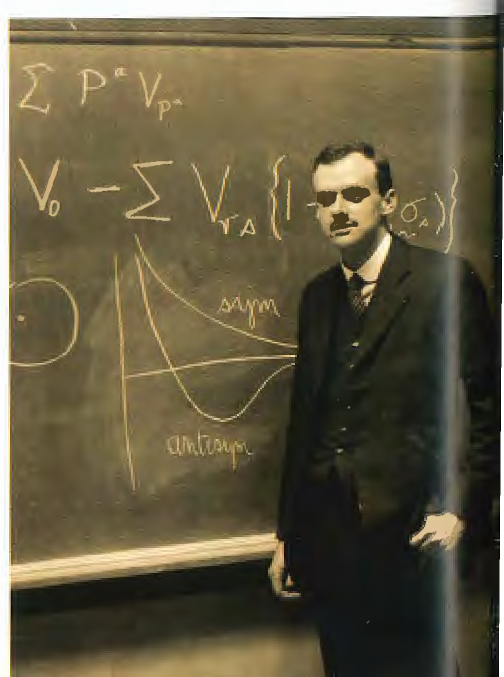
Para qué sirve el álgebra

El álgebra permite traducir "problemas expresados en palabras" al lenguaje matemático. Al-Khwarizmi la utilizó para resolver ecuaciones cuadráticas. Expresiones algebraicas como $2x-3=5$ son llamadas ecuaciones, en oposición a las identidades ($2+2=4$) y las relaciones ($F=ma$). La notación de x e y, llegó mucho después; al-Khwarizmi solo utilizó palabras para presentar los problemas. Sin embargo, despejó las ecuaciones: cualquier operación que era realizada en un lado también lo era en el otro.

El poder del álgebra se extiende mucho más allá de averiguar cantidades desconocidas. Sustituyendo los números por símbolos se obtiene una expresión matemática que va de lo específico a lo general. Las ecuaciones son universales y son independientes de los números introducidos, la solución siempre es correcta.

En la década del 1600, el matemático francés René Descartes vinculó el álgebra a la geometría, con lo que las ecuaciones podían ser dibujadas como formas en un gráfico. De la misma manera, las funciones de x podían ser introducidas en ejes de coordenadas, abriendo el camino para describir geometrías de dimensiones superiores.

Paul Dirac, un físico cuántico británico, utilizó el álgebra para describir las propiedades del electrón, y al hacerlo reveló la existencia de la antimateria. Todo con una fórmula algebraica.



23 Serie de Fibonacci

EL NOMBRE LEONARDO DE PISA NO HA SIDO MUY PROCLAMADO A TRAVÉS DE LOS SIGLOS, AUNQUE SU APODO FIBONACCI SEA MUCHO MÁS FAMILIAR. El impacto de este italiano del siglo XIII es imposible de cuantificar. No solo transformó la manera en la que los europeos contaban, sino que descubrió una de las secuencias de números más asombrosas en la historia de las matemáticas.

Las semillas de girasol forman espirales en sentido de las agujas del reloj y en sentido contrario. El número de espirales en cada sentido se encuentra en la serie de Fibonacci. La cantidad de espirales con sentido de las agujas del reloj siempre será o el siguiente o el anterior número de la secuencia con respecto a las espirales en sentido contrario.

Escondido en el libro de Fibonacci *Liber Abaci* existe un problema aparentemente trivial acerca de cómo los criadores pueden predecir el número de sus ejemplares. Sin embargo, el llamado "problema del conejo" revela un patrón de números que aparecerían una y otra vez en las matemáticas del crecimiento, la proporción y hasta en la belleza: *"¿Cuántos pares de conejos tendremos en un año a partir de ahora si comenzamos con un par que produce otro par cada mes, que a su vez serán productivos después de dos meses?"* Comenzamos con un par; un mes después aún se tiene un par, aunque ahora la hembra está en estado; dos pares el segundo mes; tres en el tercero (recuerde que los recién nacidos no pueden reproducirse todavía); luego cinco pares en el cuarto mes, ocho en el quinto. A final de año tendrá 144 conejos. Un estudio más cuidadoso de la secuencia revela que cada número es la suma de los dos números previos. Se ha encontrado que esta lista de números, ahora conocida como la Serie de Fibonacci, juega un papel relevante en las formas de las flores y en otros patrones en la naturaleza y en el arte.

CONEXIÓN ÁUREA

La serie de Fibonacci posee una conexión sorprendente con la proporción áurea, expresada como el número phi, a la que se llegó de manera distinta. Al dividir sucesivamente los números de Fibonacci entre sus predecesores, los cocientes resultantes tienden a phi. Nunca llegan a su valor de forma precisa, pero para el 10º lugar en la secuencia el resultado tiene menos que una milésima de diferencia.

Lugar (n)	Número (a)	Número de Fibonacci/ predecesor	Diferencia de phi (Φ)
1	1		
2	1	1,000000000000000	-0,618033988749895
3	2	2,000000000000000	+0,381966011250105
4	3	1,500000000000000	-0,118033988749895
5	5	1,666666666666667	+0,048632677916772
6	8	1,600000000000000	-0,018033988749895
7	13	1,625000000000000	+0,006966011250105
8	21	1,615384615384615	-0,002649373365279
9	34	1,619047619047619	+0,001013630297724
10	55	1,617647058823529	-0,000386929926365
11	89	1,618181818181818	+0,000147829431923
12	144	1,617977528089888	-0,000056460660007
13	233	1,618055555555556	+0,000021566805661
14	377	1,618025751072961	-0,000008237676933
15	610	1,618037135278515	+0,000003146528620
16	987	1,618032786885246	-0,000001201864649
17	1597	1,618034447821682	+0,000000459071787
18	2584	1,618033813400125	-0,000000175349770
19	4181	1,618034055727554	+0,000000066977659
20	6765	1,618033963166707	-0,000000025583188

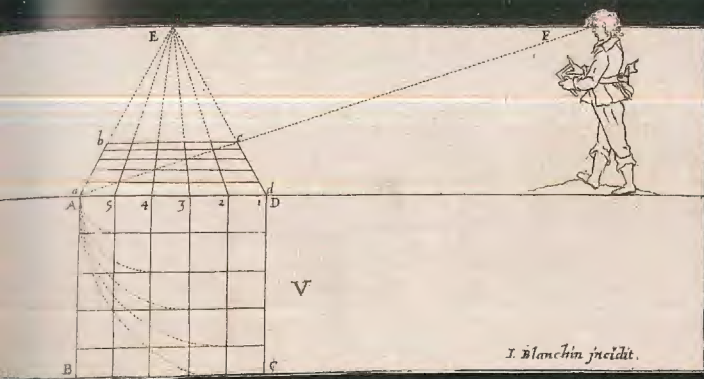
EL RENACIMIENTO Y LA ERA DE LA ILUSTRACIÓN

24 Perspectiva geométrica

LA PERSPECTIVA GEOMÉTRICA O LINEAL ES UN MEDIO DE CREAR LA ILUSIÓN DE PROFUNDIDAD EN UNA PINTURA. Las técnicas para producir representaciones realistas de objetos tridimensionales en una superficie bidimensional fueron formuladas por primera vez en Italia durante el siglo XV.

La perspectiva lineal se basa en el hecho de que los objetos se ven más pequeños a medida que se alejan, y las líneas paralelas y los planos que se distancian del observador convergen en un punto lejano o punto de fuga. El pintor del s. XIII Giotto, creaba la impresión de profundidad mediante líneas inclinadas. Aquellas por encima de los ojos del observador se inclinaban hacia abajo y las de abajo se inclinaban hacia arriba.

Albrecht Dürer presentó un compendio de técnicas geométricas para producir perspectiva en el arte en su Underweysung der Messung mit dem Zirckel und Richtscheyt (Cuatro libros de mediciones). *Este grabado en madera de su trabajo de 1522 da instrucciones precisas sobre cómo dibujar un laúd con precisión.*



Este diagrama del monje, pintor y matemático francés del siglo XVII Jean-François Niceron, muestra cómo las líneas paralelas se fusionan en el punto de fuga cuando son dibujadas en perspectiva.

Las líneas a los lados se ladeaban hacia el centro. La primera persona a quien se atribuye una comprensión matemática de la perspectiva fue al italiano Filippo Brunelleschi. Brunelleschi fue un arquitecto (la cúpula de la catedral de Florencia fue uno de sus trabajos) y trabajó en la relación entre la longitud real de un objeto y la forma en cómo esta longitud cambia dependiendo de a qué distancia se encuentre del observador.

Obras maestras

Su colega italiano León Battista Alberti fue el primero en escribir acerca de la perspectiva lineal en su libro de 1435, Della Pittura. Alberti desarrolló la idea de la pirámide visual. La pirámide tiene su punto de origen, o vértice, en el ojo del espectador. Los lados de la pirámide se extienden hacia el exterior desde el vértice, siguiendo el borde del campo visual. La pintura puede ser imaginada como un plano que intersecta la pirámide, y el vértice de ésta es el punto de vista ideal. El punto de fuga en la imagen, en el que las líneas convergerían, se visualiza tan lejos del plano, como el vértice está al frente de él. Los artistas tuvieron que ver la pintura como una ventana a través de la cual el observador miraba la escena. El horizonte aparece a través del cuadro al nivel de los ojos, y el punto de fuga se localizaba en algún lugar cerca del centro de esa línea. Esta técnica se llama perspectiva de un punto.

Durante el Renacimiento, la mejor explicación matemática sobre la perspectiva la realizó Piero della Francesca, un destacado matemático y artista. Desarrolló una fórmula matemática para calcular el tamaño en el que un objeto debía ser pintado en el lienzo en relación a su distancia con el observador. También representó objetos más complejos utilizando dos reglas, una para medir el ancho y otra para la altura, desarrollando, en efecto, un sistema de coordenadas con el que se podía dibujar correctamente la posición de los puntos del objeto que se estaba representando.

CAMBIO DE PERSPECTIVA

Hans Holbein fue un maestro en el arte de la perspectiva. Su famosa pintura *Los Embajadores* (1533) muestra a dos hombres junto a un número de objetos asociados con las artes y la educación: una demostración de sus habilidades para representar objetos y personas. En el primer plano de la pintura hay un objeto distorsionado. Solamente cuando el observador mira la pintura desde la derecha, y lejos, se revela como una calavera humana. Holbein utilizó la anamorfosis, sesgando la perspectiva de forma que el objeto solo aparece correctamente desde un punto de vista en concreto.

25 Ecuaciones no lineales

UNA ECUACIÓN LINEAL PRODUCE UNA LÍNEA RECTA CUANDO SE REPRESENTA EN UN GRÁFICO. Se atribuye el descubrimiento de la primera relación no lineal a un músico, padre de Galileo, en la década de 1580.

Vincenzo Galilei fue un compositor y tocaba el laúd. Mientras su hijo mayor se convertía en científico, el menor, Michelagnolo, fue un músico virtuoso.

La relación entre los tonos musicales y la longitud de una cuerda pulsada fue descubierta por Pitágoras como una relación lineal. Durante siglos se asumió que si se incrementaba la tensión en la cuerda para producir notas más altas, se seguía la misma relación. Vincenzo Galilei demostró que la razón de los intervalos era proporcional a la longitud de la cuerda, pero también variaba de acuerdo al cuadrado de la tensión. Para instrumentos de viento, el intervalo variaba según el cubo del volumen de aire vibrando dentro. Entonces, un intervalo perfecto de una quinta podía ser producido por cuerdas similares que diferían en longitud en una razón de 3:2, por cuerdas similares que diferían en tensión de 9:4, y por una columna de aire que difiere en volumen en una razón de 27:8.

26 Ley del Péndulo

SE DICE QUE GALILEO GALILEI DESCUBRIÓ EL PRINCIPIO DEL PÉNDULO SIENDO ESTUDIANTE EN 1582 durante una misa en la catedral de Pisa, Italia. Según la historia, se dio cuenta de que la lámpara colgante del techo se balanceaba adelante y atrás.

Una lámpara colgante en la catedral de Pisa aún lleva el nombre de Galileo.

La lámpara había sido puesta en movimiento por el sacristán que acababa de encender las velas. Galileo midió el tiempo de oscilación de la lámpara, utilizando su propio pulso como patrón de medida, y se percató de que mientras la extensión o amplitud de la oscilación disminuía en el tiempo, cada oscilación completa adelante y atrás siempre tomaba la misma cantidad de tiempo.

Sea cierta o no esta historia, Galileo inició un estudio completo acerca del péndulo algunos años después, alrededor de 1602. También fue capaz de demostrar que el período de oscilación de un péndulo simple es proporcional a la raíz cuadrada de su longitud. Los cambios en la masa del péndulo, no tienen efecto en el período: una masa mayor oscila con la misma frecuencia que una más ligera. El descubrimiento de esta propiedad de los péndulos, llamada "isocronismo" (que significa mismo tiempo) iba a dar lugar a la invención de los primeros relojes mecánicos precisos. El mismo Galileo realizó un diseño para un reloj de péndulo, pero este nunca se construyó.

Una réplica del reloj de péndulo diseñado por Galileo en el siglo XVII.

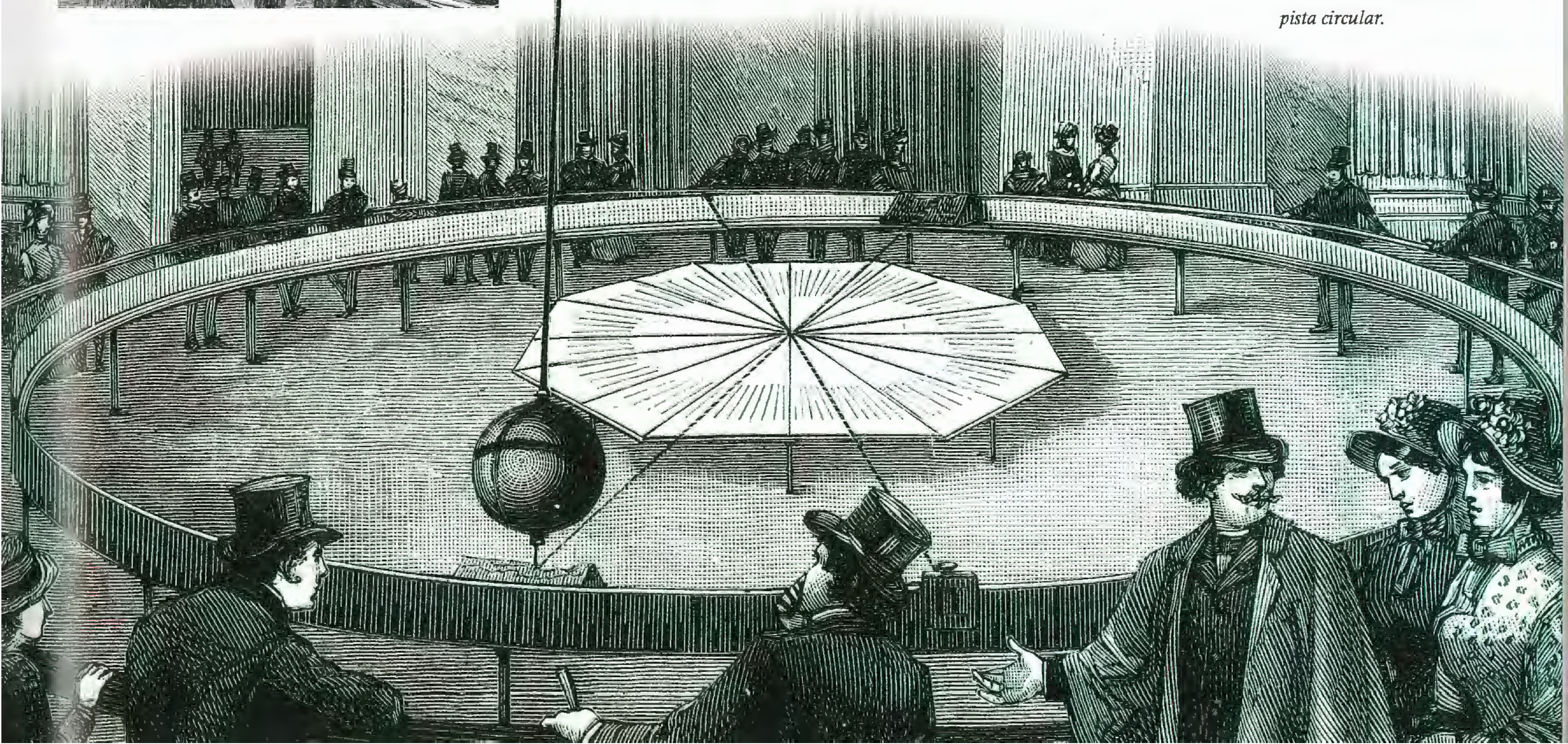
El abuelo de los relojes

El científico Holandés Christiaan Huygens construyó el primer reloj de péndulo en 1656. El primer reloj mecánico que conocemos fue uno en Milán en 1335: operaban por medio de un peso que caía con una velocidad controlada. Estos relojes ganaban o perdían 15 minutos o más en el curso del día. El reloj que Huygens diseñó tenía el mismo mecanismo para mover las agujas, pero usaba la oscilación del péndulo para liberarlas. Moviendo el peso arriba o abajo regulaba el período de oscilación a exactamente un segundo.

El trabajo de Huygens sobre los péndulos fue utilizado por Robert Hooke y otros para formular las bases matemáticas de las oscilaciones -incluso las vibraciones de los átomos.

Analizó el movimiento de los péndulos, demostrando que para que las oscilaciones fueran isócronas, el peso debía seguir una curva en forma de arco cicloide. Los péndulos oscilan en arcos circulares, por lo que el tiempo de cada oscilación cambia ligeramente con el ángulo. En el caso de sus relojes, un pequeño ángulo de oscilación significaba que cualquier variación en el período sería despreciable, pero carecería de la potencia para operar el mecanismo. En 1673, Huygens construyó un reloj donde la parte superior del péndulo era un alambre flexible que basculaba en contra de una superficie de metal curvada, que cambiaba la longitud del péndulo ligeramente cuando este se abría, corrigiendo cualquier diferencia en el período debido a la variación en el ángulo. Esto permitió ángulos de oscilación grandes que podían mover el mecanismo.

En 1851, Léon Foucault erigió un gran péndulo en París para proveer la primera prueba de la rotación de la Tierra que no estaba basada en el movimiento de los cuerpos celestes. El péndulo mantenía su dirección de oscilación, mientras el planeta rotaba debajo de él -así después de varias horas el péndulo parecía cambiar alrededor de su pista circular.



27 x e y

A FRANÇOIS VIÈTE SE LE LLAMA A VECES EL "PADRE DEL ÁLGEBRA", aunque no la inventó. Sin él, las conocidas ecuaciones serían irreconocibles.

El primer símbolo de igualdad (=) apareció en el Whetstone of Witte, *un libro de matemáticas de 1559 escrito por el inglés Robert Recorde.*

La contribución del matemático francés del siglo XVI fue representar constantes conocidas y cantidades desconocidas en las ecuaciones: utilizó consonantes para cantidades conocidas y vocales para las desconocidas. El enfoque de Viète le permitió resolver problemas que habían derrotado a eruditos anteriores. También permitió analizar las relaciones entre los valores de los coeficientes de la ecuación y sus soluciones.

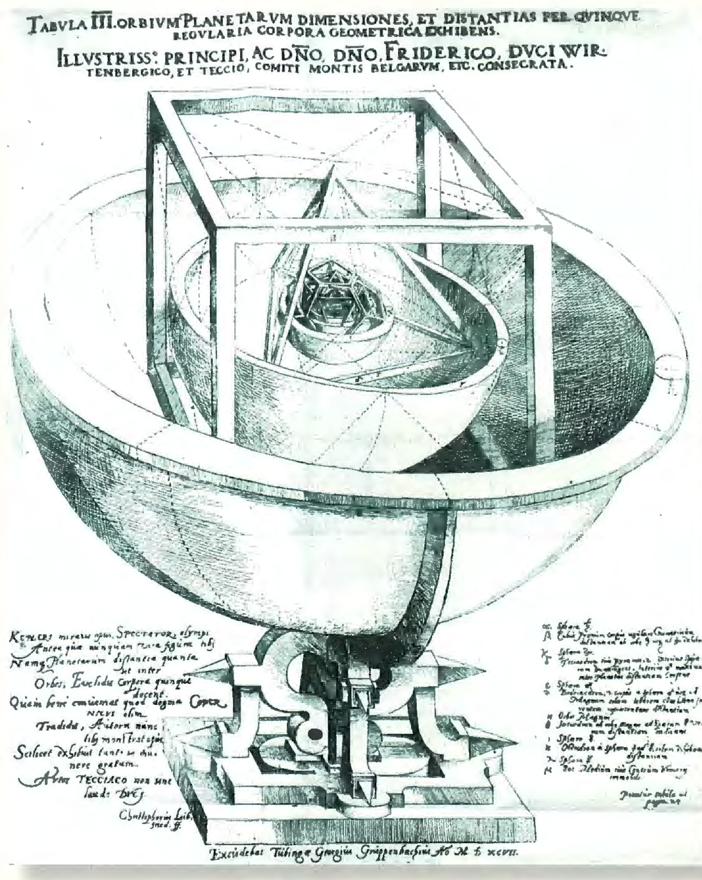
Viète descifró un código de más de 500 caracteres utilizado por Felipe II durante su guerra contra los hugonotes franceses. Felipe estaba tan seguro que su código era inviolable, que se quejó ante el Papa de que habían utilizado magia negra satánica.

28 Elipses

LA ELIPSE, UN TIPO DE CURVA PARECIDA A UN CÍRCULO APLANADO, ERA BIEN CONOCIDA POR LOS MATEMÁTICOS DE LA ANTIGUA GRECIA como formas producidas por el corte de conos, una compleja pero manejable tarea geométrica. En el siglo XVII, las matemáticas detrás de la humilde elipse se utilizaron para cambiar nuestra comprensión del papel de la Tierra en el Universo.

Durante siglos, las personas creyeron que la Tierra era el centro del Universo y que todas las estrellas y planetas se ubicaban en esferas que producían música cuando giraban a su alrededor. Cerca del año 260 a.C., el astrónomo griego Aristarco había sugerido que la Tierra orbitaba alrededor del Sol, pero esta idea era demasiado inverosímil para la gente de su época. Unos 1.800 años después, en 1543, el astrónomo polaco Nicolás Copérnico revolucionó la astronomía al mostrar que Aristarco estaba en lo cierto. La forma más simple de explicar los movimientos observados de los planetas era moviéndolos alrededor del Sol, y la Tierra era solo uno de los seis planetas que orbitaban la estrella.

El alemán Johannes Kepler fue un paso más allá cuando hizo un cuidadoso estudio del trabajo de su mentor, el danés Tycho Brahe. Brahe había realizado meticulosas observaciones del movimiento de Marte. 6 años de largos cálculos llevaron a Kepler a la conclusión de que la información observada no encajaba con la idea de que Marte describía un círculo alrededor del Sol. Marte se estaba moviendo en una elipse.

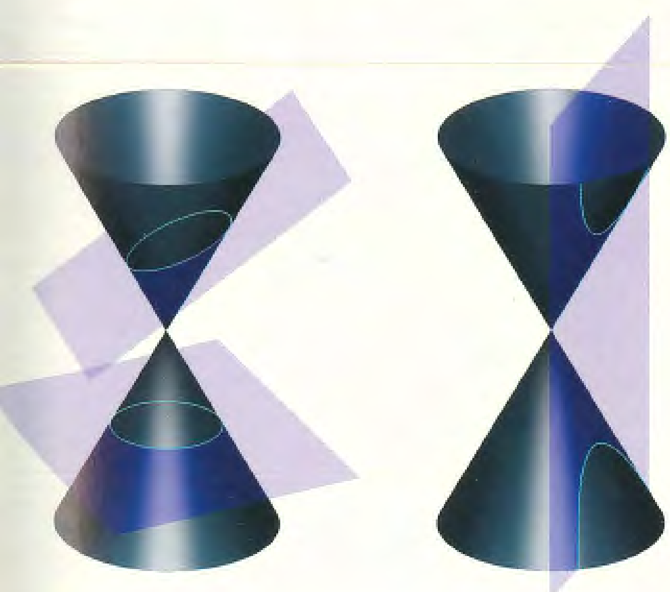


Kepler suscribía el concepto de los antiguos griegos acerca de que el Universo tenía una armonía matemática e invirtió muchos años intentando encontrar una forma de organizar las órbitas de los seis planetas conocidos como esferas inscritas dentro y fuera de los cinco sólidos platónicos.

Cambio de foco

Un círculo tiene solo un punto focal interno o foco: el centro. Una elipse, que es un círculo aplanado, tiene dos focos internos equidistantes del punto central a lo largo del eje mayor o más largo de la figura. En una elipse la suma de las distancias desde cualquier punto de la curva a los focos internos es una constante. Una elipse se vuelve más excéntrica cuando la distancia entre los focos se incrementa. Los círculos y las elipses pertenecen a la familia de curvas conocidas como secciones cónicas, formadas por un plano que corta un cono desde diferentes ángulos.

Estos resultados de Kepler acerca de las órbitas elípticas condujeron a la declaración de su primera ley del movimiento planetario en 1609 (coincidiendo con el año en que Galileo dirigió su telescopio hacia el espacio y descubrió las lunas de Júpiter). El trabajo de Kepler se conoce como "ley de las elipses", y establece que todos los planetas orbitan el Sol en una trayectoria que forma una elipse, con el Sol ubicado en uno de sus focos.



La elipses forman parte de las "secciones cónicas", curvas formadas por planos que cortan (seccionan) conos en diferentes ángulos. Además de elipses y círculos, las secciones cónicas producen curvas parábolas (izquierda) e hipérbolas (derecha).

Fuerza conductora

Kepler no entendía qué mantenía a los planetas en sus órbitas. Teorizó que existía algún tipo de fuerza magnética que atraía los planetas hacia el Sol en la mitad de su trayectoria y los repelía en la otra mitad. Kepler sabía que la atracción de la gravedad de la Luna causaba las mareas, pero falló en relacionarlo con las órbitas de los planetas porque creía que debía existir una fuerza que empujara constantemente y mantuviera los planetas moviéndose en las órbitas. La explicación de por qué los planetas se mueven en elipses y no en círculos tuvo que esperar otros 80 años y los descubrimientos de Isaac Newton relativos a la gravedad y el movimiento.

29 Logaritmos

ANTES DE LAS CALCULADORAS Y LOS ORDENADORES, LOS LOGARITMOS ERAN LA MEJOR MANERA DE CALCULAR. Fueron inventados por John Napier, Barón de Merchiston, un excéntrico escocés rara vez visto sin sus mascotas, un gallo y una araña.


MIRIFICI
Logarithmorum
Canonis descriptio,
Ejusque usus, in utraque Trigonometria; ut etiam in omni Logistica Mathematica, Amplissimi, Facillimi, & expeditissimi explicatio.
Authore ac Inventore,
IOANNE NEPERO,
Barone Merchistonii, &c. Scoto.
EDINBURGI,
Ex officinâ ANDREÆ HART
Bibliopôlæ, CIↃ. DC. XIV.

Portada de la obra de Napier Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio (Descripción del maravilloso canon de los logaritmos) *publicada en 1614.*

Los logaritmos son una forma de simplificar la multiplicación convirtiéndola en suma. Se logra usando de un llamativo hecho matemático acerca de la multiplicación de números elevados a potencias; para multiplicarlos entre ellos, solo sume las potencias. Por ejemplo, tome 2^2 multiplicado por 2^3: (2x2) x (2x2x2) = 2x2x2x2x2 = 2^5. El resultado es 2^5, porque debemos multiplicar 2 por él mismo 3 + 2 = 5 veces. Similarmente con los múltiplos de 10: 100 x 1000 = 10^2 x 10^3 = 10^5 = 100.000.

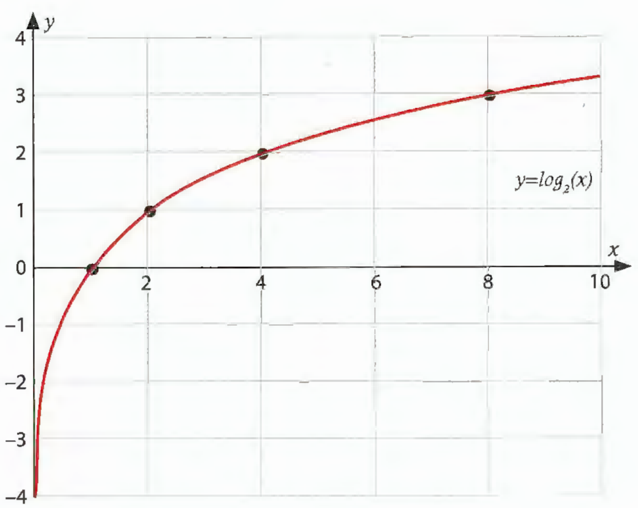
John Napier tuvo la idea de expresar todos los números como potencias de otros números, utilizando exponentes que no fueran enteros. Esto puede sonar confuso, pero una raíz cuadrada puede ser expresada como un número con una potencia 1/2 o 0,5: por ejemplo, $5^2 = 25^1$, entonces $25^{0,5} = 5$. Publicó sus ideas en su trabajo de 1614, modestamente titulado *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio (Descripción del maravilloso canon de los logaritmos)*, acuñando el término logaritmo de las palabras griegas *"logos"* (razón) y *"arithmos"* (número).

Utilizando base 10

Los logaritmos de Napier eran bastante engorrosos, ya que se basaban en potencias del número $1–10^{-7}$, o 0,9999999. Su colaborador, el matemático inglés Henry Briggs, sugirió una versión de los logaritmos utilizando el número 10 como base. En este sistema, el logaritmo de un número es la potencia a la que se necesita elevar 10 para obtener dicho número. Por ejemplo, el logaritmo en la base 10 de 100 es 2 (escrito $\log_{10}100 = 2$), porque $10^2 = 100$.

Briggs también desarrolló la primera tabla de logaritmos, publicada en 1624. Se convirtió

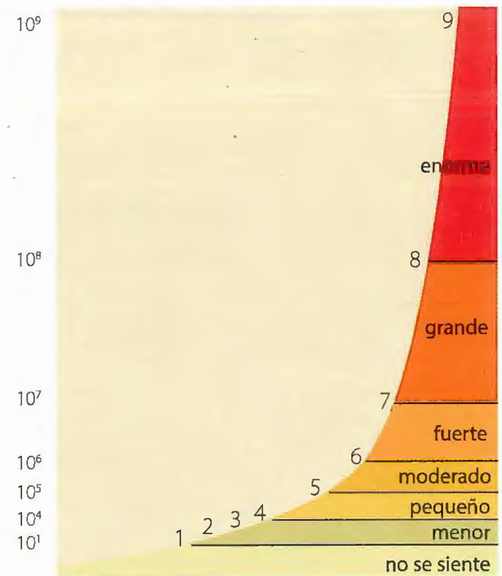
Este gráfico muestra cómo doblar (multiplicar por 2) un valor normal resulta en log_2 en un incremento de solo uno en su valor.



Una tabla de valores lineales (arriba) y sus equivalentes en log_2 (debajo).

1	2	4	8	16	32	64	128	256
0	1	2	3	4	5	6	7	8

en un fantástico dispositivo para ahorrar trabajo, utilizado por los científicos e ingenieros durante más de 250 años. La otra gran herramienta utilizada en gran parte del mismo período, la regla de cálculo, también estaba basada en los logaritmos. Para multiplicar un par de números entre ellos utilizando las tablas de logaritmos, solo se necesita ubicar sus logaritmos en la tabla y sumarlos. Mirar en la tabla de los antilogaritmos el número obtenido daría el resultado de su operación. Matemáticamente, los logaritmos son el inverso de los exponenciales y pueden ser de cualquier base. Por ejemplo, $\log_2 8 = 3$, porque $2^3 = 8$. Hoy en día el logaritmo que se utiliza con mayor frecuencia para describir la forma en que varían las cantidades en la naturaleza es el logaritmo *natural*, que utiliza el número *e* como base. En los datos económicos se pueden ver procesos de variación similares a los de la naturaleza, que es donde el número *e* se apareció a los matemáticos.



Uno de los ejemplos más familiares de la escala logarítmica es la escala de Richter, utilizada para medir la magnitud de los terremotos. Desarrollada en 1935 por Charles Richter en California, la escala está ideada para que un incremento de una unidad represente un aumento de diez veces en la potencia de los terremotos. Así, un terremoto de magnitud 5,0 en la escala de Richter libera diez veces más energía que uno que mida 4,0 y 100 veces más que un terremoto de magnitud 3,0.

Logaritmos en general

Una de las razones para utilizar las escalas logarítmicas es que son una forma mucho más compacta y clara de presentar conjuntos de datos con rangos muy grandes, si se la compara con la escala lineal. Por ejemplo, la escala del pH, que mide la acidez o alcalinidad, está basada en el logaritmo de la concentración de los iones de hidrógeno en la solución. En la realidad, estas concentraciones varían desde alrededor de 1,0 mol para un ácido muy concentrado, hasta alrededor de 0,00000000000001 mol para un álcali fuerte. En la escala del pH, esto se reduce a un rango entre 0 y 14 (un mol es una unidad de cantidad, equivalente a $6{,}0221415 \times 10^{23}$ unidades).

Los psicólogos también han descubierto que podría ser natural para los humanos pensar que los números mismos forman una escala tipo logarítmica. Estudios con personas de una tribu amazónica aislada, los munducuru, revelan que los adultos visualizan los números como menos distanciados a medida se vuelven mayores, produciendo una escala aproximadamente logarítmica. Para los números del 1 al 10, 1 y 2 están más alejados mientras que 9 y 10 están más juntos entre ellos, exactamente como lo vería un niño de preescolar en los países desarrollados. Los logaritmos parecen reflejar nuestras percepciones, desde la disminución del disfrute del quinto chocolate con relación al primero, hasta la aparente aceleración del tiempo a medida que envejecemos, mejor que la escala lineal.

EL PUNTO DECIMAL

El inventor de los logaritmos, John Napier, también tuvo un papel en la popularización del uso del punto decimal. A lo largo de su obra póstuma *Descripción del maravilloso canon de los logaritmos* publicada en 1619, Napier hizo uso de la moderna notación de un punto para separar en un número decimal la parte que es menor que uno. La idea de los cálculos con decimales había sido sugerida con anterioridad por el matemático holandés Simon Stevin en 1585. La notación de Napier era más simple y fácil de utilizar que la de Stevin, y luego se convertiría en la forma estándar, aunque es una coma en lugar de un punto lo que utilizan la mayoría de los países europeos en la actualidad.

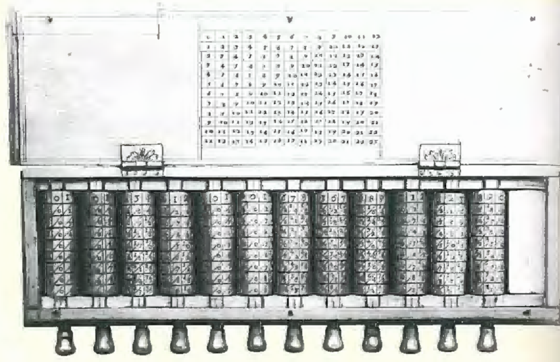
184.54290

184⓪5①4②2③9④0

Dos notaciones decimales: la moderna en la parte superior es original de John Napier, mientras que la inferior fue desarrollada por Stevin. Los números en círculos se relacionan con la potencia negativa de diez de los números que lo preceden.

30 El ábaco de Napier

JOHN NAPIER FUE CONOCIDO POR UN GRAN NÚMERO DE INNOVACIONES, y hoy una de las universidades de Edimburgo lleva su nombre. Hace honor a la invención de una calculadora simple.



El ábaco de Napier era parecido a un juego portátil de tablas de multiplicar.

El dispositivo es conocido como Ábaco de Napier. Es un conjunto de 10 varillas que ayudan al usuario a llevar a cabo largas multiplicaciones y otras operaciones aritméticas, como la división e incluso hallar raíces cuadradas y cúbicas. Las caras de las varillas llevan los números del 0 al 9 en la parte superior y los múltiplos del número escritos de una forma diagonal característica, a lo largo de la varilla hacia abajo. Cuando las varillas se colocan unas al lado de las otras en un marco, el producto de la multiplicación puede ser leído, aunque el usuario aún debe realizar las sumas para hallar el dígito correspondiente a cada lugar. Napier explicó su método en 1617, y más tarde desarrolló una versión más elaborada, un dispositivo que llamó *promptuary*.

31 Regla de cálculo

QUIEN RECUERDE HABER UTILIZADO UNA REGLA DE CÁLCULO, SEGURAMENTE LO HARÁ CON CARIÑO. Su elegante simplicidad, que permite hacer cálculos complejos en segundos, apenas ha sido superada por la calculadora. Pero las reglas de cálculo requieren que el usuario recuerde los valores y siga el progreso de los cálculos en lugar de solo escribir números.

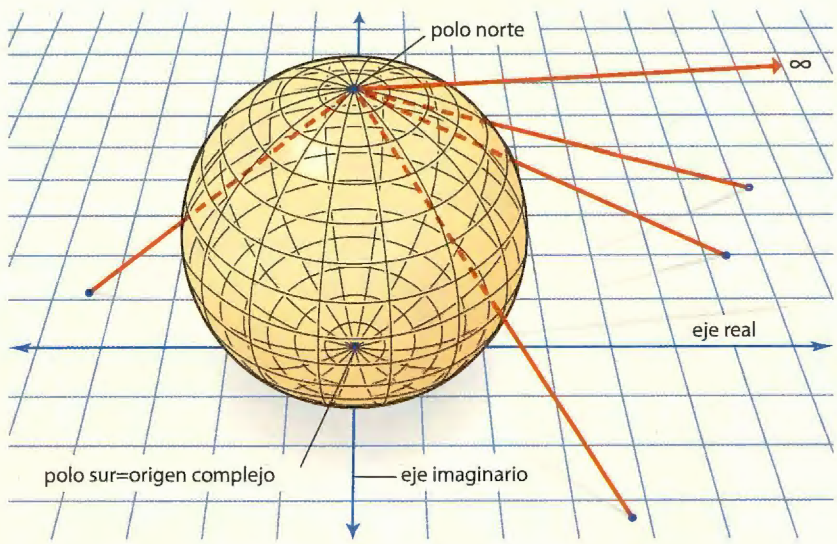
La regla de cálculo es descrita a menudo como el primer ordenador analógico ya que en su definición más básica un ordenador es un dispositivo (o una persona) que realiza cálculos generalmente complejos.

Como las tablas de logaritmos permiten multiplicar dos números mediante la suma de los valores leídos de las tablas, la regla de cálculo coloca los números en una escala logarítmica y los multiplica mediante la suma de sus longitudes. El primer dispositivo con escalas logarítmicas deslizándose unas sobre otras, fue inventado por el matemático inglés William Oughtred a principios de la década de 1620. La regla de cálculo se convirtió entonces en la calculadora más compleja de su tiempo. A pesar de que ahora están obsoletas, se dice que entre 1700 y 1975 cada innovación tecnológica se logró con la ayuda de una regla de cálculo.

32 Números complejos

LOS NÚMEROS ENTEROS SUSCRIBEN UN CONJUNTO DE REGLAS, NO MENOS IMPORTANTES QUE LOS PRESENTES EN LOS AXIOMAS DE EUCLIDES. Una condición que se deriva de ellas es que cuando dos números negativos se multiplican, su producto siempre es positivo; cualquier número cuadrado es positivo. Entonces: ¿cuál es la raíz cuadrada de un número negativo?

La raíz cuadrada de 4 ($\sqrt{4}$) es 2 ($2^2 = 4$). Sin embargo $\sqrt{4}$ puede ser –2 porque ($-2^2 = +4$). Para aclararnos, $2 \times -2 = -4$, y esta respuesta no es un cuadrado, porque es el producto de dos valores diferentes. Sin embargo, en el siglo XVI, las soluciones a las ecuaciones complejas involucraban las raíces cuadradas y cúbicas de números negativos y los matemáticos se vieron forzados a imaginar cómo serían.



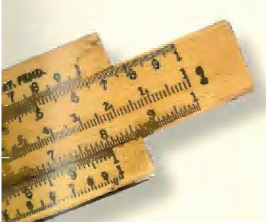
En 1806, a Jean-Robert Argand se le ocurrió el plano complejo, donde las componentes reales e imaginarias son trazadas en ejes perpendiculares. Este gráfico muestra una esfera de Riemann tridimensional, que contiene todos los números complejos menores que infinito (mostrado aquí como el polo norte).

En dos partes

En 1545, el matemático italiano Girolano Cardano se dio cuenta de que la raíz cuadrada de un número negativo podía tener uno imaginario, que llamó "fictitious". Poco después, Rafael Bombelli establece que la respuesta a algunas ecuaciones podrían ser expresadas con un componente "real" basada en la unidad 1 (que también es $\sqrt{1}$) y una imaginaria basada en la unidad i (debemos dar gracias a René Descartes por el término imaginario y a Leonhard Euler por el uso de i).

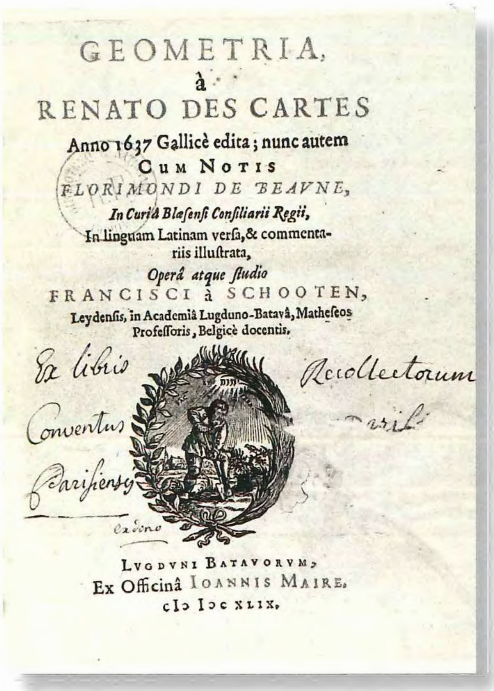
La unidad imaginaria i opera como 1 ($i + 2i = 3i$) pero forma la base de un conjunto diferente de números totalmente aparte de los número reales (no hay intersección entre los dos conjuntos, pero por lo demás son idénticos). Así, un número complejo puede ser $1 + i$ o $3 + 2i$. Cuando se suman o restan, las partes real e imaginaria se calculan por separado. En la multiplicación el coeficiente es aplicado a ambas partes. Carl Friedrich Gauss introdujo el término "número complejo" en 1831 y lo describió como "una sombra de las sombras", ya que creía que solo era el más simple en una jerarquía de otras cantidades imaginarias. En 1843 William Rowan Hamilton demostró que los números complejos son un subconjunto de los cuaterniones, que añaden una cuarta dimensión al espacio.

$$i^2 = -1$$



33 Coordenadas cartesianas

RENÉ DESCARTES (CONOCIDO COMO CARTESIUS EN LATÍN) ES MUY RECORDADO POR SU GRAN CITA "PIENSO, LUEGO EXISTO", pero también es el responsable del sistema de coordenadas que permite saber dónde estás después de saber que existes. La contribución matemática de Descartes no estaba inicialmente pensada para su uso en los mapas y la navegación, sino para unir geometría y álgebra.


GEOMETRIA,
à
RENATO DES CARTES
Anno 1637 Gallicè edita; nunc autem
CUM NOTIS
FLORIMONDI DE BEAVNE,
In Curiâ Blæsensi Consiliarii Regii,
In linguam Latinam versa, & commentariis illustrata,
Operâ atque studio
FRANCISCI à SCHOOTEN,
Leydensis, in Academiâ Lugduno-Batavâ, Matheseos Professoris, Belgicè docentis.
LVGDVNI BATAVORVM,
Ex Officinâ IOANNIS MAIRE.
cIↃ IↃc XLIX.

Edición en latín de La Géométrie de Descartes que fue publicada como un apéndice de su Discours de la Méthode de 1637. Este trabajo tuvo un profundo impacto, llevando casi directamente al desarrollo del cálculo por Isaac Newton.

De un estilo que hoy identificamos como "cerebrito" o "nerd", René Descartes era débil y pasó buena parte de su juventud en la cama. Sus profesores le permitían estar en ella hasta la hora del almuerzo, pero no por eso estaba ocioso, al contrario, era el estudiante más destacado en su colegio Jesuita en París. Tal como era de esperar, el hábito de descansar en la cama era difícil de abandonar y Descartes continuó haciéndolo durante su madurez. Mucho del trabajo matemático que encontramos en el *Discours de la Méthode (Discurso del método)* de 1637 se le ocurrió inicialmente mientras servía en el ejército holandés 20 años antes (aunque seguía en la cama).

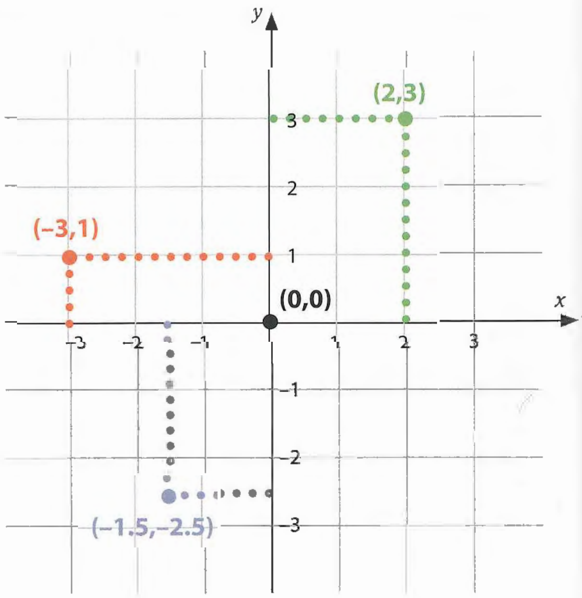
Mosca en la pared

Se dice que mientras pensaba una mañana, la vista de Descartes se posó sobre una mosca que trepaba por la pared. Se dio cuenta de que mientras su ruta podía ser representada geométricamente trazando un camino continuo, también podría ser descrita como una serie de puntos expresados de forma algebraica.

Ideó el "plano cartesiano" utilizando dos líneas numeradas perpendiculares, o ejes, para describir los puntos en una superficie plana. Descartes utilizó a y b, pero ahora llamamos al eje horizontal x y al vertical y (Pierre de Fermat, formuló de forma independiente un sistema tridimensional, con tres ejes. Hoy en día el tercer eje que se utiliza para dibujar el plano complejo, es el z).

Un punto en un mapa es un uso de las coordenadas cartesianas, pero estas también pueden convertir los términos algebraicos en líneas y las formas en álgebra. Un ejemplo es la ecuación de la línea recta $y = mx + c$, donde m es la pendiente de la recta, por la que debes multiplicar x para obtener y, mientras que c es el punto en el que y se hace igual a 0 y la línea corta el eje.

Las coordenadas Cartesianas siempre son escritas en la forma (x, y). El punto de cruce de los ejes es llamado el origen y tiene la coordenada (0, 0).



34 Leyes de la caída

EL TRABAJO DE GALILEO GALILEI MARCA EL COMIENZO DE UNA NUEVA TRADICIÓN: LA APLICACIÓN COMPLETA DE LAS MATEMÁTICAS A LAS CIENCIAS. Esto rompió la tradición existente basada en el pensamiento de Aristóteles de debatir las explicaciones cualitativas de los procesos naturales -incluida la caída- y convirtió a Galileo en uno de los primeros pensadores en creer que las leyes de la naturaleza están escritas en el lenguaje de las matemáticas.

Galileo utilizó los experimentos y las medidas para describir el movimiento con una ley matemática precisa. Algunos investigadores anteriores ya habían propuesto la "ley de los cuadrados": la distancia desde la que cae un cuerpo por la acción de la gravedad es proporcional al cuadrado del tiempo que tarda en caer. También se empezaba a entender que los cuerpos continúan en movimiento siempre, aunque no haya fuerzas que los empujen o tiren de ellos.

$$x = at^2$$

La ley de la caída de Galileo establece que la distancia en la que cae un objeto de cualquier masa es proporcional al cuadrado de la duración de su caída: una bola que cae por dos segundos cae desde cuatro veces más alto que el mismo objeto cayendo por un segundo. La a en la ley es un factor constante: luego se mostró que era la aceleración debida a la gravedad.

El enfoque de Galileo fue rechazar la noción de ímpetu como la razón por la que los cuerpos continúan en movimiento, junto con la idea aristotélica de que los cuerpos pesados caen a la tierra más rápido. En su lugar, Galileo basó sus descubrimientos en experimentos cuidadosos y en formular sus conclusiones como leyes matemáticas. Además de dejar firmemente establecida la ley de los cuadrados para la caída de los cuerpos, mostró que su velocidad es directamente proporcional a la duración de la caída. También dedujo que para un proyectil disparado en un ángulo hacia arriba, la curva del movimiento es una parábola que resulta de la combinación de su movimiento horizontal constante con su movimiento vertical variado.

En su libro de 1638, *Discurso y demostración matemática en torno a dos nuevas ciencias,* Galileo presenta el compendio más completo de sus leyes físicas basadas en las matemáticas. En esa época Galileo vivía bajo arresto domiciliario, al que había sido condenado en 1633 por promover la herética idea de que la Tierra se mueve alrededor del Sol, por lo que esta obra maestra tuvo que ser llevada de contrabando a un editor en los Países Bajos.

GALILEO Y LA TORRE INCLINADA

Uno de los mitos acerca de Galileo es que dejó caer esferas de diferentes pesos desde la torre Inclinada de Pisa. Cuando la esfera más ligera llegó al suelo al mismo tiempo que la más pesada, esto fue un gran golpe a la teoría prevaleciente de Aristóteles de que la velocidad de caída es mayor para los objetos más pesados.

Es casi seguro que este haya sido un experimento mental. Fue mencionado solamente en su biografía, escrita por su discípulo Vincenzo Viviani. De todas maneras, es probable que el experimento haya sido llevado a cabo en algún momento antes de la época de Galileo, lo que muestra que se necesitó más de una evidencia real y contradictoria para romper el punto de vista aristotélico del mundo.

35 Calculadoras

LA ERA DE LOS ORDENADORES TUVO MUCHOS PUNTOS DE INICIO, PERO TAL VEZ EL PRIMER GRAN HITO fue la pascalina, una calculadora mecánica: los usuarios no necesitaban comprender los procesos para obtener la respuesta correcta.

En la pascalina se introducían números de hasta seis cifras girando los diales. Introducir un segundo número implicaba que fuera sumado al primero.

La palabra "computadora" proviene de 1613, referente a la persona cuyo trabajo era realizar cálculos complejos. El padre de Blaise Pascal era algo así como un computador, ocupado en la tarea de reorganizar el sistema de impuestos de su provincia francesa. El joven Blaise vio la ventaja de tener una calculadora automática y en 1642 comenzó a desarrollar lo que se convertiría en la pascalina. Construyó 50 versiones antes de perfeccionar su dispositivo en 1645 y, a continuación, construyó aproximadamente 20 máquinas de las que nueve aún sobreviven. A partir de ahí solo se avanzó: hoy todas las cosas, desde las cajas registradoras a las hojas de cálculo, calculan por nosotros.

Interfaz del usuario

La pascalina se utilizaba para la suma y la resta; la multiplicación se realizaba por la repetición de sumas. Los números se marcaban girando una rueda una cantidad fija de veces. El número se mostraba en una ventana arriba de la rueda. Marcar un nuevo número daba como resultado que fuera sumado. Si el resultado lo requería, era llevado a la siguiente columna. Mover una barra hacía que la máquina restara los números. No todas las máquinas eran de base diez, algunas contaban en varias bases.

LÍNEA DEL TIEMPO DE LAS CALCULADORAS

siglo 16 — Ábaco
Combinación de los cilindros contadores y la mesa de contar

1600 — Ábaco de Napier
Kit de cálculo de John Napier

1633 — Reglas de cálculo
Perfeccionadas por William Oughtred

1642 — Pascalina
La primera calculadora mecánica

1673 — Máquina de Leibniz
Inventada por Gottfried Leibniz

1822 — Motor diferencial
Nunca se construyó, pero se considera el primer ordenador

1853 — Máquina diferencial de Scheutz
Primera calculadora que imprimía

1874 — Calculadora de rueda de pines de Odhner
Sistema utilizado por todas las calculadoras mecánicas posteriores

1961 — Anita Mk 8
Primera calculadora electrónica comercial disponible

1971 — Busicom 141-PF
Primera calculadora con microchip

1974 — Hewlett Packard HP65
Primera calculadora de mano programable

36 Triángulo de Pascal

AUNQUE PARECE UN ARREGLO INFANTIL, BLAISE PASCAL Y MUCHOS OTROS, dibujaron este triángulo para explorar las relaciones entre los coeficientes binomiales. Estos son los enteros que se combinan en la teoría de conjuntos, y su triángulo es como un caleidoscopio matemático para ver dentro del corazón de los números.

Esta figura triangular no fue inventada por Blaise Pascal, pero su trabajo con él en la década de 1650 ha dado lugar a que lo nombremos en su honor. Probablemente fue construido por primera vez por Jia Xian en el siglo XI en China. Aun sin considerar el teorema binomial, es muy sencillo construir el triángulo. La suma de dos números vecinos resulta en el número inmediatamente debajo de ambos. Una sucesión de números 1 forman el borde exterior porque no tienen vecinos externos (0 + 1 = 1). La segunda diagonal la forman los números naturales, ya que cada uno es la suma de su predecesor más 1.

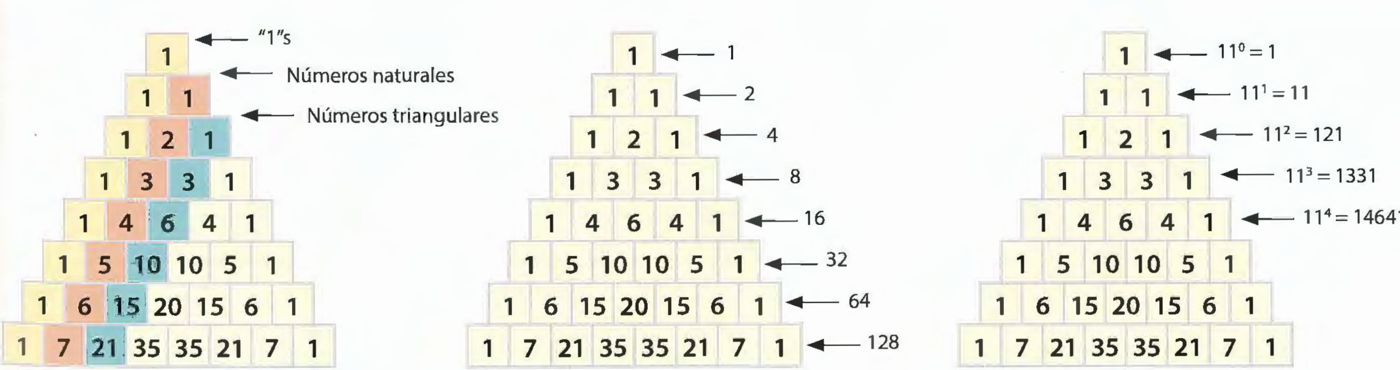
El triángulo de Pascal tiene una capa externa de unos y una capa inferior de números naturales. También se puede imaginar como rodeado por un infinito océano de ceros.

Mirando más profundamente

Podemos encontrar en él más patrones. De la tercera diagonal en adelante es donde es más interesante, sus elementos, 1, 3, 6, 10... son los números triangulares, que pueden ser utilizados para construir triángulos bidimensionales. La cuarta diagonal tiene los números tetraédricos que forman las subunidades de los tetraedros, de hecho triángulos tridimensionales. La quinta diagonal tiene las números pentagonales, que forman hiperpirámides (triángulos tetradimensionales) y continúa, sumando una dimensión espacial cada vez. En el triángulo, cambiando la forma de las diagonales por columnas y sumando las "nuevas" diagonales ¡resulta la serie de Fibonacci!

El triángulo tiene algunos sorprendentes patrones en él. La suma de todas las filas es el doble de su predecesor. Las primeras cinco también contienen las primeras potencias de 11.

Patrones en el triángulo



37 Azar

LOS JUEGOS DE AZAR EXISTEN DESDE TIEMPOS PREHISTÓRICOS. Sin embargo, no fue hasta que dos grandes matemáticos franceses -que nunca se conocieron en persona- intercambiaron una serie de cartas en 1654, cuando comenzó el estudio matemático del azar, o probabilidad.

Los historiadores de las matemáticas se han preguntado por qué la comprensión de las leyes del azar llegó tan tarde en la historia de las matemáticas. Apostar al lanzamiento de dados u otros objetos -¿hace un juego de lanzamientos de nudillos de cabra?- se remonta a la antigüedad. Aparentemente, algunos juegos de azar como los sorteos se utilizaron también para la adivinación -para averiguar "la voluntad de los dioses" y tratar de leer el futuro. Puede que haya existido un sentimiento de que de alguna manera estaba mal buscar leyes para estas cosas, o tal vez la gente solo pensaba que el futuro era imposible de predecir con la razón. A partir del medievo, de forma ocasional, hay escritos en esta materia -la lista de los 36 posibles resultados de lanzar dos dados, por ejemplo- e incluso Galileo escribió un artículo (no se publicó) acerca del problema del lanzamiento de dados. Pero fueron los matemáticos franceses Blaise Pascal y Pierre de Fermat quienes llevaron el azar a un nuevo nivel.

Uno de los conceptos claves en probabilidad es asumir que cada evento, el lanzamiento de un dado, por ejemplo, es independiente de lo que haya ocurrido antes o vaya ha ocurrir después.

EL PROBLEMA DEL CABALLERO DE MERE

El caballero de Méré aceptó la apuesta de que lanzaría al menos un seis en cuatro lances consecutivos de un solo dado. Él sabía que la posibilidad de lanzar un seis era de 1/6 para un solo dado.

Por tanto, razonó incorrectamente que su posibilidad de lanzar un seis en cuatro intentos era $(1/6) \times 4 = 2/3$.

El número total de posibles resultados para cuatro lanzamientos de dados es 6^4:

$6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4 = 1296$

El número total de posibles resultados perdedores en el que no aparece un seis (solo 1, 2, 3, 4, 5) en cuatro lances es 5^4:

$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 = 625$

Esta cifra nos permite calcular el número total de resultados ganadores en cuatro lances:

$1296 - 625 = 671$.

Como 671 es mayor que 625, el número de eventos ganadores es mayor que el número de eventos perdedores, pero no por tanto como él pensaba.

La apuesta del caballero de Méré le era favorable por poco.

Intercambio de cartas

El estímulo inicial para la famosa serie de correspondencias entre Pascal y Fermat vino de los problemas propuestos a Pascal por un amigo apostador, el Caballero de Mere. El más significativo de estos es el llamado "el problema de los puntos": dos personas están jugando a los dados y el primero en ganar un cierto número de rondas lo gana todo, pero de hecho ellos deciden terminar el juego antes con uno de los jugadores ligeramente por delante del otro. ¿Cómo se debe repartir el dinero equitativamente entre los dos participantes?

El reto en este problema es pensar con precisión acerca de todos los posibles resultados que pudieran haber ocurrido si el juego se hubiera completado. Como muchos problemas de probabilidad, es fácil llegar a la conclusión equivocada. Las cartas muestran a Pascal luchando por resolver el problema, y de hecho fue la mente más clara de Fermat la que identificó la solución correcta.

Grado de creencia

El primero de muchos tratados en la materia fue escrito casi inmediatamente por el científico y matemático holandés Christiaan Huygens, quien reconoció la correspondencia entre Pascal y Fermat como su inspiración. Luego vino Jacob Bernoulli, el mayor de la famosa familia de matemáticos suizos, cuyo publicación póstuma *El arte de la conjetura* (1713) fue la primera en utilizar la palabra *probabilidad* en su sentido moderno (anteriormente el significado de esta palabra fue el de "grado de creencia"). Poco después, el francés Abraham de Moivre mostró cómo los fenómenos naturales con frecuencia se promediaban en una curva con forma de campana, luego llamada la distribución normal por Carl Gauss (con frecuencia conocido como Príncipe de las matemáticas).

En sus inicios la teoría de la probabilidad era matemática pura, o como mucho se refería a juegos de azar que ya estaban muy estudiados. Pero pronto hubo intentos por aplicar las leyes de probabilidad a las complejidades del mundo real. Uno de los primeros usos prácticos involucraba la predicción, para uso de las compañías de seguros, de la expectativa de vida con los datos más fiables que empezaban a estar disponibles. No fue, sin embargo, hasta finales del siglo XIX que la teoría de la probabilidad fue aplicada plenamente al análisis estadístico, un uso que ha continuado hasta el presente.

Realizar miles de lanzamientos de monedas es la única forma forma de decir si es realmente un proceso aleatorio y si es un método justo de tomar decisiones.

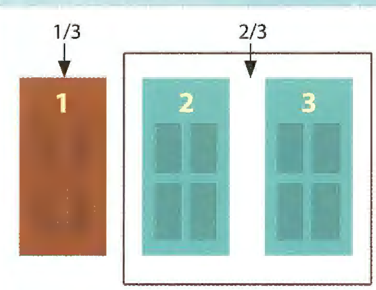
Las probabilidades son...

En el siglo XX, la teoría matemática de la probabilidad fue reestructurada en una forma más rigurosa. Una aproximación completamente diferente a la probabilidad, el método Bayesiano, se convirtió finalmente en una posibilidad práctica con la aparición de los ordenadores, y ahora es ampliamente utilizada en el manejo de riesgos y la toma de decisiones.

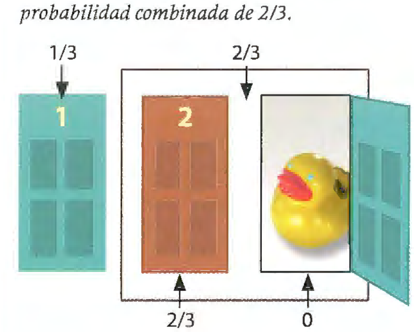
La teoría de la probabilidad, sin embargo, también sigue siendo relevante en su contexto original de juegos y apuestas. Los gobiernos los utilizan para ayudar a comprobar que las máquinas de apuestas son justas, por ejemplo. También es la base para los acertijos matemáticos, que pueden seguir arrojando considerables sorpresas.

EL PROBLEMA DE MONTY HALL

Toma su nombre del presentador de un concurso de TV, en el que los participantes debían adivinar entre tres puertas cuál escondía un valioso premio. El concursante escogía una de las puertas, que permanece cerrada. El presentador, entonces, abre una de las otras dos para revelar un premio de consolación y le da la opción de mantener su elección original o elegir la puerta cerrada. El sentido común dice que la probabilidad de elegir correctamente es 50/50, sin importar la elección anterior. Sorprendentemente, la teoría de probabilidad prueba que el participante siempre debería cambiar su elección en este punto.



La puerta 1 tiene 1/3 de oportunidades de ser correcta. Las dos puertas cerradas, tienen una probabilidad combinada de 2/3.



Abrir la puerta 3 (que revela un premio que no se desea) no reduce la probabilidad combinada, y entonces la puerta 2 tiene 2/3 de posibilidades de ser la correcta. Siempre cambia tu elección.

38 Principio de inducción

LA DEDUCCIÓN UTILIZA REGLAS GENERALES PARA LLEGAR A CONCLUSIONES ACERCA DE CASOS ESPECÍFICOS; LA INDUCCIÓN usa casos particulares para revelar generalidades y es un tipo de prueba tan rigurosa como cualquier otra.

Aunque el término *inducción* fue acuñado en 1655 por el matemático inglés John Wallis, la idea se remonta a la antigua Grecia. En 1654, el matemático francés Blaise Pascal proporcionó un método de inducción matemática para probar las propiedades del ahora conocido como triángulo de Pascal.

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

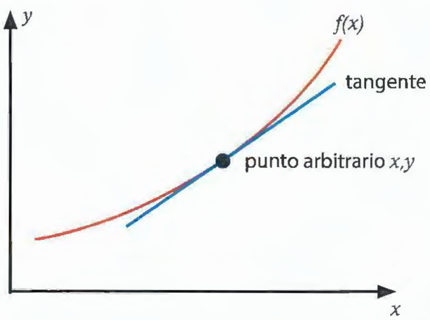
La inducción prueba este enunciado, conocido como P(n), mostrando que la suma de todos los enteros hasta n es igual a la fórmula de la derecha.

La idea es que si un enunciado o ecuación es cierto para un número entero dado, puede ser extendido a todos los números enteros mayores. La estrategia básica es como sigue: muestre que el enunciado es verdad para algunos enteros iniciales. A continuación, cree la hipótesis inductiva: que el enunciado es cierto para cualquier entero (n). Entonces muestre algebraicamente que, debe ser también cierto también para el siguiente número ($n+1$). Esto significa que ya que el enunciado es cierto para el entero inicial, debe ser cierto también para el siguiente, y todos los que siguen hasta el infinito.

39 Cálculo

EL CÁLCULO HA SIDO LLAMADO "EL INSTRUMENTO MÁS EFECTIVO PARA LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA QUE LAS MATEMÁTICAS HAN PRODUCIDO". Los problemas que el cálculo aborda fueron considerados desde la Antigua Grecia, hallando solo respuestas parciales. Con pocos años de diferencia, dos grandes mentes propusieron la solución por separado.

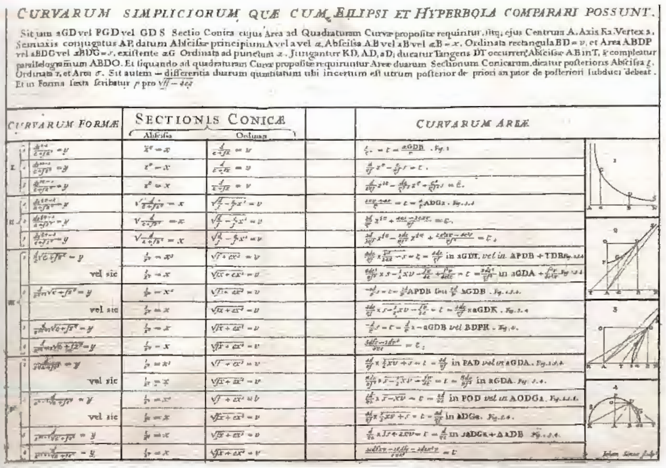
La aproximación de Newton al cálculo utilizó la tangente -la pendiente exacta de una curva en un punto dado.



Los fundadores del cálculo fueron Isaac Newton en Inglaterra y Gottfried Wilhelm Leibniz en Alemania. Mientras que sus soluciones eran igualmente poderosas matemáticamente, sus aproximaciones eran claramente diferentes.

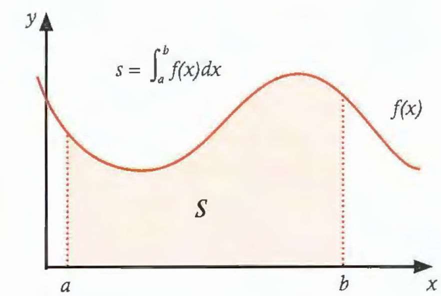
Descubrimientos ocultos

Newton estaba interesado inicialmente en la medida de la tasa de cambio de la velocidad en un instante de tiempo, o infinitésimo, con el fin de entender el movimiento de los planetas, que cambian de velocidad a lo largo de sus órbitas. Newton fue una magnífico matemático que ya había realizado importantes avances en la suma de series. En el desarrollo de su método de cálculo, que llamó "fluxiones", Newton era consciente de los problemas lógicos asociados a las cantidades infinitesimales: ¿cómo podían existir en realidad? Este malestar pudo ser una de las razones por las que, aunque parece haber desarrollado el cálculo a finales de 1665, no publicó su descubrimiento entonces. Casi 20 años después, en su gran obra conocida como los Principia, Newton evita definir completamente su método de fluxiones y se refiere en cambio a la "primera y última razón", una idea similar al concepto matemático posterior de *límite*. Hasta mediados del siglo XIX no se lograron unas bases lógicas rigurosas para el cálculo infinitesimal.


CURVARUM SIMPLICIORUM QUÆ CUM ELLIPSI ET HYPERBOLA COMPARARI POSSUNT.

CURVARUM FORMÆ	SECTIONIS CONICÆ Abscissæ	Ordinatæ	CURVARUM AREÆ

Una tabla publicada en 1779 compara varias curvas simples del cálculo con las curvas elípticas e hiperbólicas del análisis de las secciones cónicas.



La aproximación de Leibniz involucra la integración. Este proceso se aplicó a una función para determinar áreas y volúmenes. Aquí, la función es la línea roja f(x). El área S debajo de la curva es la integral de f(x) entre los límites 'a' y 'b', que es la función integrada en x=b, menos la funciónintegrada en x=a.

Alto y claro

Leibniz fue un diplomático y filósofo, parodiado en el *Cándido* de Voltaire como el absurdamente optimista Dr. Pangloss, quien solo se interesó en las matemáticas más tarde, alrededor de 1672. Para Leibniz, los infinitesimales eran cantidades reales, por lo que no tuvo ninguno de los escrúpulos de Newton en publicar su método de cálculo en 1684. Leibniz estaba en un principio interesado en cómo el área de las figuras delimitadas por curvas podía calcularse de forma precisa. Un método de aproximación basado en dividir el área en figuras de áreas calculables, más y más pequeñas, había sido utilizado desde los días de Arquímedes, pero Leibniz proveyó la tan buscada solución general. También introdujo la notación *dy/dx* para tasa de cambio (diferenciación) y ∫ (una s alargada) para sumar áreas (integración).

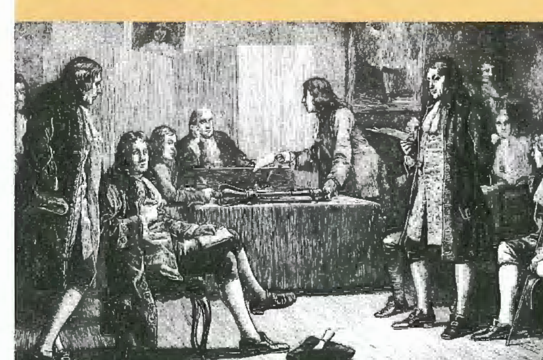
Terreno común

Newton y Leibniz llegaron al teorema fundamental del cálculo: que las matemáticas de la integración y las tasas de cambio están estrechamente relacionadas y cada una es la inversa de la otra. Imagine un coche acelerando desde cero hasta su velocidad máxima. La tasa de cambio de la posición es la velocidad; y la tasa de cambio de la velocidad es la aceleración. A la inversa, integrando todas las velocidades -y el tiempo invertido al viajar con ellas- obtendremos la distancia recorrida, mientras que el integrar todas las aceleraciones instantáneas debe arrojar la velocidad final.

Es este poder para definir matemáticamente la relación entre diferentes cantidades variables lo que da al cálculo su gran alcance.

EL DEBATE SOBRE LA PRIORIDAD

Leibniz y Newton se vieron envueltos en la mayor discusión de la historia de las matemáticas: ¿quién inventó el cálculo? Aunque Newton no publicó sus ideas completas hasta 1704, sus notas muestran que él lo había desarrollado algunas décadas antes. La disputa produjo un distanciamiento entre los científicos ingleses y europeos. La apelación de Leibniz a la Sociedad Real de Londres (debajo) no tuvo efecto: Isaac Newton era su presidente. Hoy en día utilizamos el cálculo de Leibniz.



40 La gravedad

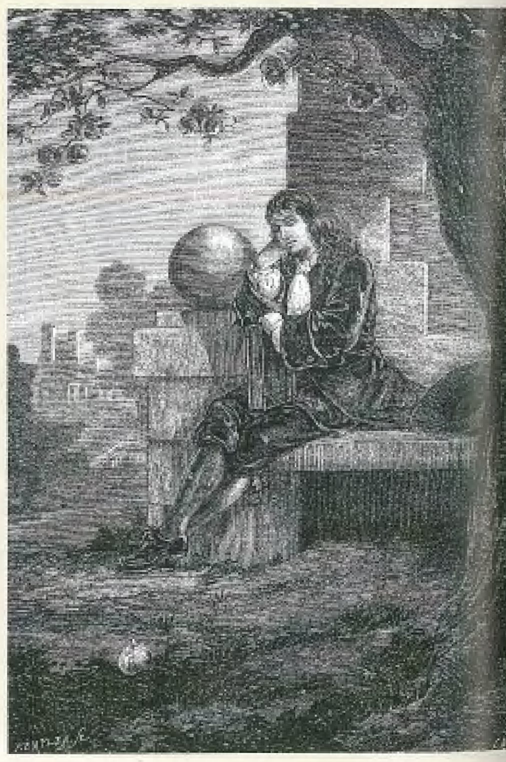
LA MAYORÍA DE LA GENTE HA ESCUCHADO LA HISTORIA DE CÓMO ISAAC NEWTON, AL VER UNA MANZANA CAYENDO, SE PREGUNTÓ: "¿Por qué la Luna no cae a la tierra como la manzana?" Haya ocurrido en realidad o no, fue el genio de Newton el que se dio cuenta de que la fuerza que mantiene a la Luna en órbita es la misma fuerza que atrae la manzana hacia la tierra.

Todas las cosas en el Universo producen una fuerza gravitacional que atrae los otros objetos hacía ella y es la fuerza de gravedad la que determina las órbitas que las estrellas, planetas y otros objetos siguen a través del espacio. Newton había estudiado el trabajo de Galileo en proyectiles y sugirió que la Luna, o cualquier otro objeto en órbita, podían ser considerados un proyectil. Un proyectil sigue una trayectoria curva ya que es atraído hacia el suelo por la gravedad. La superficie de la Tierra también es curva, así pues se deduce que si el proyectil está viajando lo suficientemente rápido, su trayectoria curva sigue la curva de la Tierra. El proyectil todavía estaría cayendo, pero ahora lo hace alrededor de la Tierra, convirtiéndose en un satélite. Si la velocidad del proyectil aumenta lo suficiente, el camino que sigue alrededor de la Tierra se convierte en una elipse. Entonces los planetas en órbita están cayendo alrededor del Sol.

La historia de Newton y su manzana es una de las más famosas de la ciencia. El gran hombre guardó silencio sobre este hecho hasta muy tarde en su vida, cuando ya había suavizado un poco de la retraída, mordaz y simplemente grosera personalidad de su juventud y madurez.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

La fuerza de gravedad (F) entre dos masas se calcula como el producto de ambas masas (m), dividida entre el cuadrado de la distancia entre ellas (r) multiplicada por la constante gravitacional (G).



Inverso del cuadrado

Newton sabía que la fuerza de gravedad causa que los objetos que caen cerca de la superficie de la Tierra (como la famosa manzana) se aceleren a razón de 9.8 m/s^2. También sabía que la Luna se acelera hacia la tierra a una tasa de 0,00272 m/s^2. Si existe la misma fuerza actuando en ambos casos, Newton debía hallar una explicación plausible para el hecho de que la aceleración de la Luna fuera mucho menor que la de la manzana. ¿Qué característica de la fuerza de gravedad hace que el aumento de distancia provoque que la aceleración de la Luna sea 1/3600 veces menor que la aceleración de la manzana?

Parecía evidente que la fuerza de gravedad se debilita con la distancia. Pero, ¿cuál es la fórmula para determinar esto? Un objeto cerca de la superficie de la Tierra está aproximadamente 60 veces más cerca del centro de la Tierra de lo que está la Luna (hay unos 6.359 km desde la superficie hasta el centro de la Tierra y la Luna orbita a una distancia de 384.000 km de la Tierra). La Luna experimenta una fuerza de gravedad que es 1/3600 o $1/(60)^2$ veces la de la manzana. Newton se dio cuenta de que la fuerza de gravedad seguía una ley del inverso del cuadrado (6350 x 60 ≈ 384.000).

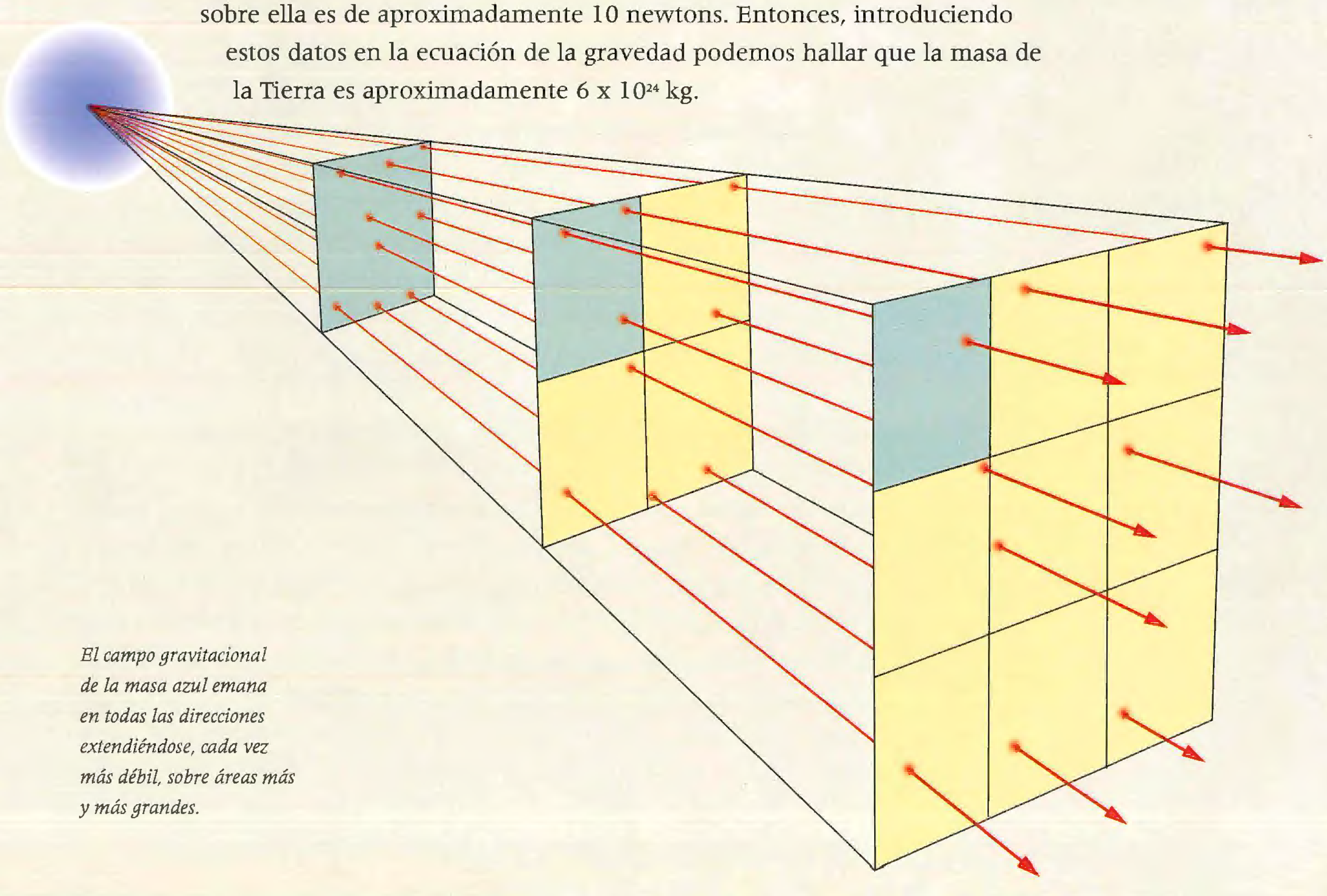
La fuerza de gravedad entre dos cuerpos es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa estos cuerpos, sean la Tierra y la manzana, la Tierra y la Luna, o el Sol y Marte. La fuerza también está determinada por las masas de los objetos: a mayores masas, mayor fuerza de la gravedad. En resumen, la fuerza de la gravedad es proporcional al producto de las masas de los objetos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos (la constante de proporcionalidad fue convenientemente llamada constante gravitacional).

En 1798, con un metódico experimento, Hery Cavendish logró hacer una precisa determinación de G, la constante gravitacional, como $6{,}67 \times 10^{-11}$. De acuerdo a la teoría de Newton de la atracción universal de la gravedad, G determina la atracción gravitacional entre dos masas en cualquier lugar del Universo. Esto significa que la masa de la Tierra puede ser ahora determinada. Una masa de 1 kg en la superficie de la Tierra está aproximadamente a 6.300.000 metros del centro de esta y la fuerza que actúa sobre ella es de aproximadamente 10 newtons. Entonces, introduciendo estos datos en la ecuación de la gravedad podemos hallar que la masa de la Tierra es aproximadamente 6×10^{24} kg.

HOMBROS DE GIGANTES

Newton hizo su célebre comentario "Si he logrado ver más lejos, ha sido porque he subido a hombros de gigantes" el cual se considera una alusión a la obra de Galileo y Kepler. Galileo determinó que el movimiento de los proyectiles tiene dos componentes: la aceleración uniforme que actúa verticalmente y el movimiento horizontal, con velocidad constante en una línea recta. Newton señaló que la aceleración vertical del proyectil debía ser resultado de una fuerza (la gravedad) que actuaba sobre él; de otra forma, caería con una velocidad constante.

Sin embargo, también se piensa que fue una burla hacia Robert Hooke (derecha), quien reclamaba el crédito por algunas ideas de Newton, y era de muy baja estatura.



El campo gravitacional de la masa azul emana en todas las direcciones extendiéndose, cada vez más débil, sobre áreas más y más grandes.

41 Números binarios

HOY EN DÍA LA PALABRA *DIGITAL* ESTÁ EN TODAS PARTES, TAL VEZ EN EXCESO. ESTO IMPLICA UNA CIERTA DISTINCIÓN, desde un reloj digital al de una señal de radio limpia. Sin embargo, en realidad digital solo significa "que utiliza números" y más a menudo solo dos números, 0 y 1. Bienvenidos al sistema binario.

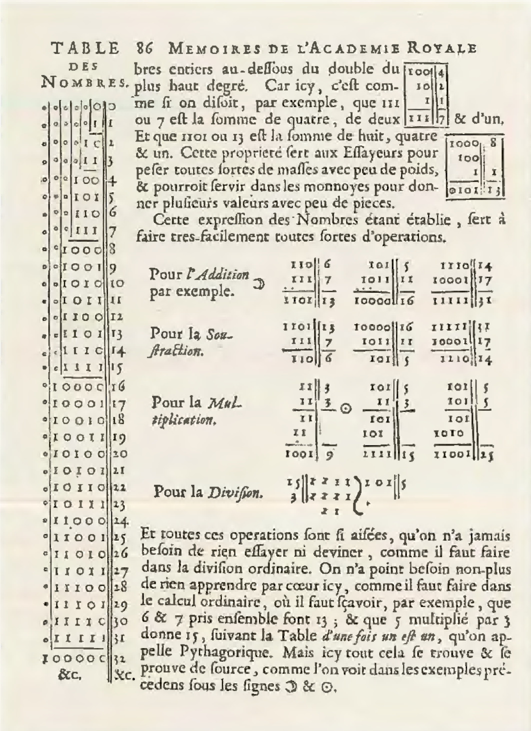


TABLE DES NOMBRES. 86 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

000000	0
000001	1
000010	2
000011	3
000100	4
000101	5
000110	6
000111	7
001000	8
001001	9
001010	10
001011	11
001100	12
001101	13
001110	14
001111	15
010000	16
010001	17
010010	18
010011	19
010100	20
010101	21
010110	22
010111	23
011000	24
011001	25
011010	26
011011	27
011100	28
011101	29
011110	30
011111	31
100000	32
&c.	&c.

bres entiers au-dessous du double du plus haut degré. Car icy, c'est comme si on disoit, par exemple, que 111 ou 7 est la somme de quatre, de deux & d'un. Et que 1101 ou 13 est la somme de huit, quatre & un. Cette proprieté sert aux Essayeurs pour peser toutes sortes de masses avec peu de poids, & pourroit servir dans les monnoyes pour donner plusieurs valeurs avec peu de pieces.

Cette expression des Nombres étant établie, sert à faire tres-facilement toutes sortes d'operations.

Pour l'*Addition* par exemple. ☽ 110 + 111 = 1101 (6 + 7 = 13); 101 + 1011 = 10000 (5 + 11 = 16); 1110 + 10001 = 11111 (14 + 17 = 31)

Pour la *Soustraction.* 1101 − 111 = 110 (13 − 7 = 6); 10000 − 1011 = 101 (16 − 11 = 5); 11111 − 10001 = 1110 (31 − 17 = 14)

Pour la *Multiplication.* ⊙ 11 × 11 = 1001 (3 × 3 = 9); 101 × 11 = 1111 (5 × 3 = 15); 101 × 101 = 11001 (5 × 5 = 25)

Pour la *Division.* 15 ÷ 3: 1111 ÷ 11 = 101 (5)

Et toutes ces operations sont si aisées, qu'on n'a jamais besoin de rien essayer ni deviner, comme il faut faire dans la division ordinaire. On n'a point besoin non-plus de rien apprendre par cœur icy, comme il faut faire dans le calcul ordinaire, où il faut sçavoir, par exemple, que 6 & 7 pris ensemble font 13; & que 5 multiplié par 3 donne 15, suivant la Table *d'une fois un est un*, qu'on appelle Pythagorique. Mais icy tout cela se trouve & se prouve de source, comme l'on voit dans les exemples précedens sous les signes ☽ & ⊙.

La representación del sistema binario presentada por Leibniz en la versión de 1703 de su artículo Explication de l'Arithmétique Binaire *es básicamente la misma utilizada a día de hoy.*

El binario es un sistema de numeración posicional que utiliza solo dos dígitos en lugar de los diez con los que estamos familiarizados. ¿Qué podría ser más simple? Bien, puede ser más fácil de aprender que el 1, 2, 3... -solo deténgase en el uno y ya está listo- pero la numeración binaria pronto se convierte en una complicación en las aplicaciones del mundo real: el cálculo de los dedos de una mano produce el número binario 110. El número de jugadores en un campo de fútbol (22 para los legos) se escribe como 10110. Agregue a los tres árbitros y tendrá 11001. Claramente, contar en binarios está lejos de ser intuitivo. Entonces, ¿por qué preocuparse?

Siete años después de que estremeciera el mundo matemático con su versión del cálculo en 1672, la contribución de Gottfried Liebniz al uso del sistema de numeración binario fue menos controvertida pero no menos profunda.

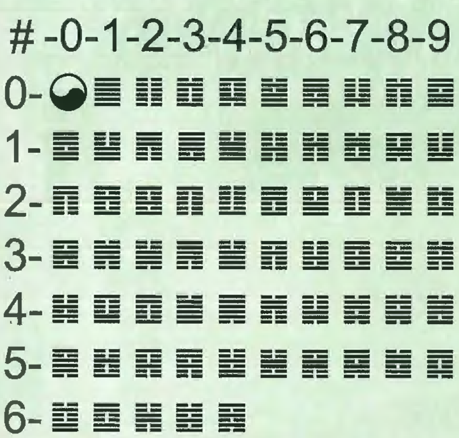
La solución de los dos estados

Los beneficios de la numeración binaria son más evidentes en el extraño mundo de los códigos y el ciberespacio. Fue descubierto de forma notablemente profética por Francis Bacon en 1605. Francis Bacon encendió, con su método científico, la chispa que inició nada menos que la Revolución Científica del siglo XVII, mientras ejercía su trabajo diario como un abogado corrupto y cortesano del monarca inglés. También vislumbró el potencial de los números binarios cuando explicó que el alfabeto entero podría ser cifrado utilizando cadenas de cinco caracteres binarios (hay 26 letras en el alfabeto inglés y las permutaciones totales de cinco caracteres binarios son 32 [2^5]).

El genio de Bacon brilló en la práctica cuando explicó cómo estos códigos no estarían limitados a la palabra escrita, porque podrían ser transmitidos por cualquier método con una "doble diferencia de estado; como por campanas, por trompetas, por linternas o antorchas, el disparo de mosquetes y cualquier instrumento como los de la naturaleza". El código telegráfico de Samuel Morse de puntos y líneas ciertamente está en deuda con esta noción, y en el mundo moderno, los interruptores -como los transistores de un microprocesador- son una clase de *instrumento doble* de este tipo.

LOS HEXAGRAMAS DEL *I CHING*

Gottfried Leibniz fue un orientalista entusiasta, fascinado por el misterioso este. Al igual que otras personas con mentalidad similar después de él, su investigación se detuvo en el I Ching, uno de los más antiguos trabajos de la literatura china, que data del año 1000 a.C., si no de antes. Tiene que ver con predecir el futuro con una serie de símbolos llamados trigramas y hexagramas. Los 8 trigramas se ven con frecuencia dispuestos alrededor del símbolo del yingyang, compuestos de tres líneas, mientras que los 64 hexagramas (debajo) tienen seis líneas. Una línea completa representa el yang, una cortada es yin, las caras opuestas del todo interconectado: Leibniz vio en ellos algo más: los dígitos binarios 0 y 1. Esto dio a los hexagramas un valor numérico de hasta 2^6 (64). Los trigramas cuentan hasta 2^3 (8). Los hexagramas son trigramas dobles ($2^3 \times 2^3 = 2^6$).



Unos y ceros

El cifrado de Bacon utilizaba las letras *a* y *b* como numerales -"A" era codificado como aaaaa- no obstante el principio era el mismo. Gottfried Leibniz, uno de los fundadores del cálculo, introdujo los dígitos 0 y 1 (la actual notación binaria) en 1679.

Estos todavía se construyen en la misma forma como fueron descritos por Leibniz.

Leídos de derecha a izquierda, la primera cifra de un número decimal, digamos 31, es la unidad (1) y el siguiente es el número de decenas (3). Los números decimales continúan en centenas, miles, y así sucesivamente. Los observadores meticulosos sabrán que cada posición numérica adicional es 10 a la siguiente potencia: las unidades están multiplicadas por 10^0, que es igual a 1, las decenas son 10^1, centenas 10^2 y los millares 10^3. El sistema binario simplemente sustituye 10 por 2. El número comienza con la unidad: 2^0 o múltiplos de 1. La siguiente posición es 2^1, 10 en binario. Las posiciones que siguen son 2^2, 2^3, 2^4... Así el número decimal 31 es el número binario 11111.

Una anotación adicional ha sido introducida desde Leibniz, relativa a cualquier sistema de numeración con una base diferente a 10. Para explicar algunos términos: la base es el número de dígitos utilizados por el sistema (contando el cero). Así, el sistema decimal tiene una base de 10 y sus números están en "base 10". Los números binarios están en base dos y para aclararlo, la base se muestra como subíndice después del número. Por lo tanto $11111_2 = 31_{10}$.

Números decimales	Números binarios
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111
16	10000
17	10001
18	10010
19	10011
20	10100

Convirtiendo binarios

Para convertir un número binario en uno decimal, cada numeral es reemplazado por la potencia de dos relativa a la posición y luego se suman juntos. El dígito a la derecha es igual a 2^0, el siguiente es 2^1, seguido por 2^2 y así sucesivamente. Por ejemplo, el número binario 1010101_2 se convertirá en: $1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^6 = 1 + 0 + 4 + 0 + 16 + 0 + 64 = 85_{10}$.

Para escribir un número decimal en binario, el número deberá ser dividido entre dos repetidamente hasta que la solución sea 0. Por ejemplo, $50_{10} = 110010_2$ 50/2 da 25 (resto 0); 25/2 da 12 (resto 1); 12/2 da 6 (resto 0); 6/2 da 3 (resto 0); 3/2 da 1 (resto 1); 1/2 da 0 (resto 1) y nos detenemos. El primer resto es el número de las unidades (2^0) y los otros restos le siguen: $0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4$ + el resto final 1×2^5. Reordenando, nos da el número 110010_2.

NUEVOS NÚMEROS, NUEVAS TEORÍAS

42 *e*

LA CONSTANTE MATEMÁTICA *e* ES, UNA RECIÉN LLEGADA, un intruso en un campo previamente dominado por los números antiguos, como pi y phi. Sin embargo, este fascinante número ahora tiene una posición en el corazón mismo de las matemáticas.

A pesar de que apareció en una tabla en el libro de John Napier, se pensó que el primer uso de e en el cálculo del logaritmo natural fue obra del matemático inglés William Oughtred.

e está presente como la constante del crecimiento exponencial, y no es nada más que un número. A pesar de ello, ningún otro número tiene más definiciones diferentes. El número es irracional (y de hecho trascendental), arrastrando una serie de decimales que nunca termina.

Por improbable que pueda parecer, este número se aplica a incontables situaciones del mundo real. Con mucha frecuencia se presenta en las funciones de crecimiento, fenómenos como el decaimiento radiactivo, la acumulación de capital, la epidemiología y el florecimiento de las colonias bacterianas. El número de Euler también tiene una extraña habilidad para aparecer en las relaciones fundamentales de las matemáticas. Por qué este número aparece en tantos lugares sorprendentes es uno de los muchos misterios y encantos de *e*.

Ritmo nato

En contraste a la larga asociación de π con la geometría, *e* representa el nacimiento de las matemáticas modernas. Fue "visto" por primera vez en 1618, escondido en el apéndice del trabajo de John Napier acerca de los logaritmos naturales. Esto aportó un modelo para convertir las multiplicaciones en sumas [$\log_n(xy) = \log_n(x) + \log_n(y)$]. *e* surge de la construcción del llamado logaritmo natural, que define un nuevo número: un valor fijo de la "base" cuyo logaritmo natural es 1. El logaritmo natural de cualquier número x dado es la potencia a la que elevamos la base para que el resultado sea igual a x. En otras palabras, $\ln(e^x) = x$ y $\ln(e) = 1$, ya que $e^1 = e$.

El logaritmo natural y la función exponencial son 2 caras de la misma moneda: $-e^x$ es la inversa de $\ln(x)$, y *e* es el inverso de $\ln(1)$. La función también puede ser definida como una serie de potencias infinita:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = \frac{x^0}{0!} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots = e^x$$

e con 50 cifras decimales. Hay mucho más en él de lo que usted ve aquí.

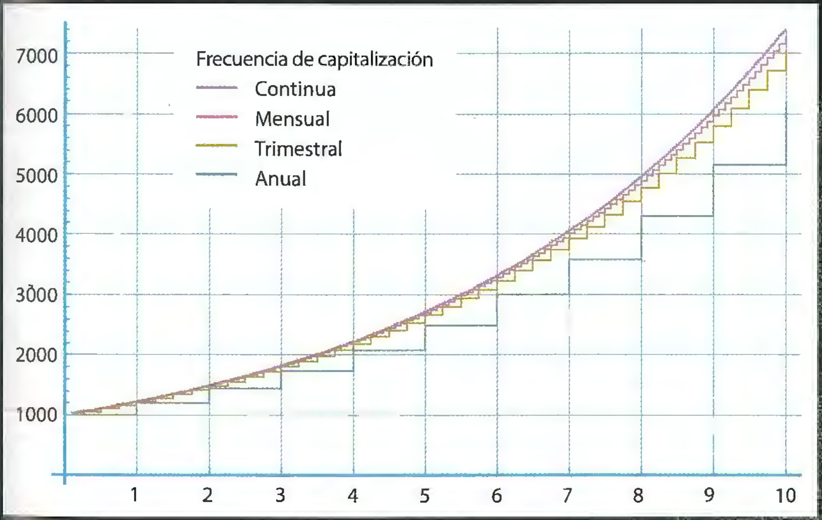
2,718281828459045235360287

(donde Σ significa "sumatoria de" y ! significa "factorial" que es un número multiplicado por cada uno de los enteros menores que él). Esta serie tiene la propiedad única de que en la diferenciación ninguno de sus términos desaparece, en lugar de eso se repiten hasta el infinito. Entonces la función exponencial es su propia derivada y la gráfica de e^x describe su propia tasa de cambio. Esto explica por qué este número es tan ubicuo en matemáticas y por qué tiende a aparecer en todas partes en el cálculo.

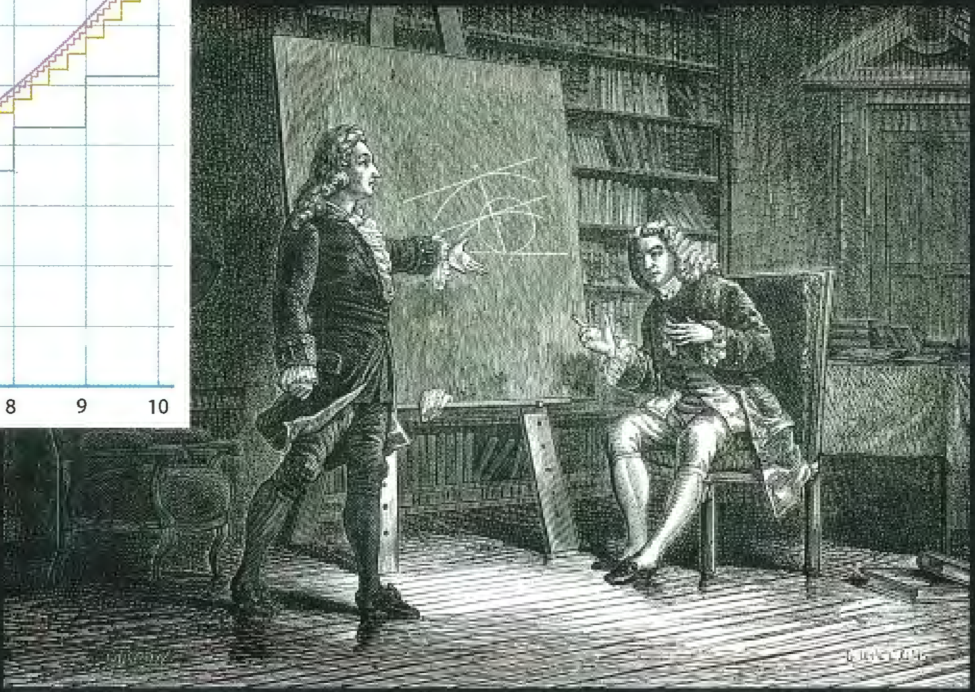
Definiendo *e*

El suizo Jacob Bernoulli fue el primero en revelar el valor de *e*, explorando la naturaleza del interés compuesto a finales del siglo XVII. Un simple incremento del 100% cuando se paga anualmente resulta el doble de la suma año a año. Pero dividir el 100% en períodos más cortos resulta en más del doble del retorno al final del año (>2). Bernoulli calculó cuál debería ser el pago si el interés se calculara continuamente sobre períodos de tiempo infinitamente pequeños (intente decirle esto a su banco) y la respuesta fue que crecía a una tasa anual de 2,71828... o *e*. *e* se encuentra en otras situaciones que involucran crecimiento o decaimiento, como la radiactividad, las infecciones bacterianas y las epidemias.

Los miembros de la familia de matemáticos Bernoulli fueron conocidos como los Reyes de Basilea durante los siglos XVII y XVIII. Su trabajo caló a través de las matemáticas, desde la dinámica de fluidos hasta el cálculo de probabilidades. Aquí, Jacob explica la constante e a su hermano Johann.



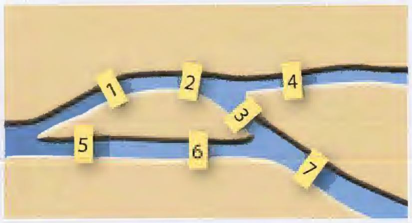
La tasa de crecimiento del ahorro es proporcional a la frecuencia de capitalización.



1352662497757247093699995...

43 Teoría de grafos

ESTA ÁREA DE LAS MATEMÁTICAS APARECIÓ EN EL SIGLO XVIII Y PRONTO FORMÓ UN PUENTE ENTRE LA GEOMETRÍA y otros campos de la investigación, como la topología, la combinatoria y la teoría de conjuntos, utilizando las propiedades de los objetos para revelar verdades más profundas.



Un grabado de Königsberg del siglo XVIII solo muestra seis de los siete puentes, el último está construido detrás de la pareja en el dibujo.

No sorprende encontrar a Leonhard Euler en el corazón de la teoría de grafos. De hecho, se encuentra en el propio inicio, pasando unas vacaciones en la ciudad báltica de Königsberg. La teoría tiene sus raíces en el artículo de Euler de 1736 titulado *Los siete puentes de Königsberg*.

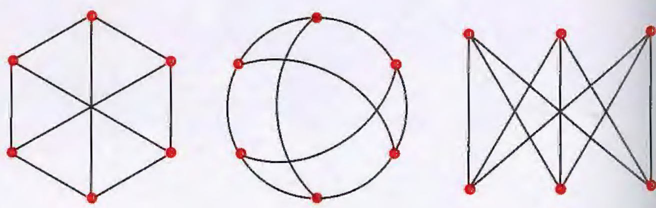
Haciendo conexiones

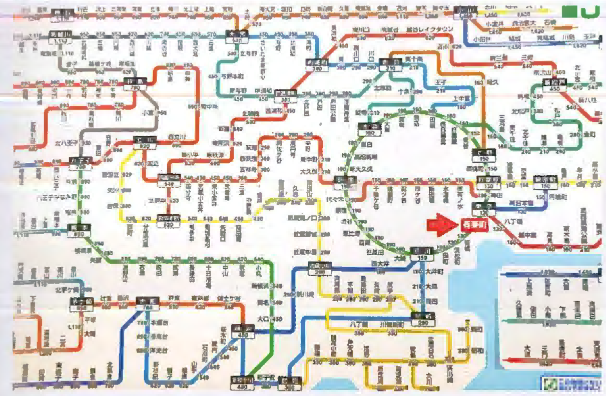
Una diversión popular de los residentes de Königsberg (entonces una ciudad de Prusia, pero hoy llamada Kaliningrado y localizada en un enclave ruso entre Polonia y Lituania) era pasear alrededor de la ciudad intentando cruzar cada uno de los siete puentes una sola vez. Euler quizá lo intentó también, o tal vez visualizó su futilidad matemática. Nadie había encontrado nunca esta ruta entre las dos islas y tierra firme, y muchos pensaban que era imposible. Pero si esto era realmente imposible, seguramente había una razón, y entonces debe haber una prueba. Como Euler indicó, el problema "parecía digno de atención porque ni la geometría ni el álgebra o el arte de contar eran suficientes para resolverlo".

Lenguaje gráfico

En su visión, la clave es el número de puentes que conectan cada área; su medida y sentido son innecesarios. En el contexto de esta teoría un grafo no es una línea en un plano cartesiano; las coordenadas son irrelevantes. En su lugar, un grafo es una colección de puntos, o vértices, que están conectados por líneas o aristas. Si las aristas tienen una longitud, el grafo se dice que es ponderado y si se atribuye una dirección a una arista, esta se conoce como un arco.

Tres figuras muy diferentes pero tres grafos idénticos. Cuente los vértices (puntos) y las aristas (líneas).





Un mapa del metro es un ejemplo de grafos en el mundo real. Para un pasajero solo importa cómo las estaciones están conectadas y no qué lejos están unas de otras.

El problema de Königsberg tiene 4 vértices, las regiones conectadas por puentes, y 7 aristas, los puentes mismos. Euler demostró que no hay ninguna ruta que cubra cada arista una sola vez porque el grafo tiene más de 2 vértices con un número impar de aristas. Por lo tanto, el problema de los puentes no tiene solución y la historia ha eliminado la necesidad de resolverlo ya que Kaliningrado perdió varios puentes en la Segunda Guerra Mundial. Ahora hay solo 3 puentes y un anónimo paso elevado de autopista transcurre justo al lado de la isla que alguna vez fue el centro del problema.

Los puentes de Königsberg son una introducción a una teoría, que es ahora el tipo de matemáticas detrás de los programas de ordenador que pueden reconocer huellas digitales y rostros. También es utilizada para diseñar procesos industriales y aún se utiliza para hallar las rutas óptimas o planear redes físicas (Internet). La teoría de grafos también se utiliza para analizar los movimientos en juegos y es una de las razones por las que un ordenador normalmente te gana al ajedrez.

44 Problema de los 3 cuerpos

LA LEY DE LA GRAVEDAD DE NEWTON FUNCIONA MUY BIEN PARA DETERMINAR QUÉ PASA entre dos cuerpos, pero añadir un cuerpo adicional (uno solo) a la ecuación resulta de una increíble complejidad.

La lucha por encontrar las fuerzas que actúan entre el Sol, la Luna y la Tierra fue una de las inspiraciones detrás de la teoría del caos.

Intentar calcular la atracción de gravedad mutua de tres cuerpos es sorprendentemente difícil: esencialmente irresoluble. En 1747, se encontró una solución aproximada mediante el tratamiento del Sol como si fuera un cuerpo fijo, permitiendo realizar los cálculos para el movimiento de la Tierra y la Luna a medida que estos orbitan. Más tarde, Joseph-Louis Lagrange descubriría que existen cinco puntos especiales en este sistema de referencia Tierra-Luna donde las fuerzas gravitacionales se cancelan unas a otras. Un cuerpo colocado en cualquiera de estos puntos de Lagrange orbitaría al Sol pero mantendría la misma posición relativa con respecto al sistema Tierra-Luna.

45 Identidad de Euler

CUANDO A LOS LECTORES DEL *MATHEMATICAL INTELLIGENCER MAGAZINE* se les encuestó en 2004 para que votaran por el "teorema más bello de las matemáticas", el ganador -por un margen considerable- fue la identidad de Euler:

$$e^{i\pi}+1=0$$

Identidad de Euler escrita como una igualdad.

Leonhard Euler nació en la región germanohablante de Suiza pero pasó la mayor parte de su vida productiva en San Petersburgo, Rusia.

Formulado por su homónimo en 1747, el teorema utiliza las cinco constantes más importantes de las matemáticas: cero (0), la unidad (o 1), el número exponencial e, que describe el crecimiento y decaimiento, ($e \approx 2.718...$), π, la razón entre la circunferencia del círculo y su diámetro ($\pi \approx 3.142$ ...), y, por último i, el número imaginario básico que, si existe, puede ser elevado al cuadrado para obtener -1 (es imaginario en el sentido de que no es "real"; no es positivo, negativo o cero, ya que el cuadrado de cualquier número positivo o negativo es positivo y el cuadrado de 0 es 0).

El hombre y su identidad

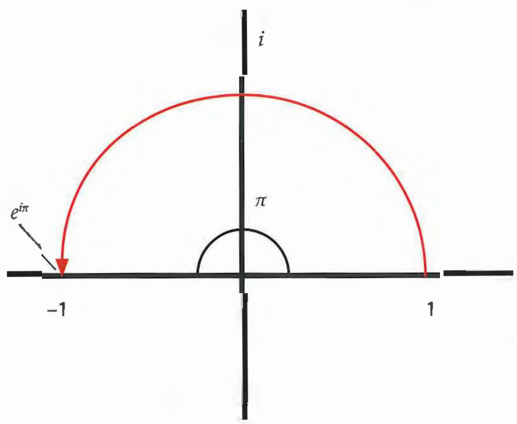
Leonhard Euler no es igual de conocido que otras superestrellas matemáticas como Newton, Leibniz, Gauss y hasta sus tutores ocasionales, los Bernoulli. Sin embargo, la influencia de Euler -conocido como el Mago- puede verse a través de la teoría de números, el cálculo y los grafos. Fue un prolífico asimilador de términos matemáticos y un inventor de símbolos. La sigma mayúscula Σ se utiliza para denotar "la suma de" gracias a Euler. También introdujo el uso de e e i y popularizó la escritura de pi como π. La identidad de Euler combina todas ellas con una simplicidad inmejorable.

La identidad hace referencia a la propiedad de los números complejos: un número complejo es la combinación de un número real y uno imaginario. Los matemáticos habían estado jugueteando con estos números durante un par de siglos y la ecuación de Euler les permitió utilizarlos en el análisis funcional.

La expresión e^{ix} descrita en el plano complejo con $x = \pi$, el ángulo de la semicircunferencia cuando se mide en radianes.

Una prueba básica

Un número complejo se puede representar como coordenadas en un plano en el cual la vertical es el valor de la parte imaginaria y la horizontal es la real. Para ello, se debe considerar la rotación de una línea en sentido contrario a las agujas del reloj desde la posición horizontal, que se desplaza un ángulo x. En ese caso la posición de este punto está dada por $\cos(x) + i\sin(x)$. Esto puede ser escrito en términos de e: e^{ix}. Si el ángulo x es una semicircunferencia (esto es, π radianes), se convierte en $e^{i\pi} = -1$, o $e^{i\pi} + 1 = 0$.



46 Teorema de Bayes

A PRIMERA VISTA, EL TEOREMA DESARROLLADO POR EL REVERENDO THOMAS BAYES Y PUBLICADO PÓSTUMAMENTE EN 1763, es una fórmula inocente: calcula cómo la probabilidad de un acontecimiento cambia a media que se suministra nueva información. Sin embargo, lo que esto muestra acerca del mundo es a la vez sorprendente y, en algunos casos, muy polémico.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

El teorema de Bayes describe la probabilidad de que el hecho A ocurriera, dado que el hecho B tuvo lugar [P(A|B)], con las probabilidades de A o B ocurriendo independientemente y la probabilidad condicional de que B ocurra dado A.

Digamos que se desata un brote de gripe, y aproximadamente una de cada 100 personas la contraerá. Por lo tanto, tiene un uno por ciento de posibilidades de tenerla. Así, se despierta con dolor de cabeza y según una página web médica el 90 por ciento de los enfermos de gripe también tienen uno. Esto suena como que tuvo mala suerte y cogió el virus. Pero sucede que también se acostó tarde por una fiesta la noche anterior y piensa que la probabilidad de que de todas maneras tuviera un dolor de cabeza era de cerca del 10 por ciento: improbable, pero definitivamente posible. Entonces, ¿cuál es su probabilidad de tener gripe ahora, dado que tiene usted dolor de cabeza? ¿Es aún del 90 por ciento o tal vez del 80 por ciento, tomando en cuenta la posible resaca? El teorema de Bayes nos dice que es de poco más del 8 por ciento. Lo probable es que usted estará bien.

Continúa el debate

El teorema de Bayes encendió un debate en las matemáticas que continúa hasta hoy entre bayesianos y frecuentistas. No se trata de la validez del teorema, sino más bien sobre su pertinencia en algunos casos, donde las creencias de unas personas están involucradas en el establecimiento de las probabilidades previas.

En el ejemplo del brote de gripe, la probabilidad previa es del 1% de posibilidades de que la haya contraído, pero puede que no sea tan sencillo establecer las probabilidades de los acontecimientos previos. Si la primera impresión de un doctor es que la posibilidad de que tenga gripe es de 1 en 10, entonces, ¿es la situación de ese 10% realmente lo mismo que la observación de que un 1% tienen gripe? Un bayesiano diría que sí, pero un frecuentista podría declinar hacerlo hasta tener una muestra suficientemente amplia.

ENTENDIENDO LA PROBABILIDAD

En un juicio por violación en el Reino Unido en la década de 1990, la víctima falló en reconocer a su atacante en una rueda de reconocimiento pero fue condenado basándose en la evidencia del ADN. Al jurado se le dijo que solo una de cada 20 millones de personas podría tener ese ADN. En un nuevo juicio la defensa utilizó el teorema de Bayes preguntando: "si él fue el atacante, ¿cuál sería la probabilidad de que ella dijera que él no se parecía a su agresor? Y si él no era el atacante, ¿cuál sería la probabilidad de que ella dijera que él no se parecía el agresor?" La idea era que el jurado pensara que la segunda condición era más probable. El peso de las estadísticas detrás del ADN convenció al jurado y fue condenado de nuevo.

La identificación por ADN está cada día más abierto a disputas, ya que los jurados raramente son instruidos en la posibilidad de que el ADN podría pertenecer también a los familiares del sospechoso.

47 Maskelyne y la ecuación personal

Nevil Maskelyne también es recordado por calcular la densidad de la Tierra mediante la medida de la atracción gravitacional de las montañas escocesas. Sus resultados fueron de 80 por ciento del valor real.

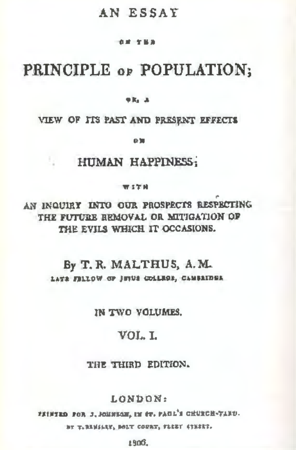
CUANDO NEVIL MASKELYNE, ASTRÓNOMO REAL BRITÁNICO, DESPIDIÓ A SU ASISTENTE EN 1796 POR APARENTEMENTE, MEDIR LAS ESTRELLAS DE FORMA IMPRECISA, HIZO MÁS DE LO QUE PENSABA. Sin quererlo, inició un importante tema sobre cómo factores personales afectan cualquier tipo de medida.

Observando las estrellas a través del telescopio y escuchando el tictac de un reloj, los astrónomos del tiempo de Maskelyne pretendían medir acontecimientos de una fracción de segundo. Maskelyne pensó que su asistente se había retrasado cerca de medio segundo la mayor parte del tiempo y publicó esta opinión junto a los resultados de sus observaciones. Pero tras la muerte de Maskelyne, el astrónomo alemán Friedrich descubrió que había una diferencia regular y medible entre cualesquiera dos de sus colegas haciendo observaciones, y se conoció como la ecuación personal.

Para los astrónomos era principalmente un problema práctico, pero a finales del siglo XIX la ecuación estimuló la investigación detallada de los tiempos de reacción dentro de la nueva ciencia de la psicología experimental. La frase fue acogida por el público general y aplicada a cualquier factor personal en cualquier situación.

48 Maltusianismo

EL NOMBRE DE THOMAS MALTHUS HA QUEDADO INDISOLUBLEMENTE UNIDO A SU ARGUMENTO DE QUE EL CRECIMIENTO INCONTROLADO de la población solo podría desembocar en un catastrófico colapso como consecuencia del hambre, enfermedades y una guerra desesperada por la supervivencia.



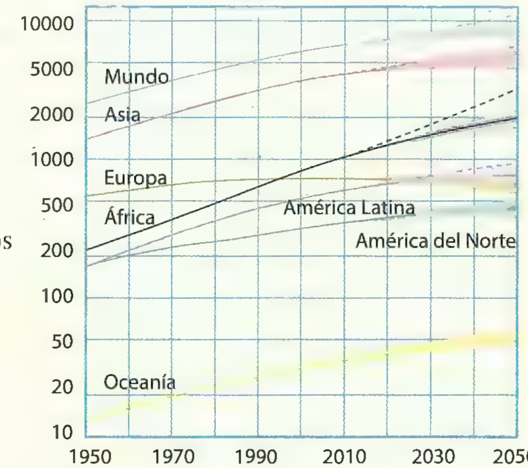
AN ESSAY
ON THE
PRINCIPLE OF POPULATION;
OR, A
VIEW OF ITS PAST AND PRESENT EFFECTS
ON
HUMAN HAPPINESS;
WITH
AN INQUIRY INTO OUR PROSPECTS RESPECTING THE FUTURE REMOVAL OR MITIGATION OF THE EVILS WHICH IT OCCASIONS.
By T. R. MALTHUS, A. M.
LATE FELLOW OF JESUS COLLEGE, CAMBRIDGE
IN TWO VOLUMES.
VOL. I.
THE THIRD EDITION.
LONDON:
PRINTED FOR J. JOHNSON, IN ST. PAUL'S CHURCH-YARD.
BY T. BENSLEY, BOLT COURT, FLEET STREET.
1806.

El trabajo de Thomas Malthus fue presentado en este libro, publicado por primera vez de forma anónima en 1798.

El reverendo Malthus propuso su teoría en 1798: ya que la población crece geométricamente, esta podría finalmente sobrepasar la producción de alimentos, que solo puede crecer aritméticamente, y la consecuencia sería un período de miseria y muerte hasta que la población descendiera a un nivel sustentable. Una secuencia geométrica se incrementa multiplicando por el mismo valor 1, 2, 4, 8, 16... mientras que una secuencia aritmética se incrementa por la suma del mismo valor, 1, 2, 3, 4, 5...

Malthus argumentó que las recientemente aprobadas leyes de los pobres (Poor Laws) británicas, que aportaban una asistencia social dependiendo del número de niños en una familia estaban mal: en primer lugar, alentaban a los pobres a tener más hijos porque procrearían tantos como pudieran alimentar. El aumento de trabajadores haría caer los costes laborales, lo que finalmente dejaría a los pobres en peor situación. Segundo, si el dinero era proporcionado por el gobierno a cualquier persona pobre, los fabricantes y prestadores de servicios aumentarían sus precios para obtener ventaja de ello.

Las ideas de Malthus fueron ideadas gracias a los debates con su padre acerca de qué "perfecta" podría ser la sociedad. Él sugería que los intentos por mejorar las condiciones de los miembros más pobres de la sociedad estaban condenados al fracaso porque mejores condiciones conducirían a un crecimiento de la población, lo que finalmente superaría cualquier aumento en la producción. Esto, de acuerdo con Malthus, colocaba cualquier idea de una sociedad "perfecta" más allá de su alcance.



La naturaleza logarítmica del eje vertical (en millones) aplana las curvas en este gráfico. La población crece salvo en Europa. El incremento de la planificación familiar predice que se verá estabilizarse la población mundial en la década del 2050

Un futuro brillante

Sin embargo, el futuro no iba a ser maltusiano, al menos no todavía. Malthus no pudo prever los cambios resultantes de la revolución industrial. Los avances tecnológicos hicieron que la producción de alimentos fuera más eficiente al producirse más comida en áreas menores de tierra, y esto no pudieron imaginarlo en el s. XVII, como tampoco el impacto de los servicios de salud pública y la planificación familiar. Europa tiene una población que decae porque, contrariamente a sus ideas, la prosperidad parece conducir a menor tasa de natalidad. La tasa de crecimiento de la población mundial actual es del 1,14 %, llevaría a duplicar la población en 61 años. Sin embargo, la tasa de crecimiento de la población varía: alcanzó su punto máximo en los años 60, un 2,2%, que de mantenerse habría significado duplicar la población en 35 años.

49 Teorema fundamental del álgebra

EL TEOREMA FUNDAMENTAL DEL ÁLGEBRA MUESTRA QUE EL CAMPO DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS ES ALGEBRAICAMENTE CERRADO o, dicho de otra forma, que no existe expresión polinomial que no tenga al menos una raíz (x_n) que sea igual a cero.

Factorizar $x–x_n$ deja un polinomio de grado n–1. Como dijo Carl Gauss: "Toda ecuación polinómica de grado *n* con coeficientes complejos posee *n* raíces en los números complejos". Para que no lo olvidemos, los números complejos son aquellos que tienen un componente real y uno imaginario (basado en el número i, la raíz cuadrada de -1). Los número reales, aquellos con los que todos estamos familiarizados, son un subconjunto de los números complejos (la parte imaginaria es 0*i*).

Carl Gauss pasó de haber creado su prueba del teorema fundamental a ser una figura destacada en estadística, probabilidad, teoría de números y astronomía.

Más que una corazonada

La primera afirmación de que siempre hay n soluciones a las ecuaciones de grado n con n raíces fue hecha por el matemático flamenco Albert Girard en 1629, pero dejó abierta la posibilidad de que las soluciones pudieran ser encontradas fuera de los números complejos. En 1637, el filósofo René Descartes dijo que para todas las ecuaciones de grado *n*, *n* raíces podrían ser imaginadas aunque estas raíces imaginadas no correspondían a ninguna cantidad real.

El primer intento serio de probar el teorema fundamental fue hecho por Jean d'Alembert en 1746. A pesar de que había debilidades en su argumentación -utilizó declaraciones no probadas que dependían ellas mismas de la prueba del teorema fundamental- sus ideas fueron útiles.

RESPECTO A REGAÑADIENTES

Tal es la rivalidad entre los matemáticos que el reconocimiento a la prueba del teorema fundamental de Gauss tardó mucho tiempo en llegar, cuando lo hizo. En las celebraciones de 1907 en Basilea por el bicentenario del nacimiento de Leonhard Euler, Georg Frobenius dijo: "Euler dio la más algebraica de las pruebas de la existencia de las raíces de una ecuación, la que está basada en la proposición de que todas las ecuaciones reales de grado impar tienen una raíz real. Considero injusto atribuir esta prueba exclusivamente a Gauss, que simplemente añade los toques finales".

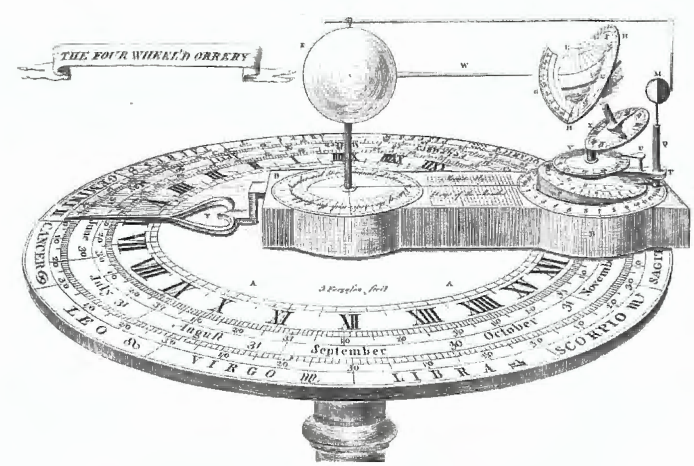
Prueba principesca

Carl Friedrich Gauss presentó la primera prueba del teorema fundamental en 1799, cuando contaba 22 años (llamado el "Príncipe de las matemáticas"). Su trabajo señaló los defectos fundamentales que habían acosado a los intentos previos de una prueba, pero la suya tenía lagunas y los matemáticos modernos no la consideran suficientemente rigurosa. El mismo Gauss no declaró que hubiera hecho la prueba adecuada, sino una "nueva" prueba y reconoce el valor del trabajo de d'Alembert.

En 1814, el contable suizo Jean Robert Argand publicó una de las más simples de todas las pruebas del teorema fundamental, basada en las ideas de d'Alembert: fue de tipo conocido como de existencia o prueba no constructiva, que muestra de manera indirecta que un objeto matemático existe, pero sin aportar un ejemplo específico (en 1940 Hellmuth Knesser produjo una variante constructiva de la prueba de Argand, que podría proporcionar directamente ejemplos específicos). En 1816, Gauss publicó una prueba completa basándose en el trabajo anterior de Leonhard Euler utilizando indeterminados, símbolos que no representan nada más que a ellos mismos, mientras que Euler había estado operando con raíces que podían no existir.

50 Perturbación

EN EL SIGLO XVII, LA FÍSICA NEWTONIANA tenía la perspectiva de que todo el movimiento en el Universo sucumbiría al poder de las matemáticas, reforzada en particular por lo que ahora llamamos cálculo.



Los modelos mecánicos del sistema planetario, o planetarios de mesa, dependían de la naturaleza mecánica del Universo newtoniano.

Pronto quedó claro que, aunque el movimiento de los planetas podría ser predicho exactamente, los cálculos serían extremadamente complejos. El problema de los tres cuerpos fue un ejemplo de ello: fue imposible encontrar una solución computable a la interacción gravitatoria del Sol, la Tierra y la Luna.

Newton encontró un enfoque práctico: la influencia dominante sobre la Luna era claramente la de la Tierra, así que los otros efectos podrían ser considerados como perturbaciones. Cambió la pregunta "¿cuál es el resultado de la interacción entre la Tierra, la Luna y el Sol?", por la más calculable "¿qué cambio hará el Sol en la interacción Tierra-Luna?" (este principio había sido utilizado en la adición de los epiciclos a las órbitas circulares por Ptolomeo y otros, para aproximar el movimiento medido de los planetas, pero en este caso las perturbaciones se pensaba que eran reales, no meras conveniencias).

Se utilizaron técnicas de la teoría de la perturbación para explicar el movimiento observado de todos los cuerpos celestes alrededor de la Tierra mediante un complejo sistema de círculos excéntricos y epiciclos.

La teoría de la perturbación tiene otras muchas aplicaciones. Uno de sus mayores triunfos fue publicado en 1799 por Pierre-Simon Laplace. Haciendo pequeñas perturbaciones al modelo del Sistema Solar que había propuesto, Laplace encontró que se mantenía estable, confirmando que era un fiel reflejo de la realidad.

51 Límite central

LA DISTRIBUCIÓN NORMAL O GAUSSIANA (O CAMPANA DE GAUSS) ES DE GRAN VALOR ya que se presenta ampliamente en la naturaleza. Pero no es la única distribución que lo hace.

Pierre-Simon Laplace fue un extraordinario científico, pero tras su muerte se vio que su cerebro era más pequeño que el promedio.

En 1812, el aristócrata y científico francés Pierre-Simon Laplace estableció la teoría del límite central en su *Teoría de la probabilidad analítica*. Los acontecimientos que no tienen duración en el sentido normal -como los accidentes o los relámpagos-, no están contenidos dentro de la distribución normal pero sí en la distribución de Poisson, nombrada por otro francés 25 años después. La distribución que describe los acontecimientos que solo tienen dos posibles resultados, como lanzar una moneda, es la binomial.

En cierto sentido, estas y otras distribuciones, están relacionadas con la gaussiana. Si se llevan a cabo varios experimentos para medir cualquier cosa, las respuestas no serán las mismas. Pero si se hacen suficientes intentos y se comparan las respuestas, se repartirán en una distribución normal.

52 Análisis de Fourier

LA ONDAS APARECEN EN TODO TIPO DE FENÓMENOS NATURALES, DESDE LA ACÚSTICA A LA MECÁNICA CUÁNTICA. Normalmente son muy complejas y el análisis de Fourier hizo posible describirlas matemáticamente.

En 1822, el matemático francés Jean Baptiste Joseph Fourier, buscando cómo describir el flujo de calor matemáticamente, hizo un descubrimiento notable. Podía probar que cualquier onda se podría dividir en una serie de ondas sinusoidales y, por tanto, que las ondas podían ser representadas matemáticamente por una serie de términos simples. Sin embargo, el enfoque de Fourier no era un avance tan importante como pensó. Una desventaja del análisis de Fourier es que en la práctica, el cálculo de los coeficientes era extremadamente lento, incluso para ordenadores potentes, pero el desarrollo de la transformada rápida de Fourier en la década de 1970 aceleró en gran medida estos cálculos, haciendo del análisis de Fourier en tiempo real una propuesta práctica.

El análisis de Fourier es una herramienta extremadamente poderosa, y es clave para el procesamiento moderno de señales, el diseño de instrumentos musicales, la teoría cuántica, la espectroscopia y mucho más.

53 El ordenador mecánico

UN ORDENADOR ES MÁS QUE UNA CALCULADORA INTELIGENTE. Puede realizar cualquier trabajo siempre que se le den las instrucciones correctas, o el programa. A principios del s. XIX, la tecnología aún tenía un largo camino que recorrer, pero la demanda de matemáticas complejas le dio un impulso hacia adelante.

El primer dispositivo programable no era una máquina matemática en absoluto, sino un telar inventado en la década de 1800 por el francés Joseph Jacquard. Los primeros telares mecánicos podían tejer más rápido que las personas, pero no recordaban los patrones. Su innovación consistió en codificar los patrones como agujeros en una tarjeta perforada que podía ser leída por la máquina. Las tarjetas perforadas se usaron para programar ordenadores hasta la década de 1950.

ADA LOVELACE

Lady Ada Lovelace era la hija del poeta inglés Lord Byron.Trabajó con Charles Babbage mientras diseñaba la máquina analítica, creando un programa de tarjetas perforadas para calcular los números de Bernoulli en la máquina. Aunque el dispositivo nunca se construyó, Ada Lovelace es reconocida como la primera programadora.

Vuelta a la rueda

El telar de Jacquard no era un ordenador, pero sirvió de inspiración para el matemático inglés Charles Babbage, considerado como el padre de la computación y del hardware. En 1822, Babbage construyó un prototipo de calculadora para probar el mecanismo de una máquina mayor llamada máquina diferencial, que utilizaba una serie de engranajes para calcular tablas de datos matemáticos, pero resultó muy cara para poder construirse. En los años 1840, Babbage diseñó la aún más compleja máquina analítica, considerado el primer ordenador, ya que tenía memoria y era programable.

En la década de 1870, el científico británico Lord Kelvin construyó un ordenador analógico para el cálculo de las mareas. En lugar de permanecer encendido o apagado como los interruptores de un ordenador digital, los correspondientes estados del mecanismo de engranaje de este dispositivo subían y bajaban de forma continua, como las mareas. Cuando se giraba a mano, el movimiento de docenas de ruedas trazaban la posición de las mareas en un tambor de papel giratorio. La máquina de Kelvin era tan precisa que se continuó utilizando hasta la década de 1970.

En 1991, el Museo de Ciencias de Londres construyó una máquina diferencial completa utilizando los planos originales de Babbage.

54 Funciones Bessel

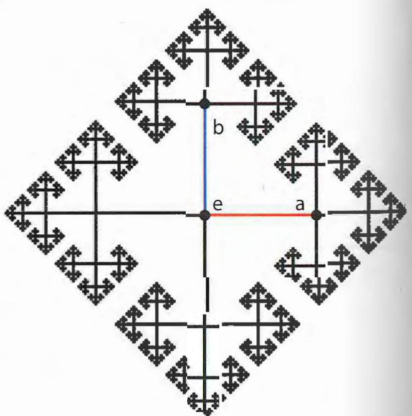
Friedrich Bessel también es recordado por utilizar observaciones del paralaje estelar para calcular la distancia a una estrella.

ENTRE SUS MUCHOS ROLES, LA MATEMÁTICA ES VITAL PARA EL ANÁLISIS Y MODELADO DE PROBLEMAS DE LA FÍSICA, como la electricidad y la gravedad. Pierre-Simon Laplace aportó una herramienta útil para esto en el siglo XVIII, que luego sería refinada por otros, liderados por Friedrich Bessel.

Gran parte de la física se ocupa de los campos -magnéticos, eléctricos, gravitacionales o de fluidos en movimiento. En física, un campo es una función de las posiciones en el espacio. En ausencia de fuentes de campo, como cargas puntuales o masas, los campos generalmente obedecen a la ecuación de Laplace, $\Delta f = 0$, donde Δf es una combinación de las segundas derivadas de f.

Se utiliza para caracterizar campos en un amplio espectro de aplicaciones, como la forma en que el calor fluye a través de un objeto, el movimiento de la corriente eléctrica, la difusión de las moléculas de gas o el movimiento de los cuerpos en un campo gravitacional. La ecuación de Laplace debe ser resuelta para cada situación, y las soluciones son llamadas funciones armónicas o potenciales. Estas fueron definidas primero por Daniel Bernoulli y luego mejoradas por Bessel. Las funciones de Bessel son más útiles porque pueden ser utilizadas en problemas con simetría esférica o cilíndrica. Estas describen, por ejemplo, las vibraciones en la membrana de un tambor, y numerosos campos en electromagnetismo, acústica e hidrodinámica.

55 Teoría de grupos



Arthur Cayley también desarrolló diagramas de grupo como el de arriba, que utiliza diagramas geométricos para mostrar las conexiones entre un grupo y el conjunto que lo genera.

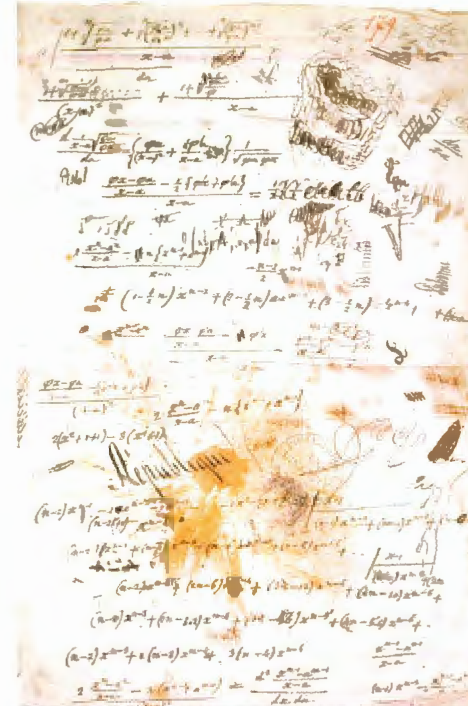
LAS MATEMÁTICAS CON FRECUENCIA UTILIZAN TÉRMINOS DE FORMA DIFERENTE AL LENGUAJE ORDINARIO. En matemáticas, un grupo no es solo una colección de objetos, sino también especifica cómo los miembros del grupo pueden combinarse para crear más miembros.

Un ejemplo de un grupo matemático son los enteros bajo la suma, ya que siempre es cierto que un entero + otro entero es igual a un tercer entero. En cambio, los enteros bajo la división no son un grupo, porque no es cierto que un entero dividido entre otro entero siempre sea igual a un tercero ($1 \div 2 = 0{,}5$ que no es entero).

Algunos grupos, como el de los enteros bajo la suma, son infinitos, pero otros son finitos, como los números -1, 0, 1 bajo la multiplicación. Para ordenar los miembros de un grupo finito, se puede dibujar una tabla de Cayley, como esta (izquierda).

x	-1	0	1
-1	1	0	-1
0	0	0	0
1	-1	0	1

Para grupos complejos, las tablas de Cayley (nombradas en honor al británico Arthur Cayley, siglo XIX), proporcionan una forma rápida de detectar patrones y propiedades.



Un manuscrito del matemático Évariste Galois escrito cuando el francés solo tenía 18 años muestra su trabajo sobre la teoría de grupos. La asombrosa carrera de Galois llegó a su fin cuando fue asesinado en un duelo con un oficial de artillería a la edad de 20 años.

Los grupos al descubierto

Los rudimentos de la teoría de grupos fueron desarrollados en la década de 1820 y su primera aplicación significativa fue la prueba por Évariste Galois de que algunos tipos de ecuaciones polinomiales son irresolubles.

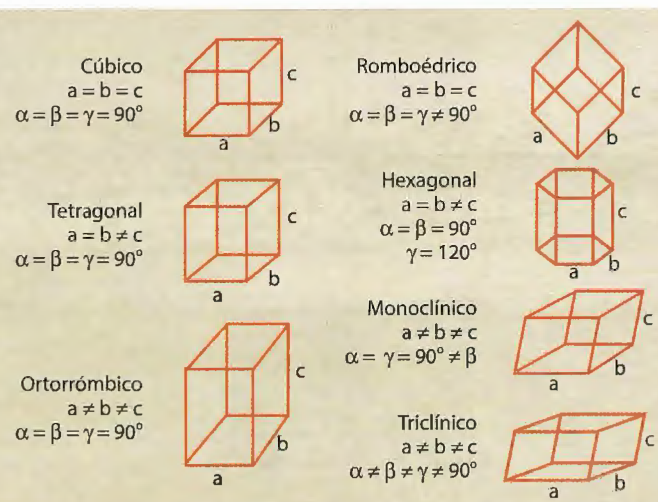
La teoría de grupos es utilizada en el análisis de simetría. Un triángulo equilátero, por ejemplo, puede ser rotado 120 grados en el sentido de las agujas del reloj, o puede ser reflejado por una línea vertical trazada a través de su centro, apareciendo igual a pesar de estas transformaciones. Hay muchas otras transformaciones, incluyendo combinaciones de rotaciones y reflexiones que alteran su forma. Una tabla de Cayley puede mostrar los dos subgrupos de transformaciones (simétricas y asimétricas) de un vistazo, pero su verdadero poder es que estas revelan cómo los grupos trascienden las descripciones simples. Por ejemplo, el patrón observado en la simetría de un triángulo puede ocurrir en otras áreas de las matemáticas que no tienen nada que ver con triángulos.

Mientras que algunos grupos pueden ser descompuestos en otros más simples, otros no pueden ser simplificados más. Estos son llamados grupos simplesy su papel clave en la simetría tiene aplicaciones en teoría cuántica y cosmología.

El desarrollo de la teoría de grupos en la década de 1850 marcó el inicio de un profundo cambio en la naturaleza de las matemáticas. Antes, las ecuaciones se veían como una forma abreviada de toda una serie de cálculos, con un sinfín de posibles números que podían ser reemplazados por letras y otros símbolos. Con el surgimiento de la teoría de grupos cambió el enfoque, haciendo de las ecuaciones y otras estructuras matemáticas objetos en sí mismos, dignos de ser estudiados y desarrollados.

CRISTALOGRAFÍA Y LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS CRISTALES

La teoría de grupos tiene muchas aplicaciones. Uno de sus éxitos fue determinar el número máximo posible de estructuras cristalinas. Este resultado se modificó para modelar la forma de los cristales, que usualmente solo tienen un grupo restringido de simetrías rotacionales. Sobre esta base, el número de las formas fue predicho como de solo 32, organizados en los siete sistemas que se ven a la derecha.



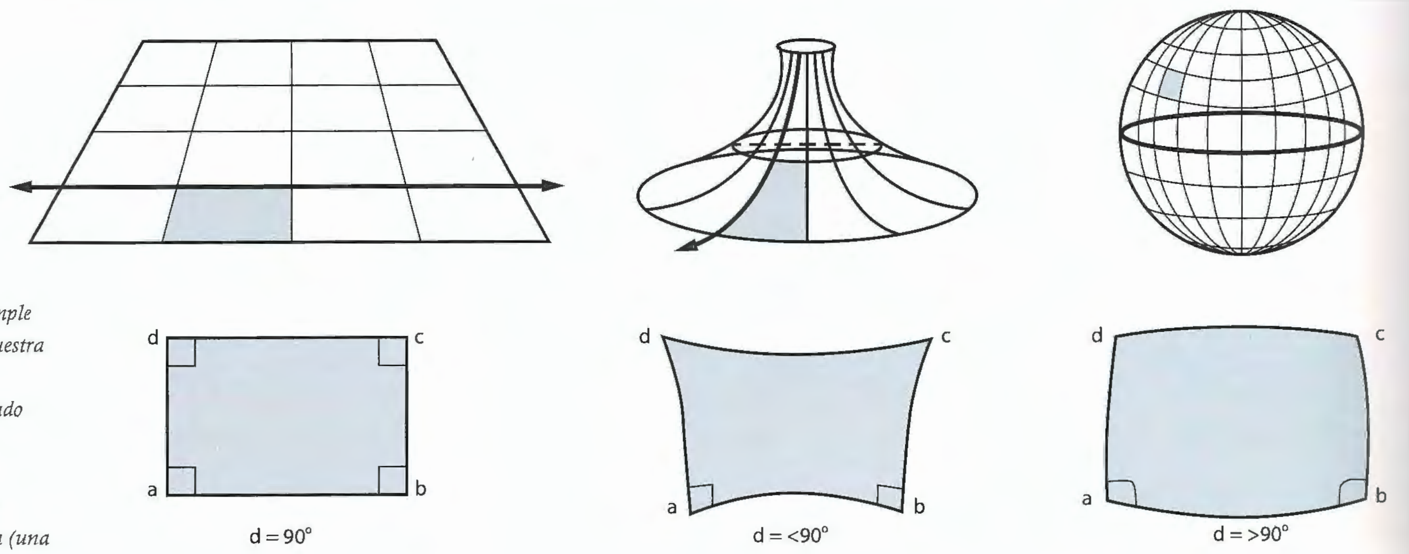
56 Geometría no euclidiana

A MENUDO SE HA DICHO QUE LOS *ELEMENTOS* DE EUCLIDES SE HAN REIMPRESO CASI TANTO COMO LA BIBLIA, Y DURANTE SIGLOS ESTE TRABAJO DE LA ANTIGUA GRECIA FUE CONSIDERADO CASI SAGRADO. Sin embargo, los matemáticos nunca están satisfechos y, llegado el siglo XIX, las persistentes dudas sobre las inconsistencias en los supuestos de Euclides llevaron a nuevas y extrañas geometrías, donde las líneas rectas también se curvan.

La geometría de Euclides se basa en puntos, líneas y planos (hoy en día se le suele llamar geometría plana). Un punto no tiene dimensiones, solo un lugar, mientras que una línea pasa por un punto y solo tiene una dimensión, la longitud, pero no profundidad. La longitud es medida entre un punto y otro cualquiera en la línea. Euclides estableció las propiedades de los puntos y las líneas en cinco postulados. Los primeros cuatro son incontrovertibles y aceptados como verdades universales I: Un segmento de línea recta conecta dos puntos. II: Cualquier línea recta puede ser extendida indefinidamente. III: Un círculo posee un segmento de línea constante como radio con uno de sus extremos en el centro. IV: Todos los ángulos rectos son congruentes; coinciden cuando se colocan uno sobre el otro.

El postulado problemático

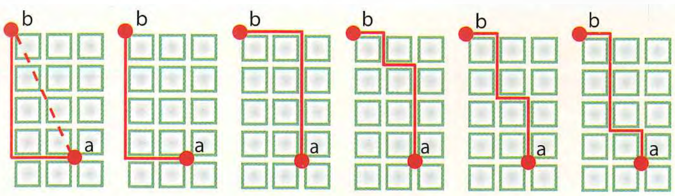
En el quinto y último postulado es donde comienzan los problemas. V: Si 2 líneas se trazan de tal forma que sean cortadas por una tercera, y la suma de sus ángulos internos es menor que la de dos ángulos rectos, estas dos líneas inevitablemente se

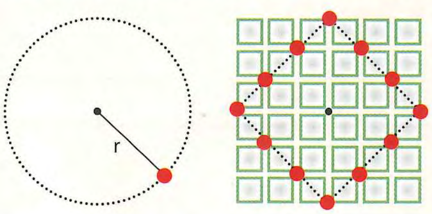


Una comparación simple de tres geometrías muestra cómo un rectángulo difeririía al ser dibujado sobre un plano, una pseudoesfera (una superficie puramente cóncava) y una esfera (una totalmente convexa).

GEOMETRÍA MANHATTAN

La trama de las calles de Manhattan provee cierta simplicidad para recorrerla. Sin embargo, la disposición de líneas paralelas y perpendiculares también crea su propia geometría. ¿Cuál es la distancia desde A hasta B? Si fuera un cuervo volando o un Euclides gigante equipado con una regla y el teorema de Pitágoras, la distancia medida diagonalmente es la raíz cuadrada de 20 (4,47 unidades). Sin embargo, abajo en las calles usted tiene que viajar 6 unidades, cualquiera que sea la ruta que tome. Utilizando la *distancia Manhattan* para construir formas euclidianas obtenemos resultados sorprendentes. Un círculo es la forma donde todos los puntos están a la misma distancia (el radio) del centro, pero cuando el radio es medido en la distancia Manhattan, ¡el círculo se convierte en cuadrado!





Estos dos círculos tienen el mismo radio de 3, solo que todos los puntos en el círculo de la derecha están medidos en unidades Manhattan.

intersectarán una a la otra si son extendidas lo suficiente. Esto implica que si la suma de los ángulos es igual a dos ángulos rectos (180°), entonces las dos líneas son paralelas.

Durante varios siglos, el quinto postulado dejó un mal sabor de boca entre la gente. Su palabrería y dependencia de supuestos no declarados lo muestran más como un teorema que como un postulado. También parece una generalización parafraseada de otras secciones de los *Elementos*, -los ángulos de un triángulo suman 180°- e incluso del propio teorema de Pitágoras.

Recto y curvo

Generaciones de matemáticos malgastaron sus carreras buscando una prueba del quinto postulado, incluyendo al húngaro Farkas Bolyai. Bolyai se desesperó cuando también su hijo János se sintió atraído hacia la órbita del problema. Y no tenía necesidad: creció para convertirse en un virtuoso violinista, hablaba nueve idiomas y era el mejor bailarín (y espadachín) de su escuadrón de caballería. Su mala salud lo hizo retirarse de la vida militar y regresar a los brazos de las matemáticas y al problema de las paralelas.

En 1833 János Bolyai publicó sus hallazgos en un apéndice del libro de su padre, *Intento por introducir a la juventud estudiosa en los elementos de las matemáticas puras*. En él Bolyai hace un gran avance; luego se descubrió que el ruso Nikolai Lobachevski había llegado a algo similar pocos años antes: el quinto postulado es independiente de los otros cuatro, pudiendo cambiarlo y crear toda una nueva forma de geometría.

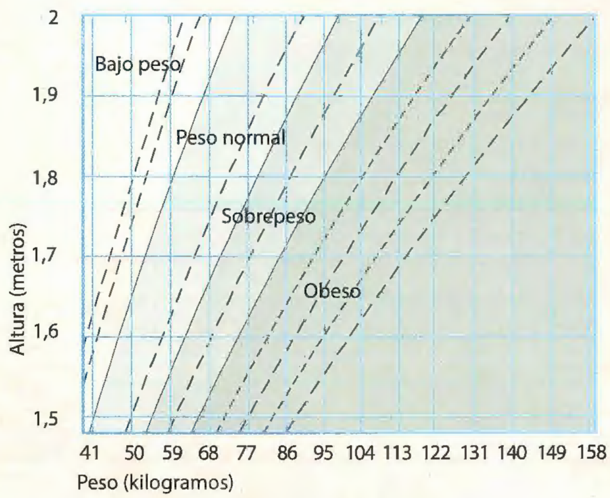
Bolyai y Lobachevski sugirieron una geometría donde la suma de los ángulos de un triángulo era menor que 180°. Como en la geometría euclidiana, las líneas rectas son la distancia más corta entre dos puntos, pero a diferencia del plano, las líneas discurren a través de una superficie cóncava, o hiperbólica. En esta geometría hiperbólica, no solo son curvas las líneas rectas, además es posible que varias líneas paralelas pasen a través del mismo punto.

Inclinándose hacia el otro lado

En la década de 1850, Bernhard Riemann comenzó a explorar una geometría basada en las superficies convexas, o elípticas (como una esfera), donde los ángulos de un triángulo suman más de 180°. Las líneas rectas también se curvan aquí pero, a diferencia de las otras dos geometrías, no son infinitas en longitud, ya que se curvan en círculos. Además, la geometría elíptica no incluye el concepto de líneas paralelas.

57 La persona media

TOMANDO UNA MUESTRA DE UN GRUPO DE PERSONAS, HAY ALTO Y BAJOS, pero la mayoría será más o menos de la misma altura. Dibujando esta variación en una gráfica deberíamos obtener una curva llamada distribución normal.



Carl Gauss había formalizado la distribución normal a inicios del 1800 para representar las características de variaciones continuas dentro de un grupo. En 1835, Adolphe Quetelet combinó la estadística y la probabilidad para revelar *l'homme moyen* (el hombre promedio). Este concepto es aplicado a día de hoy a la planificación de problemas de salud pública, y el estudio original de Quetelet revela el comportamiento humano: midió la altura de 100.000 reclutas y comparó los datos con la propagación esperada. Encontró que el número de personas justo por debajo o por encima de los límites de altura para el servicio militar era mayor que el error de la medición: muchos estaban mintiendo para evitar el servicio.

El índice de masa corporal utilizado para clasificar a las personas de acuerdo a su peso ideal en razón de su altura era originalmente conocido como índice de Quetelet.

58 Distribución de Poisson

SE ENCIENDEN ALARMAS, SUENAN TELÉFONOS, LA MALEZA CRECE EN EL CÉSPED... pero, ¿qué patrones son fruto del azar y cuáles apuntan a una causa subyacente? Una fórmula ideada por el matemático francés Siméon-Denis Poisson en 1837 resulta un método vital para separar estas posibilidades.

La distribución de Poisson se ocupa de patrones de datos que ocurren por casualidad. Tomemos por ejemplo los coches que viajan a lo largo de una carretera durante el transcurso de una hora. Conocer el promedio por hora no nos dice que en cada minuto de esa hora está pasando exactamente el mismo número de coches. Es más probable que en un minuto no pase ningún coche y que al siguiente puede que pasen dos. La fórmula de Poisson permite que el número de minutos donde pasan 0, 1, 2 o más coches sea calculado a partir de la media global. Entonces, si los datos reales se ajustan

Los muchos logros de Siméon-Denis Poisson le hicieron ganar un lugar en el selecto grupo de los 72 científicos franceses cuyos nombres fueron inscritos en la Torre Eiffel en 1889.

al patrón predicho, es probable que opere solo la casualidad; si no, entonces debe existir otro factor que controle la frecuencia de los coches.

El trabajo de Poisson, fue impulsado por un interés en las decisiones tomadas por los jurados. Fue el matemático polaco Ladislaus Bortkiewicz quién llamó la atención del mundo hacia la distribución de Poisson en su libro de 1898, *La ley de los pequeños números.*

El libro de Ladislaus Bortkiewicz La ley de los pequeños números *incluía su clásico estudio sobre la muerte por coces de caballo en el ejército. Bortkiewicz fue capaz de demostrar que los datos de las coces se ajustaban a una distribución de Poisson y podía ser explicada por el azar.*

Respuestas sí y no

La distribución de Poisson se aplica en ciencia, medicina, economía e industria. P. ej., si la maquinaria de una fábrica se avería ocasionalmente al azar, puede predecir la probabilidad de que varias máquinas fallen a la vez.

El decaimiento radiactivo es un ejemplo de proceso aleatorio ajustado a una distribución de Poisson. Se pueden revelar reglas o causas ocultas al comparar la información real con lo que predice la pura casualidad. Por ejemplo, ¿pueden los casos de leucemia en una localidad explicarse solo por azar o son el resultado de un riesgo de salud pública? El análisis estadístico basado en la distribución de Poisson es esencial para responder a estas preguntas.

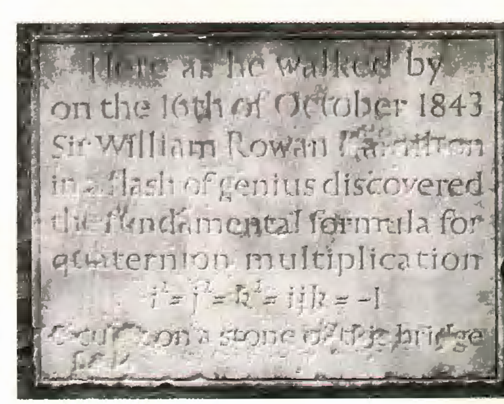
59 Cuaterniones

LOS NÚMERO NO SON LO QUE PARECEN: los enteros (la palabra utilizada para los número sin decimales) son un subconjunto de los números reales, que son un subconjunto de los números complejos. Pero esto no termina aquí. Los números complejos son un subconjunto de los *cuaterniones.*

Así como los números reales pueden ser considerados como puntos en una recta y los complejos como un punto en un plano, los cuaterniones pueden ser considerados en términos de un espacio tridimensional. Inventados por Sir William Rowan Hamilton en 1843, fueron muy utilizados en mecánica y electromagnetismo, pero cayeron en desuso cuando se desarrollaron enfoques más simples. Sin embargo, se han vuelto importantes una vez más, ya que son una poderosa manera de describir la rotación en el espacio. Son una herramienta esencial en computación gráfica, procesamiento de señales, modelado molecular y matemáticas del vuelo espacial.

El mayor desafío de Hamilton era cómo realizar operaciones matemáticas con cuaterniones. No estaba claro como podrían ser divididos unos entre otros. Cuando la solución finalmente se le ocurrió de golpe a Hamilton, para no olvidarla la esculpió en el puente sobre el que su esposa y él estaban caminando al norte de Dublín.

Una placa en el puente Brougham de Dublín, conmemora el inspirador paseo de William Hamilton en 1843.



60 Números trascendentales

EN 1844, EL FRANCÉS JOSEPH LIOUVILLE DEMOSTRÓ ALGO QUE YA SE SOSPECHABA: la representación decimal de algunos números no solo era infinitamente larga sino que además progresaba de forma impredecible.

Un número racional es uno que puede ser expresado como una fracción, digamos p/q, donde p y q son ambos enteros (los enteros son los números naturales, 1, 2, 3, 4, 5, etc., el cero y los naturales negativos). Cualquier número que no pueda ser expresado como una fracción es irracional. Tal vez el más conocido de los números irracionales sea π. Otro es la raíz cuadrada de dos, aunque Pitágoras creía que los números tenían valores perfectos y se negaba a aceptar la existencia de los números irracionales. Los números trascendentales son una clase particular de números irracionales. Un número trascendental, ya sea real o complejo, no puede expresarse utilizando el álgebra: no es raíz de un polinomio con coeficientes racionales.

$$0 < \left| x - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{q^n}$$

Los números de Liouville (x), que se ajustan con la expresión de arriba (donde p y q son enteros positivos), son todos transcendentales y proveen la primera evidencia de tales números.

LA PARADOJA DE ZENÓN

La idea de que los números no necesariamente tienen un valor exacto y definido fue sugerida en el siglo V a.C. por el filósofo griego Zenón. Zenón expresó sus ideas como una serie de paradojas que son experimentos mentales basados en la infinita divisibilidad del espacio. La paradoja de la dicotomía dice que un objeto que viaja una distancia dada debe primero viajar la mitad de esa distancia, y antes de eso un cuarto, un octavo y así en infinitas divisiones, con el resultado de que el viaje nunca se completa. Zenón vuelve a este concepto con Aquiles y la Tortuga, la historia de una carrera donde el atlético guerrero nunca cubre la distancia recorrida por el reptil.

No fue hasta el desarrollo del cálculo por Newton y Leibniz cuando se encontró la solución. Luego se demostró que una serie geométrica infinita puede converger, y entonces el infinito número de "medios pasos" recorridos se equilibra con el cada vez más pequeño lapso de tiempo necesario para cruzar las decrecientes distancias.

En busca de la transcendencia

Demostrar que un número es trascendental es muy complicado. Joseph Liouville intentó y falló en probar que e lo es, pero tuvo éxito en la construcción de una clase infinita de números trascendentales utilizando fracciones continuas, y en 1851 produjo un ejemplo de un número trascendental ahora llamado constante de Liouville. Este es una infinita cadena de 0 con un 1 ubicado en cada valor del número factorial (escrito $n!$) El factorial de 3 (3!), por ejemplo, es 1 x 2 x 3 = 6, entonces $n!$ es el factorial de cada número desde 1 en adelante. Esto produce la constante de Liouville: 0,110001000000000000000001. En 1873 se demostró que e es trascendental, y π en 1882. En realidad, la mayoría de los números son trascendentales, ¡los que tienen patrones definidos son la minoría!

61 Buscando a Neptuno

EL VERDADERO PODER DE LAS MATEMÁTICAS QUEDÓ DEMOSTRADO CUANDO GRACIAS A CÁLCULOS PURAMENTE TEÓRICOS SE DESCUBRIÓ UN NUEVO PLANETA. Un ilustre matemático francés logró esta hazaña al predecir la localización de un planeta hasta entonces desconocido.

En la década de 1840, el planeta conocido más distante era Urano, descubierto 60 años antes. Varias décadas de detalladas observaciones habían revelado que su vasta órbita (el planeta tarda 84 años en rodear al Sol) no se ajustaba exactamente a la trayectoria predicha para él por la ley de la gravitación de Newton.

Se sospechaba que otro planeta, aún sin descubrir, estaba afectando a Urano, distorsionando su órbita.

Comenzó una carrera por encontrar este planeta y la tarea recayó en los matemáticos. Urbain Le Verrier, ubicado en el observatorio de París, resolvió el problema pocos días antes que John Adams, su rival inglés. Utilizó las perturbaciones observadas en la órbita de Urano para señalar el siguiente planeta y envió sus hallazgos a Johann Galle en Berlín. El astrónomo alemán dirigió su telescopio hacia el planeta a las horas de haber recibido la carta de Le Verrier. Parecía azul como el océano, por lo que el octavo planeta fue llamado Neptuno, por el dios del mar.

Urbain Le Verrier (derecha) explica su descubrimiento a Luis Felipe I, el último rey de Francia.

Identidad errónea

Algunos años después, Le Verrier sugirió que existía un noveno planeta al que llamó Vulcano, que orbitaba entre el Sol y Mercurio, perturbando la órbita de este último. El francés predijo que Vulcano orbitaría el Sol en solo 19 días. Durante los siguientes 50 años, los científicos buscaron a Vulcano en vano. En 1916, Albert Einstein utilizó su teoría de la relatividad para explicar la anómala órbita de Mercurio. Vulcano no existía.

62 Ley de Fetchner-Weber

"Para que la intensidad de una sensación se incremente en progresión aritmética, el estímulo debe incrementarse en una progresión geométrica". Esto declara la ley de Fechner-Weber que utiliza las matemáticas para describir las percepciones sensoriales y los estímulos físicos del oído y otros sentidos.

El alemán Gustav Fechner fue un pionero de la psicología experimental. Descubrió la ilusión óptica que lleva su nombre, en la cual los colores se ven en patrones de blanco y negro. Presentó su apéndice al trabajo de Weber en la percepción del sonido en su libro Elementos de psicofísica.

Los sentidos humanos pueden reaccionar a un increíble rango de energías. Nuestros oídos, por ejemplo, pueden detectar sonidos tan bajos que el tímpano se mueve menos del ancho de un átomo, pero también puede escuchar sonidos que son 10 billones de veces más poderosos.

De forma similar, la estrella menos brillante que podemos ver es alrededor de 10 billones de veces menos poderosa que el Sol.

En una calle con mucho tráfico, no es difícil discernir sonidos más bajos, como una conversación. En una pieza musical las partes más silenciosas pueden tener menos del uno por ciento de la potencia que las más fuertes, sin embargo los sonidos más suaves son tan distinguibles entre sí como los más fuertes.

Entran los matemáticos

En términos de matemáticas, los sentidos no responden al incremento absoluto en el estímulo sino a la fracción incrementada desde su nivel previo. Fue Ernst Heinrich Weber quien, en 1846, descubriría que el cambio en la percepción de una persona acerca del peso era proporcional al logaritmo de cualquier incremento; así, pequeños incrementos son casi imperceptibles. En el caso del sonido, podía ocurrir que cuando el estímulo se hacía diez veces más fuerte, la percepción se incrementaba solo al doble. En 1860, Gustav Fechner profundizó en el descubrimiento de Weber, añadiendo su nombre al concepto.

Incluso en el siglo XIX las ciudades estaban muy lejos de ser tranquilas.

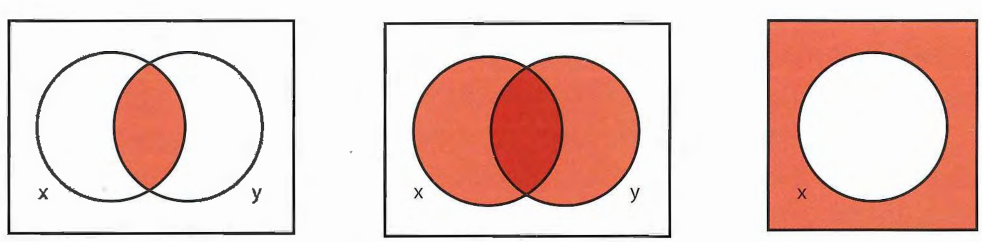
Una forma de experimentar la ley de Fechner-Weber es: si hay dos ventanas abiertas, cierra una de ellas; si nuestro sentido del oído fuera lineal con respecto a la intensidad, esto reduciría el ruido externo a la mitad. Aunque la potencia del sonido en la habitación, efectivamente, se ha reducido a la mitad, la diferencia en el volumen que escuchamos es apenas perceptible.

63 Álgebra booleana

EN EL ÁLGEBRA TRADICIONAL, LAS VARIABLES REPRESENTAN NÚMEROS. UNA MÁQUINA UTILIZANDO UN ALGORITMO para resolver dichas ecuaciones no es más que una calculadora. Pero en la década de 1840, el matemático inglés George Boole se dio cuenta de que podían ser algo más.

El propósito del álgebra de Boole era descomponer la razón en sus relaciones lógicas básicas y representarlas con símbolos simples.

George Boole publicó en 1854, *An Investigation of the Laws of Thought,* en el que propuso un álgebra con solo dos valores: 1 para *verdadero* o 0 para *falso*. En lugar de la adición, la división y las otras operaciones del álgebra tradicional, las operaciones *booleanas* existentes son Y, O y NO, también conocidas como conjunción, disyunción y complemento. La conjunción utiliza el símbolo ^ y trabaja como la multiplicación; cualquier 0 en la operación resulta en una respuesta 0 (falso). La disyunción (v) era similar a la adición pero 1 v 1 se definió como 1. Finalmente, el complemento (¬) es un intercambio de valores, 0 por 1 y viceversa. Estas operaciones básicas pueden ser expresadas de diversas maneras, incluyendo rejillas de posibles resultados, llamadas tablas de verdad, y estos sencillos diagramas de Venn, que muestran la forma en cómo se relacionan conjuntos de x e y (grupos diferentes de 1 y 0). Boole luego derivaría otras operaciones de la composición de las tres operaciones básicas.



conjunción   disyunción   complemento

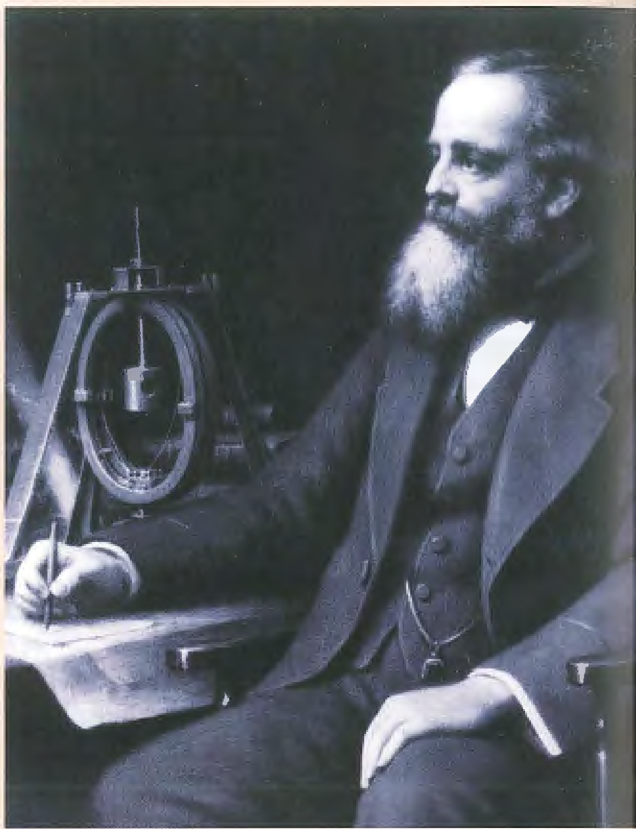
En lenguaje computacional

La lógica booleana se asocia con la programación de ordenadores, especialmente cuando se convierte en algoritmos. Aunque el trabajo de Boole influenció el desarrollo de las máquinas de cómputo mecánicas de su época, su mayor aplicación en la lógica de computación tardaría más de un siglo en llegar. En la década del 1930, el matemático e ingeniero eléctrico norteamericano Claude Shannon había desarrollado los circuitos conmutadores y comenzó a utilizar ecuaciones booleanas para controlar cuándo uno o todos los circuitos eran conmutados como encendidos o apagados. Estas fueron las primeras puertas lógicas, parte de los fundamentos de la computación digital.

Básicamente las puertas lógicas representan la acción de los conmutadores dentro de los circuitos de los ordenadores, primero diodos termoiónicos y ahora millones de transistores en un simple microchip. En teoría, una puerta lógica puede utilizar cualquier cosa como entrada, desde bolas de billar hasta fotones en rotación.

64 Maxwell–Boltzmann

LA DISTRIBUCIÓN DE MAXWELL – BOLTZMANN ES EL TRABAJO DE DOS FÍSICOS DEL SIGLO XIX, JAMES CLERK MAXWELL Y LUDWIG BOLTZMANN, quienes trabajaron independientemente para crear el área de la física conocida como mecánica estadística, la primera aplicación de la estadística a las ciencias físicas.

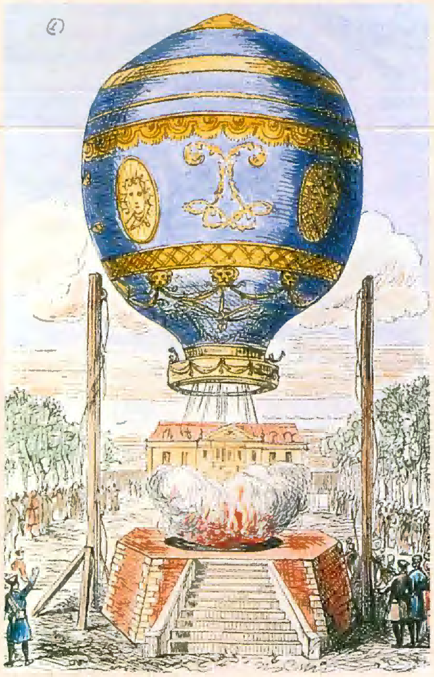


Además de contribuir con las herramientas matemáticas que describen el movimiento de las moléculas de gas, James Clerk Maxwell también fue fundamental en el desarrollo de las matemáticas del electromagnetismo.

A mediados del siglo XIX, la termodinámica ya estaba establecida, pero no la idea de que toda la materia estaba compuesta de átomos. Desafortunadamente para Boltzmann, quien trabajaba en la mecánica estadística -que asume que la materia está formada por partículas- el debate llevó a disputas y pudo, finalmente, haber contribuido a su suicidio en 1906. Unos años después, la realidad de los átomos no fue solo aceptada, sino que se comenzó a probar su estructura interna.

La idea de que el calor es el movimiento de las partículas que componen la materia había sido propuesta más de un siglo antes de Maxwell y Boltzmann por el matemático suizo Daniel Bernoulli. De acuerdo con la teoría cinética de los gases, el movimiento constante de las partículas de gas subyace en las cualidades macroscópicas de los gases, como el calor y la presión, que son el objeto de la termodinámica.

Montgorfier fue un pionero que realizó un vuelo en globo de aire caliente en 1783, y que solo fue completamente explicado cuando la distribución de Maxwell-Boltzmann describió cómo calentando el aire resultaba que el gas dentro del globo reducía su densidad cuando el volumen aumentaba, debido a un incremento en la velocidad de sus partículas.

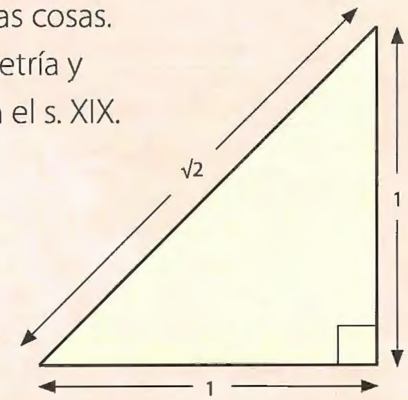


Situación del fluido

En 1859, Maxwell propuso una ley para describir la velocidad de las partículas en un gas. Ya que hay demasiadas partículas para ser descritas individualmente, era necesaria una ley estadística. Algunos científicos pensaban que las colisiones entre partículas podrían hacer que todas las velocidades fueran iguales, pero Maxwell argumentaba que debía haber un rango de velocidades. Al año siguiente la teoría de Maxwell predijo correctamente que la viscosidad de un gas no dependía de su presión. Este trabajo inspiró a Boltzmann, y en 1871 publicó una versión más general de la ley de Maxwell en términos de la distribución de energía, en lugar de basarla en la velocidad, conocida como distribución de Maxwell-Boltzmann.

65 Definir irracionales

LOS NÚMEROS IRRACIONALES FUERON UN FAMOSO DESCUBRIMIENTO DE LOS PITAGÓRICOS EN LA ANTIGUA GRECIA, asestando un golpe a su creencia de que los números y las razones entre ellos eran el origen de todas las cosas. Estas inconvenientes magnitudes quedaron confinadas a la geometría y exiliadas de la aritmética, una situación que solo fue remediada en el s. XIX.



Los números irracionales incluyen la longitud de la diagonal de un cuadrado en relación a sus lados (i. e. la raíz cuadrada de dos; arriba) y la longitud del lado de un cubo al lado de otro cubo del doble de volumen que el primero -la raíz cúbica de dos.

Como los pitagóricos habían descubierto, algunas magnitudes eran "inconmensurables" en relación de unas con otras. En otras palabras, los números no podían ser expresados como la razón de un número entre otro. Esto significa que, previo a la notación decimal, formalizada en el siglo XVI, no había manera de expresar estas cantidades de forma numérica. Incluso con la notación decimal, estos no pueden ser expresados de forma precisa porque sus dígitos decimales nunca acaban.

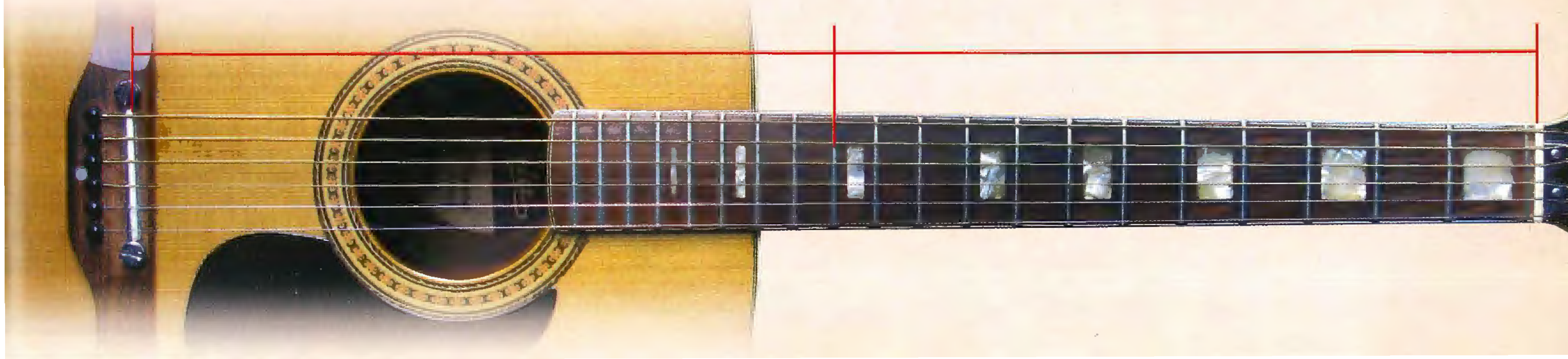
Haciendo el corte

En el siglo IV a.C. Eudoxo aborda este problema con una definición sofisticada sobre qué magnitudes eran comparables y cuáles no. Algunos historiadores ven este trabajo, incluido en los *Elementos* de Euclides, como equivalente a las mejores definiciones a las que llegó el matemático alemán Richard Dedekind en la década de 1870.

Se necesitaba una definición de los irracionales para dar bases aritméticas completas al cálculo, en lugar de las bases geométricas parciales, que habían sido dadas por sus inventores en el siglo XVII. Dedekind se quejaba: "Se declara tan frecuentemente, que el cálculo diferencial trata con magnitudes continuas, y aún no está explicado". La continuidad no podía ser provista solo por los números racionales. En una recta de números, todos los números racionales están representados por un punto, aunque no es cierto que cada punto corresponda a un número racional; algunos son irracionales.

La definición de Dedekind incluye todos los números reales: tanto los racionales como los irracionales. Introdujo lo que ahora se conoce como el *corte de Dedekind*, que divide la recta numérica en dos partes: cualquier número real puede ser identificado con un corte que separa los números en conjuntos de los mayores y los menores que el número. Por ejemplo, la raíz cuadrada de dos es el corte que separa los números con cuadrados menores que dos, de aquellos con cuadrados mayores que dos.

El intervalo entre los trastes en una guitarra, como otras escalas musicales, están ubicados de acuerdo a aproximaciones de un número irracional, la duodécima raíz de 2.



66 Infinito

PARA LOS ANTIGUOS, EL INFINITO ERA UN TEMA TABÚ -MEJOR DEJARLO DEL LADO DE LOS DIOSES-, Y TAMBIÉN INDESCIFRABLE, que causó estragos en cualquier racionalidad matemática. Es difícil imaginar cómo responderían a la revelación de Georg Cantor hecha en 1874 sobre este tema: hay más de un tipo de infinito, y algunos son más grandes que otros.

Debemos agradecer al matemático inglés John Wallis por ∞, el símbolo de infinito, que lo introdujo en 1655.

A veces se piensa que el infinito es un número muy grande, pero no es la mejor manera de pensar sobre él. No importa lo grande que sea un número, no se puede aproximar a infinito. Tome por ejemplo el "gúgol", el nombre sin sentido dado al número 10^{100}-un 1 seguido de 100 ceros. Es un valor verdaderamente grande. Al número le dio su nombre un niño de nueve años, Milton Kasner, sobrino de Edward Kasner, en 1920. Se trata de la inspiración detrás del nombre de la compañía Google. El gigante de las búsquedas en Internet tiene su cuartel general en el Googleplex en San José. Sin embargo, un gúgolplex es un número diferente. Esta vez es 10^{gugol}, o un 1 seguido de un gúgol de ceros. Carl Sagan, el gran divulgador científico, dijo que un trozo de papel suficientemente largo para escribir en él un gúgolplex no cabría dentro del universo conocido, "y aun así está exactamente tan lejos del infinito como el número 1".

NÚMEROS CARDINALES

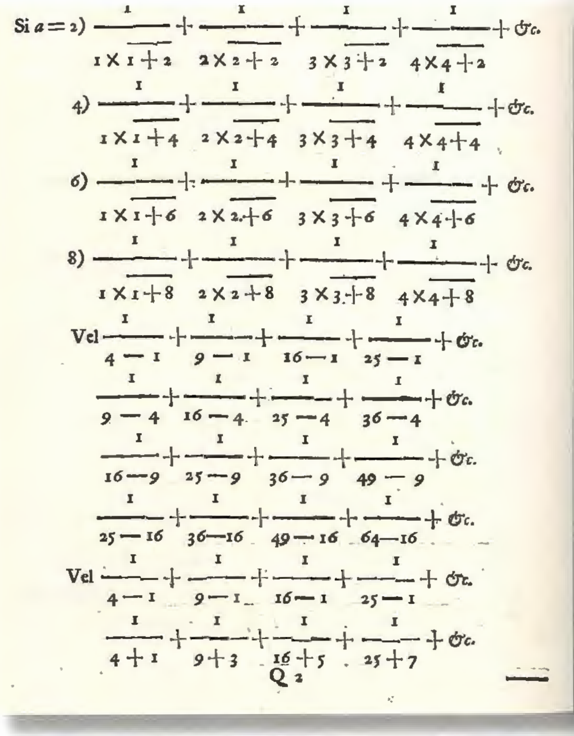
Cantor necesitaba especificar la diferencia entre los diversos tipos de infinito que había descubierto. Lo logró a través del concepto de cardinalidad. La cardinalidad clasifica conjuntos de números únicamente por su extensión, por lo que los conjuntos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) y (rojo, naranja, amarillo, verde, azul, índigo, violeta) tienen ambos cardinalidad 7, lo que puede ser confirmado por el hecho de que los miembros de cada uno pueden ser relacionados uno-a-uno con los del otro.
La prueba de cardinalidad uno-a-uno se puede aplicar también a conjuntos infinitos; el tipo de infinito más pequeño es uno que es numerable, como los números naturales: 0, 1, 2, 3. Tales infinitos están numerados con el número cardinal $\aleph_0$ (aleph-zero). Hay toda una gama de cardinales para diferentes infinitos.

Todo y nada

El concepto de infinito está lleno de paradojas, y se mantuvo en el reino de la filosofía mientras la gente luchaba por imaginar cosas que fueran infinitamente grandes (e infinitamente pequeñas). Por ejemplo, John Wallis, el inventor del signo infinito ∞ creía que los números negativos no eran menores que cero sino infinitesimalmente pequeños.

El profesor de matemáticas alemán David Hilbert explicaría el infinito a sus estudiantes pidiéndoles que se imaginaran que eran los recepcionistas en un hotel con un número infinito de habitaciones. Llega el día en que el hotel está totalmente ocupado. Cuando un nuevo invitado llega, el recepcionista llama a sus infinitos huéspedes y

Este texto del siglo XVIII por Pierre Raymond de Montmort se ocupa de una serie infinita, secuencias de serie infinita, secuencias de números derivadas de una operación particular, pero que no tienen un punto final definido.



Si $a=2)\ \frac{1}{1\times1+2}+\frac{1}{2\times2+2}+\frac{1}{3\times3+2}+\frac{1}{4\times4+2}+$ &c.

$4)\ \frac{1}{1\times1+4}+\frac{1}{2\times2+4}+\frac{1}{3\times3+4}+\frac{1}{4\times4+4}+$ &c.

$6)\ \frac{1}{1\times1+6}+\frac{1}{2\times2+6}+\frac{1}{3\times3+6}+\frac{1}{4\times4+6}+$ &c.

$8)\ \frac{1}{1\times1+8}+\frac{1}{2\times2+8}+\frac{1}{3\times3+8}+\frac{1}{4\times4+8}+$ &c.

Vel $\frac{1}{4-1}+\frac{1}{9-1}+\frac{1}{16-1}+\frac{1}{25-1}+$ &c.

$\frac{1}{9-4}+\frac{1}{16-4}+\frac{1}{25-4}+\frac{1}{36-4}+$ &c.

$\frac{1}{16-9}+\frac{1}{25-9}+\frac{1}{36-9}+\frac{1}{49-9}+$ &c.

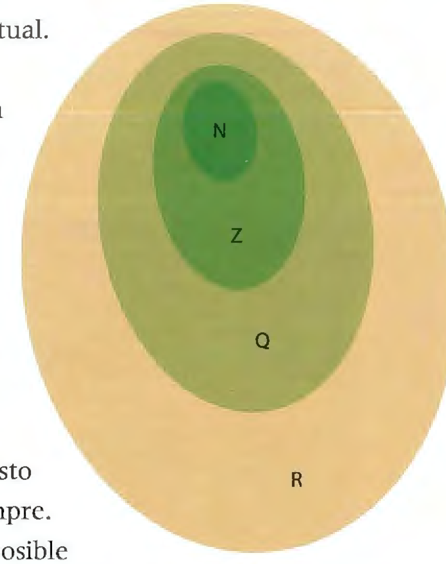
$\frac{1}{25-16}+\frac{1}{36-16}+\frac{1}{49-16}+\frac{1}{64-16}+$ &c.

Vel $\frac{1}{4-1}+\frac{1}{9-1}+\frac{1}{16-1}+\frac{1}{25-1}+$ &c.

$\frac{1}{4+1}+\frac{1}{9+3}+\frac{1}{16+5}+\frac{1}{25+7}+$ &c.

Q 2

les pide que se muden a la habitación un número por encima de la actual. Justo cuando se ha instalado, llega un número infinito de turistas. El recepcionista pide a sus clientes actuales que se muden a la habitación cuyo número sea el doble del que tienen ahora, dejando un número infinito de habitaciones libres.



Infinitos numerables
Infinitos no numerables

N es el conjunto infinito de los números naturales; Z es el conjunto de los números enteros; Q incluye todos los números racionales; R es el conjunto de los números reales.

Los infinitos de Cantor

El Hotel de Hilbert ha sido el preludio de algunas conferencias sobre el trabajo de su colega alemán Georg Cantor, quien en la década de 1870 dio al infinito unas bases matemáticas firmes. Encontró que no había solo un infinito sino un número infinito de ellos.

El primer infinito es el de los números naturales, o 1, 2, 3... etc. Justo como los números en la puerta del hotel podrá seguir sumando 1 siempre. Cantor describe este conjunto como numerable, que significa que es posible contarlos. Los números naturales son todos racionales, pueden ser expresados como una fracción. Sin embargo, la mayoría de las fracciones no son números naturales. Y, a pesar de que los números naturales son un subconjunto de los números racionales, ambos conjuntos son infinitos y numerables, tienen la misma *cardinalidad*.

Vuelta a la realidad

Cantor conocía el trabajo de Richard Dedekind sobre los números irracionales, y sabía que la infinitud de los números racionales era solo un subconjunto de los números reales. El resto de los números reales eran los números irracionales que no podían ser expresados como fracciones, simplemente por su infinitamente larga e impredecible cadena de decimales. A diferencia del infinito racional, el conjunto completo de los números reales no podía ser contado y entonces Cantor describió este tipo de infinito como uno *no numerable*, que tiene una cardinalidad mayor que la de los infinitos numerables.

Paridad de Cantor: el conjunto infinito de las fracciones tiene la misma cardinalidad que el conjunto de los números naturales.

Cantor también identificó subconjuntos dentro de los números reales. Algunos números irracionales (y todos los racionales) son lo que Euclides describe como construibles, a los que se puede llegar utilizando un proceso geométrico. Por ejemplo, $\sqrt{2}$ es construible dibujando la diagonal de un cuadrado.

Cantor demostró que los números construibles eran un infinito numerable. Todos los números construibles son algebraicos: pueden ser expresados con álgebra, y el infinito de los números algebraicos es también un infinito numerable. Sin embargo, los racionales no algebraicos, o números trascendentales, son no numerables en su infinitud.

	1	2	3	4	5	6	7	8	-
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	-
2	$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{8}$	-
3	$\frac{3}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{8}$	-
4	$\frac{4}{1}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{8}$	-
5	$\frac{5}{1}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{8}$	-
6	$\frac{6}{1}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{6}{8}$	-
7	$\frac{7}{1}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{7}{8}$	-
8	$\frac{8}{1}$	$\frac{8}{2}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{8}{8}$	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	

67 Conjuntos

UNO DE LOS CONCEPTOS MÁS UBICUOS EN LAS MATEMÁTICAS MODERNAS ES EL DE CONJUNTOS. La teoría de conjuntos se ocupa de la forma en la que un conjunto y sus subconjuntos están relacionados, sobre todo en la manera en que pueden o no ser convertidos unos en otros

Georg Cantor es la figura fundadora de la teoría de conjuntos, sin embargo su trabajo innovador es conocido ahora como la teoría de conjuntos ingenua a causa de algunos errores paradójicos que luego se hallaron en ella.

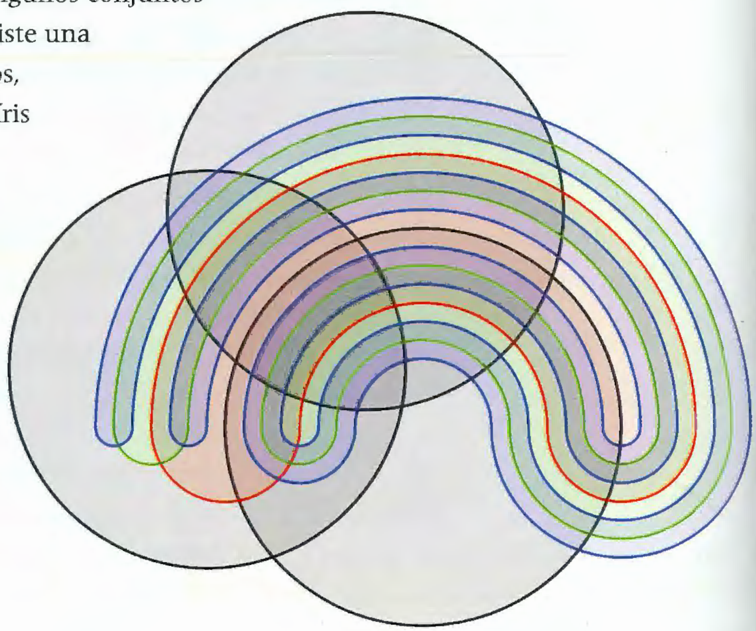
El número 4 es miembro de más de un conjunto, incluyendo el conjunto de los enteros, de los números cuadrados, los números pares, números cuyo nombre contiene más letras de las que él representa... El conjunto de los números pares es un ejemplo de subconjunto: todos los miembros están también en el conjunto de los enteros. La forma en la que los conjuntos se intersectan, formando subconjuntos, es tal vez más familiar en la forma de diagramas de Venn, inventados por el lógico británico John Venn en 1880.

Sin embargo, el poder de los conjuntos no es simplemente el de la clasificación; es también una manera de captar el concepto de función. Una función, de forma general, es una manera en la cual el número es modificado. Aplique una función a un número y obtendrá otro: eleve 4 al cuadrado y obtendrá 16, entonces la elevación al cuadrado es una función; apliquemos dicha función al conjunto {-1, 0, 1} y obtendremos el conjunto {1, 0, 1}. La función cuadrado se escribe como $f(x)=x^2$.

Inicios y sinfín

La combinación de conjuntos y funciones condujo a cambios fundamentales en las matemáticas, como parte del trabajo de Georg Cantor acerca del infinito en la década de 1870. Un punto básico en su visión fue que algunos conjuntos son finitos y otros infinitos. En algunos casos existe una correspondencia 1-a-1 entre diferentes conjuntos, tales como entre el conjunto de colores del arcoíris y el conjunto de los enteros desde el 1 al 7.

Dos conjuntos finitos diferentes, pueden tener o no esta correspondencia 1-a-1. La en apariencia inocente pregunta de Cantor fue: "¿Tienen los conjuntos infinitos necesariamente una correspondencia 1-a-1?" La sorprendente respuesta fue no. El conjunto de los enteros es infinito, y sin embargo entre cualesquiera dos de ellos hay una cantidad ilimitada de números reales (que incluyen 0,1; 1/3; $\sqrt{2}$, y π). Entonces no hay una correspondencia 1-a-1 entre ambos



Este diagrama de Venn muestra seis conjuntos, todos intersectados unos con otros.

$$\text{sea } R = \{x \mid x \notin x\}, \text{ entonces } R \in R \Leftrightarrow R \notin R$$

La paradoja de Russell, una contradicción interna en la teoría de conjuntos, se representa por esta expresión -donde R es el conjunto de todos los conjuntos.

conjuntos, lo que significa que el conjunto infinito de los números trascendentales es en algún sentido mayor que el conjunto infinito de los enteros.

Un error dentro

El poder de la teoría de conjuntos fue desafiado por el británico Bertrand Russell en 1901. La duda preliminar de Russell fue, como la de Cantor, engañosamente simple. Antes de llegar a ella tenemos que seguir su razonamiento:

1. Algunos conjuntos son miembros de ellos mismos: "conjunto de los conjuntos".

2. La mayoría de los conjuntos no son miembros de ellos mismos. "El conjunto de los enteros" no es un entero y por lo tanto no está en el conjunto.

3. Imagine una lista de todos los conjuntos que no son miembros de ellos mismos. Llamemos a esta gran lista de conjuntos, A.

"¿Es el conjunto A un miembro de sí mismo?"

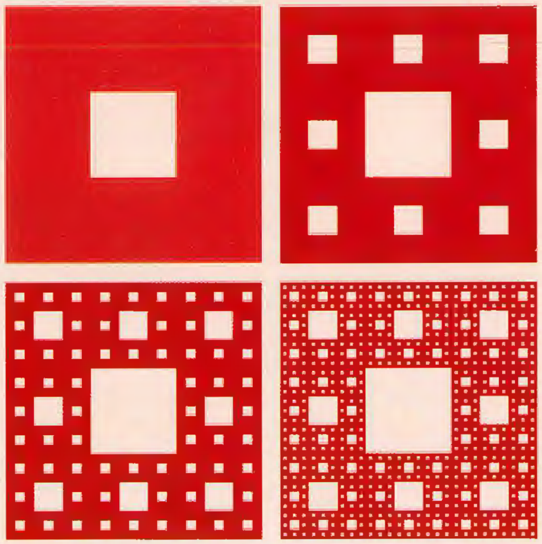
Digamos que sí, A es un miembro de A. Pero esto no puede ser: por definición, A es el conjunto de los conjuntos que no son miembros de ellos mismos. Entonces, digamos que no, A no es un miembro de A. Pero esto tampoco puede ser verdad: "el conjunto de los que no son miembros de ellos mismos" es lo que define a los miembros de A, ¡por lo que A debe estar en él!

En lenguaje ordinario, suena más a un acertijo. Tiene muchas formas y una sería así: en un pueblo, todos los hombres o bien se afeitan ellos mismos, o les afeita el barbero del pueblo. Podríamos decir que la población total del pueblo está en uno de los conjuntos: "hombres que se afeitan a sí mismos" u "hombres que son afeitados por otro". La pregunta de Russell se convierte en: "¿en qué conjunto está el barbero? No puede estar en el primer conjunto porque solo afeita a hombres que no se afeitan a sí mismos. Así que debe estar en el segundo conjunto, ya que el barbero debe afeitarlo. Pero esto tampoco es correcto: él no se puede afeitar a sí mismo".

Esta paradoja fue un golpe mortal a la teoría de conjuntos de Cantor, pero una mejor teoría de conjuntos surgió de sus cenizas. Hoy la teoría de conjuntos evita paradojas como la del barbero con una regla que establece que los conjuntos no pueden contenerse a sí mismos y al mismo tiempo negar la posibilidad de que la colección de todas las cosas cuente como un conjunto.

ALFOMBRA DE SIERPINSKI

Entre muchas otras aplicaciones, los conjuntos se utilizan para definir formas y sus propiedades. Un conjunto llamado de Cantor (ya que él lo desarrolló en 1883, aunque no fue el primero en definirlo), tiene sorprendentes propiedades. Los miembros del conjunto de Cantor son puntos en el segmento de una recta. El conjunto puede extenderse para describir superficies planas y el patrón que resulta (debajo) se llama alfombra de Sierpinski. Definido en 1916, es uno de los primeros ejemplos de un fractal, ya que se compone de la repetición indefinida de patrones autosimilares.



68 Axiomas de Peano

PUBLICADOS EN 1889, EL CONJUNTO DE LOS LLAMADOS "AXIOMAS DE PEANO" proporcionaron los supuestos necesarios para establecer la existencia de los números naturales.

Sorprende que la aritmética, operaciones simples como sumar y restar, no se formalizó hasta bien entrado el siglo XIX. Los axiomas del italiano Giuseppe Peano hicieron por la aritmética lo que los axiomas de Euclides hicieron por la geometría plana, descomponiéndola en sus conceptos más simples. Los nueve axiomas comienzan por establecer el primer número natural. Inicialmente, Peano seleccionó el 1 pero luego lo cambió por el 0. Muchos de los otros axiomas utilizan la idea de los números *sucesivos*, mostrando que esta se puede aplicar a todos los números en secuencia. Los axiomas han permanecido mayormente sin cambios desde que Peano los propuso, salvo algunos cambios de redacción.

Peano también se interesó a lo largo de su vida en el lenguaje y la notación, e introdujo muchos símbolos matemáticos. Sus papeles estaban tan llenos de signos (y faltos de palabras) que parecían jeroglíficos.

1. 0 es un número natural.
2. Para cualquier número natural x, $x = x$.
3. Para todos los números naturales x e y, si $x=y$, entonces $y=x$.
4. Para todos los números naturales x, y y z, si $x=y$ e $y=z$, entonces $x=z$.
5. Para todo a y b, si a es un número natural y $a=b$, entonces b es un número natural. Es decir, el conjunto de los números naturales es cerrado bajo los axiomas previos.

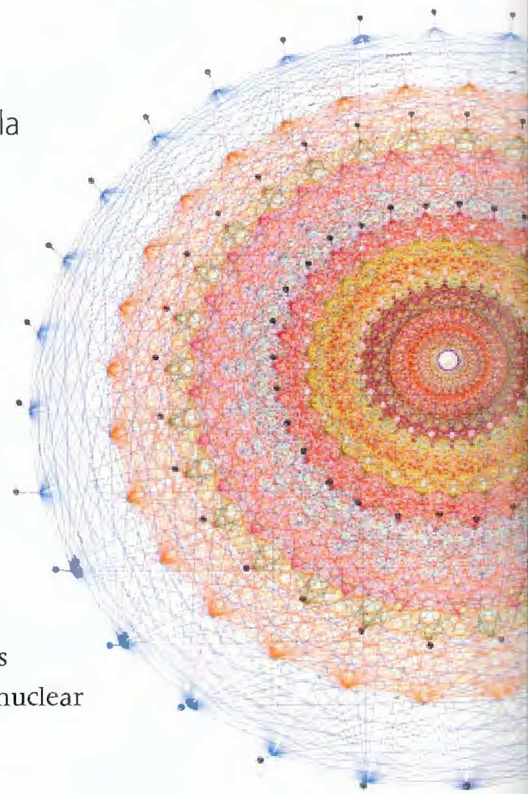
Otros cuatro axiomas describen las propiedades aritméticas de los números naturales.

69 Grupos simples de Lie

EN 1888, UN ARTÍCULO ESCRITO POR WILHELM KILLING, UN MATEMÁTICO ALEMÁN, PROPUSO UN GRAN NUEVO PROYECTO: la clasificación completa de los grupos simples de Lie.

Tal vez sea extraño que el físico cuántico A. J. Coleman declarara que la propuesta de Killing era "el artículo matemático más grande de todos los tiempos". Un ejemplo de grupo de Lie (en honor al noruego Sophus Lie) es el grupo de simetría del círculo: el conjunto de las rotaciones y reflexiones que pueden ser aplicadas a un círculo y que lo dejan de la misma apariencia. Las simetrías referidas a otras formas, incluyendo aquellas en otras dimensiones, son conocidas como variedades. Los grupos de Lie describen las simetrías de las variedades.

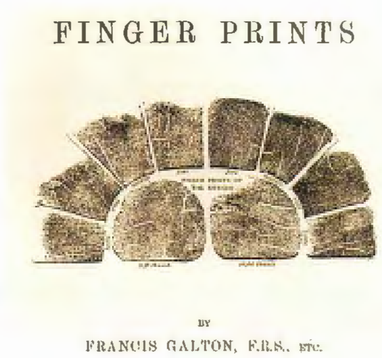
Los grupos *simples* de Lie son aquellos que no se pueden dividir más. Son utilizados para describir las partículas de interacción de las fuerzas en la naturaleza: gravitación, electromagnetismo, la fuerza nuclear fuerte y la fuerza nuclear débil.



Esta forma de 6720 lados con 240 vértices (esquinas) se deriva del grupo de Lie E_8, que está siendo utilizado para investigar la teoría de cuerdas.

70 Técnicas estadísticas

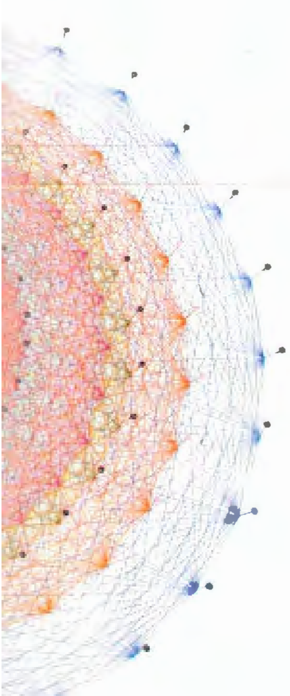
LA PALABRA *ESTADÍSTICA* TIENE DOS SIGNIFICADOS. Se refiere a la colección de datos que se pueden presentar en tablas o gráficos, pero también a la ciencia que desarrolla pruebas matemáticas para analizarlos.



Francis Galton tuvo una pintoresca carrera, incluyendo en ella el descubrimiento de que las huellas digitales de las personas son únicas y pueden ser utilizadas para identificarlas.

Como la sociedad industrial y la población crecieron de forma explosiva en el s. XIX, la necesidad de cuantificar el mundo creció. Algunas veces las cifras "hablaban por sí mismas", pero a menudo la información importante estaba escondida. Tres científicos británicos fueron prominentes en el desarrollo de las técnicas estadísticas. Francis Galton, un primo rico de Charles Darwin, quedó fascinado con el intento de medir cómo las características de los humanos podrían ser heredadas. Galton fue pionero en nuevos métodos de análisis de datos y en 1888 publicó su revolucionario trabajo en correlaciones, midiendo la aparente relación entre dos cantidades variables. Entre sus estudios estaban el resultado de los rezos y cómo la belleza variaba en diferentes lugares (las mujeres de Aberdeen, Escocia, ¡eran aparentemente las menos hermosas!)

Galton también descubrió la *sabiduría de las multitudes,* donde una predicción colectiva produce un promedio que a menudo resulta ser sumamente preciso. Por ejemplo, Galton encontró que el promedio de 800 respuestas obtenidas acerca del peso de una vaca estuvo más cerca del valor real que cualquiera de las respuestas de forma individual.



Desarrollos posteriores

Inspirado por Galton, Karl Pearson dio a las estadísticas unas bases matemáticas sólidas, introduciendo en 1900 su famosa prueba chi-cuadrado para comprobar cómo encajaban los datos reales en una curva teórica. (Pearson y Galton fueron entusiastas de la eugenesia, la práctica de mejorar la evolución humana mediante reproducción selectiva).

Otros avances fueron hechos por R. A. Fisher, quien desarrolló un medio para analizar la diferencia de una muestra, revelando si el tamaño de dicha muestra era suficientemente grande como para ser significativa. En una época previa a los ordenadores, Fisher diseñó sus pruebas para que no necesitaran una cantidad enorme de cálculos.

LA DAMA CON LAS ESTADÍSTICAS

Florence Nightingale es recordada como enfermera; nada menos que la fundadora de esta profesión. Sin embargo, su éxito se debió a sus habilidades como estadística. Recolectó datos de mortalidad del infernal hospital militar de Selemiye en las afueras de Estambul durante la guerra de Crimea y luego fue capaz de demostrar que su régimen de higiene previno muchas muertes. A su regreso a Londres, su presentación a los superiores mostraba las estadísticas en un *diagrama de la rosa* que Nightingale había inventado. Estas ayudas tan visuales han sido renombradas como gráficos de torta.

Florence Nightingale en el trabajo en Selimiye.

MATEMÁTICAS MODERNAS

71 Topología

LA MATEMÁTICA DETRÁS DE LA UBICACIÓN Y LA DISTORSIÓN ES CONOCIDA COMO TOPOLOGÍA, Y TAMBIÉN COMO "GEOMETRÍA FLEXIBLE". El campo tiene sus orígenes con Leonhard Euler en el siglo XVIII, pero ya en 1676 Gottfried Leibniz había pedido una "nueva geometría de la posición".

En topología, a diferencia de la geometría clásica, importa la disposición de las formas. Quien se enfrenta a este dominio de la deformación mental debe olvidar la distancia, el ángulo y la medida, prerrequisitos para la geometría euclidiana. En su lugar, importan más la posición relativa de las formas, sus conexiones y organización.

La topología surgió de la teoría de grafos que comenzó con el artículo clásico de Euler de 1736 Los siete puentes de Königsberg. Este trabajo se inspiró en un acertijo basado en la disposición del puerto báltico: ¿sería posible encontrar una ruta que cruce cada uno de los siete puentes de la ciudad solo una vez? Muchos lo habían intentado y casi todos creían que era imposible. El interés de Euler era descubrir por qué. Acertó de forma correcta que el factor significativo era el número de puentes, o conexiones, y no las distancias u orientaciones. Así pues, demostró que el problema de los puentes no tiene solución: deberás dejar de cruzar un puente o cruzar uno dos veces.

Una botella de Klein, descrita por primera vez por Felix Klein en 1882, es una superficie bidimensional no orientable. Como la cinta de Möbius, esta solo tiene una cara. Sin embargo, a diferencia de la cinta, para formar una por deformación de la superficie se requiere moverse a través de la cuarta dimensión espacial. Hay, por supuesto, solo tres de ellas.

Las investigaciones del francés Henri Poincaré en la "desconexión" de los espacios topológicos a finales del siglo XIX condujeron a una inmensamente famosa conjetura que fue finalmente resuelta en 2012 por el matemático ruso Grigori Perelman.

Equivalencia topológica

Siguiendo los pasos del problema de los puentes de Euler, los topólogos convierten cada forma en una red de nodos y conexiones; las características de las formas siguen siendo las mismas sin importar que las caras se hayan distorsionado. Incluso formas muy diferentes pueden ser en realidad lo mismo para un topólogo. En su jerga las formas tienen *equivalencia topológica.*

La prueba de cómo dos formas están relacionadas es si pueden ser llevadas a convertirse una en la otra. Esto sería fácil de ver en cómo un balón de fútbol y uno de fútbol americano están relacionados: la forma de huevo de uno puede ser cambiada a una esfera si se infla.

Desde el punto de vista de la topología, un donut y una taza de café tienen la misma forma. Ambos tienen un agujero a través de ellos, y las diferencias en la distorsión de las superficies de cada forma es incidental.

Problemas, reales e irreales

Las nociones de homología y homotopía, que tienen mucho peso en la teoría de conjuntos, gobiernan las equivalencias de las formas. La homología examina los agujeros en las formas y es más intuitiva. La homotopía es más abstrusa, trata de la información que el espacio contiene y cómo sus funciones pueden ser continuamente deformadas. Ambas conservan el sello del campo: los resultados generales pueden ser inferidos de investigaciones cualitativas, más que cuantitativas.

Otras ramas de la topología investigan cómo las funciones geométricas pueden ser enredadas y desenredadas, mirando la geometría de nudos y superficies multidimensionales llamadas variedades. La topología tiene muchas aplicaciones en el mundo real. Su capacidad para reconocer las clases de los objetos sin necesidad de conocer su forma o medida precisa hace de ella un sistema formidable. Los Swarmbots, pequeños robots autónomos que trabajan en masa, usan espacios topológicos para realizar un seguimiento de su entorno, y las matemáticas se utilizan para averiguar dónde colocar antenas de telefonía móvil y lograr una cobertura de red ideal.

Los Sistemas de Información Geográfica clasifican los elementos del mapa como dominios y bordes topológicos, lo que permite a los usuarios trabajar las relaciones entre los objetos del mundo real, a la vez que elimina los errores introducidos por las medias y el escalado.

CINTA DE MÖBIUS

Una cinta de Möbius es la única superficie que tiene un solo lado y un solo borde. Con una hoja de papel, tijeras y pegamento o cinta adhesiva, se puede presentar esta forma extraña de la geometría. Tome una tira de papel y una los extremos, pero antes de cerrar el lazo haga un simple giro en él. Este bucle sin fin es conocido como una superficie no orientable, porque no tiene cara interna o externa. Si asumimos que el papel no tiene grosor, la variedad tiene solo una cara. Si una hormiga fuera a caminar alrededor del lazo podría cubrir la superficie entera y terminar del lado opuesto a aquel en el que empezó.

72 Nueva geometría

CUANDO EL SIGLO XIX LLEGABA A SU FIN, DAVID HILBERT PROPUSO ALGO IMPENSABLE: iba a sustituir la geometría de Euclides, un elemento central de las matemáticas.

Durante más de 2000 años, la geometría euclidiana se consideró una obra maestra, pero a medida que pasaba el tiempo, se detectaban cada vez más debilidades. Muchas de sus definiciones no eran realmente tan claras y requerían más suposiciones que las establecidas por Euclides. Tales análisis llegaron a su punto crítico en 1899 con *Foundations of Geometry (Fundamentos de la geometría)* de David Hilbert. Hilbert vio que los axiomas o supuestos del antiguo griego estaban basados en las características del mundo real: puntos reales, líneas reales, curvas reales y superficies reales. El error en estos supuestos estaba oculto porque las matemáticas trabajaban superficialmente, aunque en la realidad matemática los axiomas no estaban totalmente definidos y fueran matemáticamente incorrectos. Los diagramas de Euclides exacerbaron este problema, ya que algunas veces hacían parecer verdad cosas que realmente no se sabía si lo eran. Por ejemplo, colocar un punto en una línea recta significa que este punto (2) está entre los puntos 1 y 3 que son los extremos de la línea. Sin embargo, el concepto de "intermediación" requiere una definición mucho más precisa que esta.

Como era de esperar del hombre que acabó con Euclides, el alemán David Hilbert fue uno de los matemáticos más influyentes de todos los tiempos. Su influencia se puede ver en topología y en la filosofía de la matemática.

La respuesta de Hilbert tomó un enfoque opuesto a la de Euclides. En lugar de que la geometría se convirtiera en una forma de explorar las propiedades de las formas, los puntos y las líneas, iba a tratarse de una materia acerca de las relaciones lógicas de los símbolos, independientemente de que estos representaran líneas u otra cosa (o nada en absoluto). Este nuevo enfoque formalista sería aplicado por Hilbert y muchos otros a más áreas de las matemáticas, y pronto se convertiría en una práctica estándar.

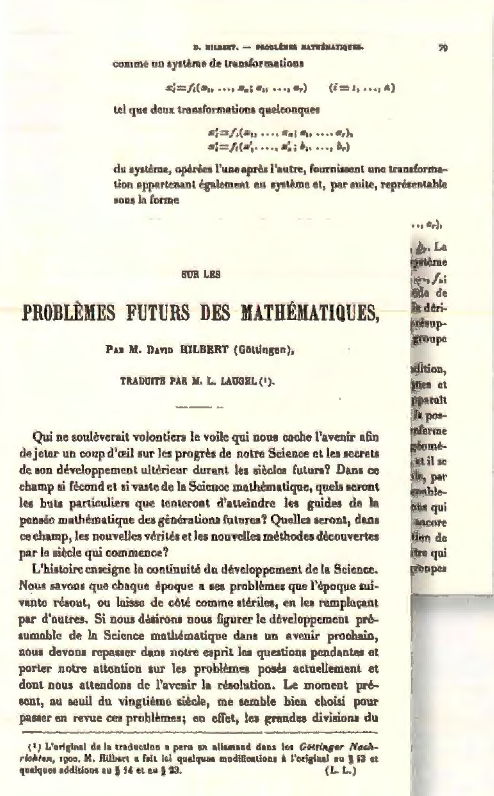
73 23 Problemas de Hilbert

EN EL PRIMER CONGRESO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICOS DEL SIGLO XX, DAVID HILBERT PLANTEÓ UNA TAREA A SUS COLEGAS, PRESENTES Y FUTUROS. En la conferencia de París presentó los diez problemas más espinosos aún no resueltos que ocuparían a la matemática en el siguiente siglo, y dio detalles de otras trece áreas de investigación. Hilbert escogió sus retos con el objetivo de estimular las matemáticas. Para el cambio del siguiente siglo, solo tres permanecían sin resolver.

23 PROBLEMAS

1 El problema del continuo como el descrito por Cantor. ¿Hay un número transfinito entre los de un conjunto infinito numerable (como los enteros) y los números del continuo (los reales)? La hipótesis del continuo desarrollada por Gödel y Cohen sugiere que la respuesta depende de la versión particular de la teoría de conjuntos asumida y está relacionada con el axioma de la selección de Zermelo de 1904. En 1963, Cohen mostró que el axioma de la selección (que permite seleccionar un valor único y preciso de un conjunto infinito) era independiente de los otros axiomas de la teoría. Sin embargo, no todos están de acuerdo en que este problema fue resuelto.

2 Establecer la compatibilidad de los axiomas aritméticos. Russell y Whitead abordaron esto, pero los teoremas de incompletitud de Gödel muestran que nunca se puede probar que los axiomas de la lógica son consistentes. Cualquier sistema que puede formular su propia consistencia puede probar su propia consistencia incluso si es inconsistente. No hay consenso acerca de si el trabajo de Gödel es una solución a este problema.


D. HILBERT. — PROBLÈMES MATHÉMATIQUES. 79

comme un système de transformations

$$x'_i = f_i(x_1, \ldots, x_n; a_1, \ldots, a_r) \qquad (i = 1, \ldots, n)$$

tel que deux transformations quelconques

$$x'_i = f_i(x_1, \ldots, x_n; a_1, \ldots, a_r),$$
$$x''_i = f_i(x'_1, \ldots, x'_n; b_1, \ldots, b_r)$$

du système, opérées l'une après l'autre, fournissent une transformation appartenant également au système et, par suite, représentable sous la forme

SUR LES

PROBLÈMES FUTURS DES MATHÉMATIQUES,

PAR M. DAVID HILBERT (Göttingen),

TRADUITE PAR M. L. LAUGEL (1).

Qui ne soulèverait volontiers le voile qui nous cache l'avenir afin de jeter un coup d'œil sur les progrès de notre Science et les secrets de son développement ultérieur durant les siècles futurs? Dans ce champ si fécond et si vaste de la Science mathématique, quels seront les buts particuliers que tenteront d'atteindre les guides de la pensée mathématique des générations futures? Quelles seront, dans ce champ, les nouvelles vérités et les nouvelles méthodes découvertes par le siècle qui commence?

L'histoire enseigne la continuité du développement de la Science. Nous savons que chaque époque a ses problèmes que l'époque suivante résout, ou laisse de côté comme stériles, en les remplaçant par d'autres. Si nous désirons nous figurer le développement présumable de la Science mathématique dans un avenir prochain, nous devons repasser dans notre esprit les questions pendantes et porter notre attention sur les problèmes posés actuellement et dont nous attendons de l'avenir la résolution. Le moment présent, au seuil du vingtième siècle, me semble bien choisi pour passer en revue ces problèmes; en effet, les grandes divisions du

(1) L'original de la traduction a paru en allemand dans les *Göttinger Nachrichten*, 1900. M. Hilbert a fait ici quelques modifications à l'original au § 13 et quelques additions au § 14 et au § 23. (L. L.)

3 ¿Pueden dos tetraedros (u otros poliedros) de igual volumen ser descompuestos siempre uno en el otro? Max Dehn mostró un poliedro regular que no siempre podía ser descompuesto en un número finito de pequeños, pero congruentes (todos del mismo tamaño), poliedros.

4 Hallar geometrías cuyos axiomas sean los más cercanos a los de Euclides si se conservan los axiomas de ordenamiento e incidencia. Para hacerlo, los axiomas de congruencia tienen que ser expandidos y el postulado de las paralelas se debe omitir. Aunque Georg Hamel, sugirió una solución, pocos matemáticos clasifican este como un problema válido.

5 Una generalización del problema de la ecuación funcional de Cauchy -¿los grupos continuos de Lie son también grupos diferenciales? Parcialmente resuelto.

6 ¿Puede desglosarse la física en grupos de axiomas fundamentales como lo han sido las matemáticas? Posiblemente, pero no ha sido totalmente probado aún.

7 Si a es un número algebraico diferente de 0 o 1 y b es un irracional, ¿entonces a^b es trascendental? Si b también es algebraico, entonces la respuesta es sí. Si b es no algebraico –p.ej. él mismo es trascendental- el problema aún está sin resolver.

8 Probar la hipótesis de Riemann: la parte real de cualquier cero no trivial de la función zeta de Riemann es un medio. Este problema está en la lista de los problemas del siglo XXI que los matemáticos deben resolver.

9 Construir una generalización del teorema de reciprocidad de los números algebraicos. Parcialmente resuelto.

10 ¿Existe un algoritmo universal para resolver ecuaciones diofánticas? De momento no. En la década de 1970, Yuri Matiyasevich utilizó la secuencia de Fibonacci para demostrar que las soluciones crecen exponencialmente, lo que indica que el problema 10 es imposible.

11 Extender los resultados obtenidos para los campos cuadráticos a campos enteros algebraicos arbitrarios. Parcialmente resuelto.

12 Extender el teorema de Weber-Kronecker de los números racionales a cualquier campo algebraico. La teoría de campos anillos resuelve parcialmente este problema.

13 Demostrar que es imposible resolver de forma general una ecuación de séptimo grado con funciones de dos variables. Hasta ahora está resuelto de forma parcial.

14 ¿Un grupo algebraico actuando en un anillo polinomial siempre genera un anillo finito de invariantes? Definitivamente no.

15 Proveer una base rigurosa al cálculo de Schubert. Todavía no está totalmente resuelto.

16 Estudiar la topología de las superficies algebraicas reales. Es más un área de estudio que un problema resoluble.

17 Hallar una representación de funciones racionales definidas utilizando suma de cuadrados. Resuelto en 1927, cuando Artin y Delzell encontraron que había un límite superior. Todavía se está buscando un límite inferior.

18 Construir espacios con poliedros congruentes para hallar el apilamiento compacto más denso de esferas y poliedros irregulares tridimensionales. Resuelto en 1998.

19 ¿Son siempre analíticas las soluciones de los problemas variacionales? Resuelto en 1957.

20 Resolver problemas con condiciones de contorno de forma general.

21 ¿Conforman las ecuaciones diferenciales lineales grupos monodrómicos? En algunos casos, pero en general no, de acuerdo con Bolibruch en 1989.

22 Hallar la uniformidad en las funciones analíticas. Resuelto.

23 Extender los métodos del cálculo de variaciones. Aún está en proceso.

74 Masa y energía

EN EL SIGLO XIX SE PENSABA QUE LA GRAVEDAD HABÍA ENCENDIDO EL SOL, PERO LA INMENSA NUBE DE GAS Y POLVO con la que se formó la estrella estaba más caliente de lo que la gravedad hubiera conseguido. Einstein dijo entonces que era porque $E=mc^2$, quizá la ecuación matemática más famosa de todas.

$$E=mc^2$$

Esta ecuación proviene de la teoría de la relatividad especial de Einstein de 1905. Afirma que la energía (E) y la masa (m) son proporcionales, donde la constante (c) que las relaciona es el cuadrado de la velocidad de la luz.

La teoría de la gravedad de la energía solar se vino abajo cuando se calculó que si el Sol se contraía alrededor de 50 metros por siglo, se habría consumido en solo 100 millones de años. Esto entraba en conflicto con la evidencia geológica de que la Tierra tenía miles de millones de años de antigüedad. La solución vino con un destello de genialidad. Una de las conclusiones de la teoría de la relatividad especial de Albert Einstein, era que la velocidad de la luz es la máxima velocidad alcanzable. Como consecuencia de esto, se llegó a la más famosa de las ecuaciones: $E=mc^2$.

Descubrimiento masivo

$E=mc^2$ dice que la energía y la masa son equivalentes y una pequeña cantidad de masa es igual a una inmensa cantidad de energía. La fuente de poder del Sol es la fusión nuclear: cuatro átomos de hidrógeno se fusionan para formar un átomo de helio. Sin embargo, la masa de un átomo de helio es menor que la suma de cuatro hidrógenos. Cada segundo, 4.200 millones de kg. de la masa del Sol se convierten en energía.

La precisión de la ecuación de Einstein fue mostrada en 2008. Ahora sabemos que los protones y neutrones en el átomo están formados de partículas aún más pequeñas llamadas quarks. Sin embargo, los quarks concentran solo cerca del cinco por ciento de la masa del átomo. ¿Dónde está el resto? Cálculos de superordenadores en el Centro Francés de Física Teórica mostraron que la masa perdida era debido a la energía asociada con el movimiento y la interacción de las partículas subatómicas; una reivindicación de Einstein a una escala subatómica.

BOMBA ATÓMICA

La masa es convertida en energía por fisión nuclear, que da el poder a las explosiones de las armas nucleares. La segunda bomba atómica lanzada sobre Japón al final de la Segunda Guerra Mundial convirtió alrededor de 6 kg de material nuclear en energía, creando una explosión suficientemente grande para devastar una ciudad entera.

75 Cadenas de Markov

Markov comenzó su carrera como gerente financiero de una princesa rusa.

BASADAS EN EL TRABAJO DEL RUSO ANDREI MARKOV EN 1907, LAS CADENAS DE MARKOV SON UN MODELO ESTADÍSTICO, con un gran número de aplicaciones en teoría de la información.

El término *cadena* se refiere a un proceso que debe ocurrir en un tiempo específico o en un número de ciclos predeterminados. Cada paso del ciclo es aleatorio y "sin memoria", lo que quiere decir que cada paso es dependiente solamente del inmediatamente anterior, a diferencia del lanzamiento de monedas o dados, en el que cada lanzamiento es independiente de los previos.

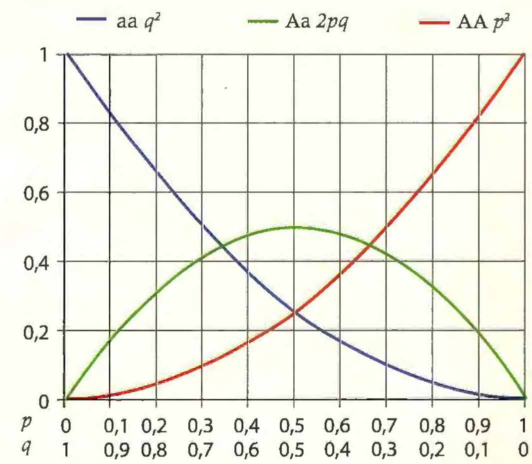
Con su dependencia y sensibilidad a las condiciones iniciales, las cadenas de Markov generan resultados altamente aleatorios y es imposible predecir el estado de cualquier punto dado durante el ciclo. Sin embargo, las propiedades estadísticas generales del sistema son predecibles. Las cadenas de Markov son utilizadas como modelo en un amplio rango de fenómenos físicos, como los precios de mercado, la actividad enzimática, la evolución de sistemas químicos y en la famosa fórmula de Google, que provee una medida de la importancia de una página.

76 Genética de las poblaciones

EN 1908, LA GENÉTICA ESTABA EN UN ATOLLADERO. EL CONCEPTO DE GEN ESTABA EMERGIENDO, pero la gente no podía ver cómo los genes se extienden a través de las poblaciones. Las matemáticas vinieron al rescate.

Cada gen tiene varias versiones, o *alelos*. Nuestras células tienen dos alelos de cada gen, uno por cada progenitor. Estos pueden ser diferenciados por letras mayúsculas y minúsculas, y entonces el *genotipo* es representado frecuentemente como AA, Aa o aa. Algunos alelos dominan sobre otros por lo que un genotipo Aa produce las mismas características que AA. Parecía lógico que los alelos dominantes inevitablemente se incrementarían con cada generación. Sin embargo, en 1908 el matemático G. H. Hardy y el físico Wilhelm Weinberg mostraron que las poblaciones podrían llegar a un balance entre los genes dominantes y los "recesivos". Las matemáticas dieron a los genetistas una base para comparar con las poblaciones reales. Si se encontraba que los alelos en una población no estaban equilibrados, era porque otra fuerza estaba operando; la selección natural, por ejemplo.

Esta gráfica del Principio de Hardy-Weinberg muestra cómo la frecuencia de genotipos (aa; Aa y AA) se relaciona con la frecuencia de los alelos (p=A; q=a) en una población.



77 Fundamentos de la matemática

Bertrand Russel es famoso como el filósofo de las matemáticas pero también abordó la lógica del lenguaje.

¿CÓMO PROBAR ALGO EN MATEMÁTICAS? LA RESPUESTA, SUELE SER PORQUE MUESTRA QUE DEBE SER VERDAD SI LA MATEMÁTICA SUBYACENTE MÁS SIMPLE ES VERDADERA TAMBIÉN. PERO, ¿CÓMO PROBAREMOS LAS MÁS SIMPLES?

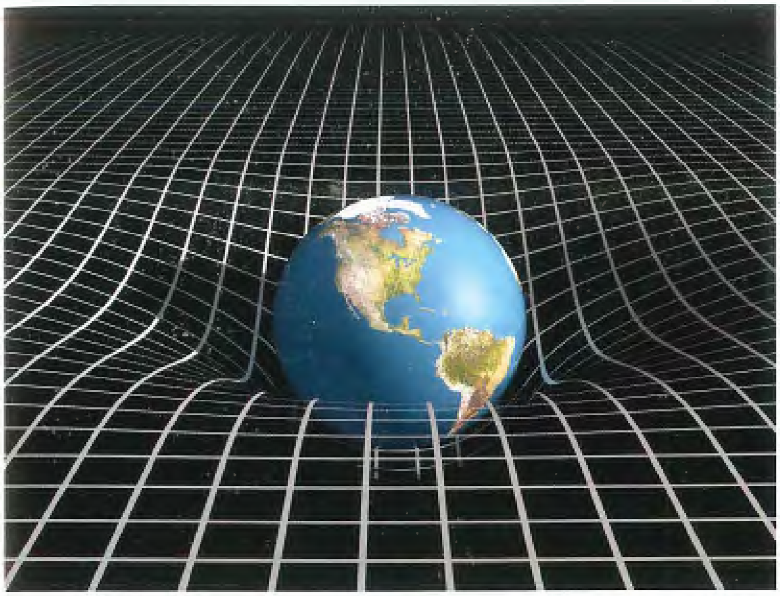
¿Cómo probar que 1+1=2? Entre 1910 y 1913, se publicó un tomo de tres volúmenes fue publicado sobre este mismo tema, titulado *Principia Mathematica* en una imitación consciente de la obra maestra de Isaac Newton. Su audaz objetivo era probar los fundamentos básicos de las matemáticas por lógica pura, y fue escrito por los célebres filósofos británicos Bertrand Russell y Alfred North Whitehead. El primer volumen se ocupa del enfoque que se adoptará en los siguientes dos, que es la aplicación de la teoría de los tipos lógicos. En la teoría de tipos, todos los objetos matemáticos encajan en algún lugar en la jerarquía de los tipos, cada uno un subconjunto de aquellos por encima de ella. Este concepto está diseñado para evitar la ocurrencia de paradojas en los enfoques lógicos de las matemáticas. El segundo volumen trata de los números (y de hecho demuestran que 1+1=2) y el tercero cubre series y mediciones. Aunque el trabajo era una obra maestra, el teorema de Gödel era suficiente para probar que el esfuerzo de Russell y Whitehead por probar el sistema completo de las matemáticas lógicamente, era en sí mismo una imposibilidad lógica.

Albert Einstein comparte una broma con Arthur Eddington. Una vez se dijo que solo tres personas en el mundo entendían la teoría de la relatividad. Cuando se le indicó a Eddington que él era uno de los tres, hizo una pausa antes de responder: "Me gustaría saber, ¿quién es la tercera persona?"

78 Relatividad general

EN 1916, ALBERT EINSTEIN DESCRIBIÓ EL UNIVERSO EN TÉRMINOS DE ESPACIO-TIEMPO, una combinación de 4 dimensiones que requirieron geometrías no euclidianas.

Después de 20 años en punto de mira de las ciencias (y con un premio Nobel bajo el brazo), la teoría de la relatividad general cimentó la posición de Einstein como arquetipo de científico. Un acento centroeuropeo y cabello excéntrico era todo lo que se requería para evocarle. La genialidad de esta teoría no fue solo relacionar la energía a la masa sino también traer todas las dimensiones conocidas en un solo espacio-tiempo coherente, del mismo modo que las leyes



El espacio-tiempo puede ser imaginado como un plano de goma elástica, que se dobla en "pozos de gravedad" por las masas. Masas más grandes pueden hacer pozos más profundos y fuerzas de gravedad más fuertes.

de Newton del movimiento quisieron describir el Universo en gran escala, con geometría euclidiana. Parecía que las líneas rectas a través del espacio-tiempo eran en ocasiones curvas como en las geometrías hiperbólicas y elípticas. En 1921, el mismo Einstein explicaba: "Le doy mucha importancia a estas interpretaciones (no euclidianas) de la geometría; sin ellas no habría podido desarrollar la teoría de la relatividad".

Doblando el espacio y el tiempo

El espacio-tiempo se curva debido a la presencia de masa, desde un átomo hasta una estrella gigante. La curvatura es causada por la fuerza de gravedad. Como resultado, la ruta más corta entre dos puntos en el espacio-tiempo (la línea recta), es una curva o geodésica. Se ha observado que la luz viaja en línea recta, pero en la gran escala del Universo, con sus vastas distancias y sus inmensas masas, la luz se curva notablemente, y de forma medible, cuando esta pasa por masas comparables con las de una estrella .La forma de cómo nuestro propio Sol deforma el espacio fue la primera evidencia experimental de la teoría en 1919.

Contracción del espacio

La geometría no euclidiana también se requiere para describir cómo el espacio-tiempo se contrae cuando las masas se mueven a través de él. La teoría muestra cómo dichas contracciones son diminutas hasta que la velocidad se aproxima a la de la luz: los objetos disminuyen su longitud (e incrementan su masa) ya que aceleran cada vez más cerca de la máxima velocidad posible. Los objetos cambian de forma a medida que actúa la fuerza de marea gravitacional; atrae con más fuerza a la parte más próxima del objeto, haciendo que sobresalga (como el océano en marea alta). En un agujero negro, las fuerzas de marea son suficientemente extremas para afectar incluso a los objetos pequeños. Los pies de una persona caen en un agujero negro más rápido que la cabeza, causando que el cuerpo se estire. Esto, combinado con la contracción del espacio-tiempo hace que el cuerpo caiga en picado a gran velocidad hacia el agujero negro, causando un fenómeno llamado "espaguetización", donde el cuerpo se estira como un fideo.

LA "PRUEBA" DE 1919

La teoría de la relatividad general predice que el camino de la luz que llega de estrellas localizadas detrás del Sol (o alrededor de su borde) se curvará cuando pase a través del espacio deformado por la estrella, haciendo que parezca fuera de posición. Esta luz normalmente se extinguía por el brillo de los rayos del Sol, pero en 1919, Arthur Eddington midió la posición de estrellas periféricas cuando se hicieron visibles durante un eclipse solar. Sus resultados dieron soporte a la teoría, catapultando a Einstein a la fama mundial. Futuros experimentos confirmaron la teoría de Einstein.

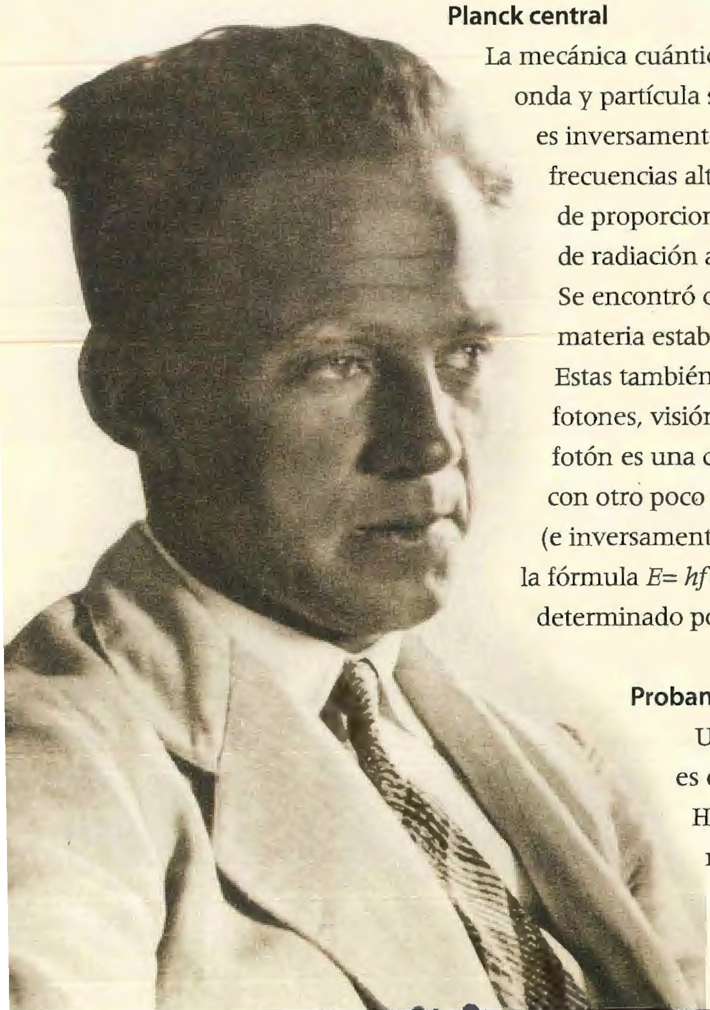
79 La matemática de la física cuántica

DURANTE 250 AÑOS LAS LEYES DE NEWTON DEL MOVIMIENTO Y LA GRAVEDAD FUERON LA MEJOR manera de predecir la forma en que los cuerpos se mueven a través del Universo, y eso fue indiscutible. Pero a principios del siglo XX se hizo evidente que las leyes de Newton no podían aplicarse para todo.

Werner Heisenberg publicó el principio de incertidumbre que lleva su nombre en 1927. La incertidumbre es una característica del Universo, no un producto de nuestra incapacidad para observar. No importa lo avanzada que sea nuestra tecnología, nunca podremos desarrollar un detector que pueda observar exactamente todas las propiedades de las partículas cuánticas.

$$\Delta p \, \Delta x \geq \frac{1}{2} h$$

Las leyes y ecuaciones de Newton no pueden describir la manera de comportarse de átomos y partículas subatómicas. La materia y la energía parecen variar entre ondas y partículas dependiendo de cómo las midamos, no podemos estar seguros nunca de dónde está exactamente una partícula. Era necesaria una nueva física basada en las matemáticas de la probabilidad, y así nació la mecánica cuántica.



Planck central

La mecánica cuántica abordó la manera en que se comporta la materia, como onda y partícula simultáneamente. Como cualquier onda, la frecuencia es inversamente proporcional a la longitud de onda, por lo tanto, para frecuencias altas la materia tiene longitudes de onda corta. La constante de proporcionalidad es la velocidad de onda que en el caso de las ondas de radiación abordadas por la física cuántica es la velocidad de la luz. Se encontró que la principal forma de transmisión de energía entre la materia estaba dada por las ondas liberadas por átomos y moléculas. Estas también se muestran como una corriente de partículas llamadas fotones, visión que debemos a Einstein. La energía que transporta un fotón es una cantidad específica, o cuanto, y se calcula de forma simple con otro poco de matemática. La energía es proporcional a la frecuencia (e inversamente proporcional a la longitud de onda), resultando en la fórmula $E = hf$ donde h es la constante de Planck, un valor universal determinado por el físico Max Planck en 1900.

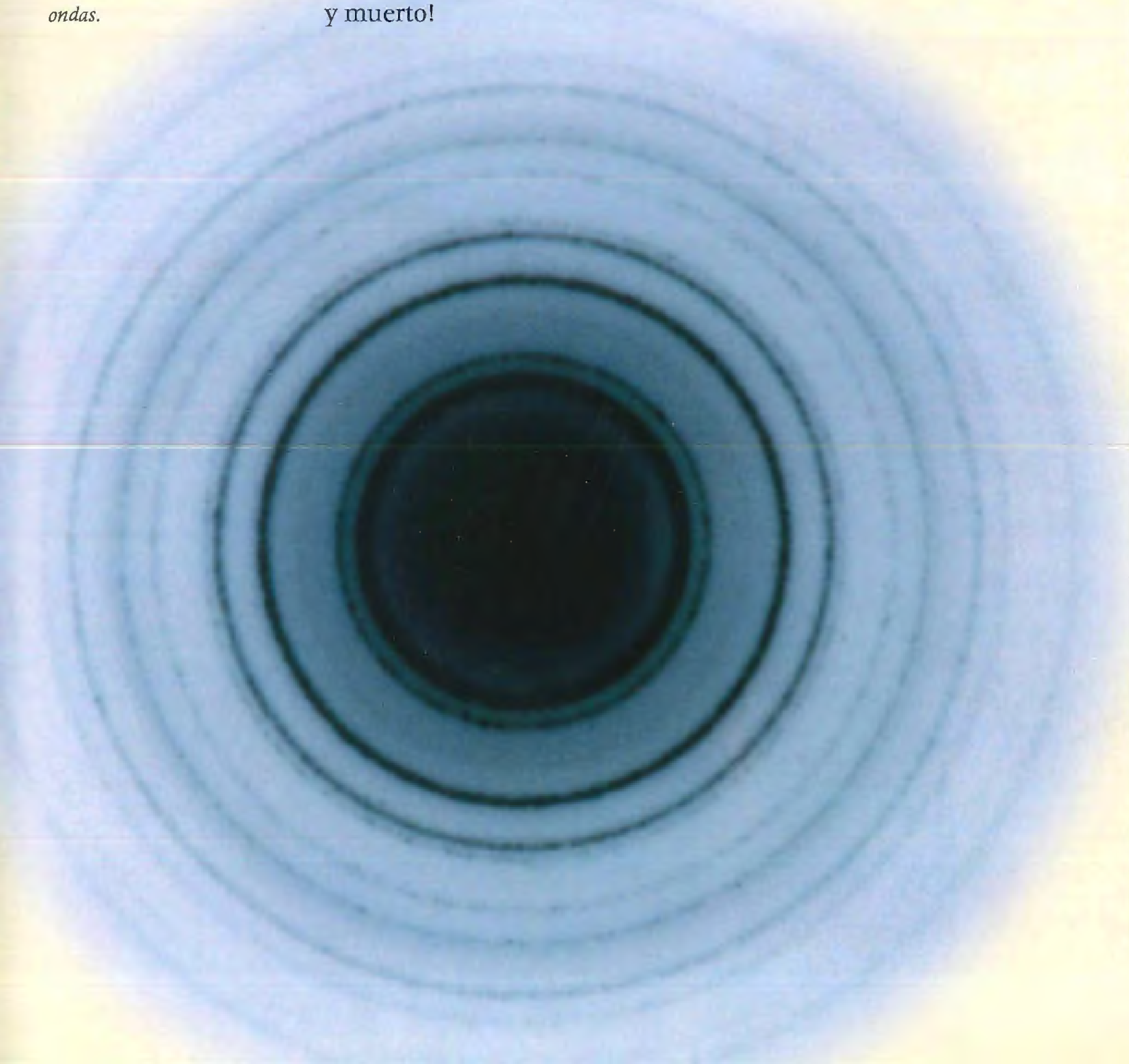
Probando suerte

Una de las ideas fundamentales de la mecánica cuántica es el principio de incertidumbre formulado por Werner Heisenberg. Por la naturaleza ondulatoria de los cuantos no podremos obtener simultáneamente valores precisos de posición y momento de las partículas microscópicas. Debemos pensar en ellos como una nube de probabilidades; solo podemos decir dónde debería estar.

En mecánica cuántica, el estado de un objeto está descrito matemáticamente por una función de onda, que permite calcular el posible resultado de cualquier medición concebible. En general podemos pensar en un sistema cuántico como estar en una "superposición" de todos los posibles estados hasta que se haga una observación. La funciones de onda son soluciones de la ecuación de Schrödinger.

Un gato medio muerto

Se conoce a Schrödinger más por su gato imaginario que por su ecuación. Le propuso un experimento mental a Einstein en el cual se coloca un gato dentro de una caja con un átomo radiactivo. Cuando el átomo decaiga disparará un dispositivo que libera un veneno que matará al gato. No podemos predecir cuándo decaerá el átomo: todo lo que sabemos es que hay una probabilidad de 50-50 de que ya lo haya hecho. Así pues, no hay forma de decir si el gato está vivo o muerto. De acuerdo con la teoría cuántica, la función de onda del átomo presenta los dos estados al mismo tiempo. Solo abriendo la caja podemos colapsar la función de onda del átomo confirmando su estado distintivo. Hasta entonces, las matemáticas de la física cuántica presentan al gato igualmente ¡vivo y muerto!



Un patrón de interferencia, es creado por la interferencia de electrones disparados a través de un cristal. La interferencia es una característica básica del comportamiento de las ondas.

DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA

Pensamos que la luz y otras formas de radiación electromagnética (EM) se comportan como ondas: hablamos de longitud de onda de la luz, microondas y ondas de radio. También podemos medir la radiación EM como una corriente de partículas llamadas fotones. La radiación EM aparentemente exhibe lo que se conoce como la dualidad onda-partícula: muestra el comportamiento de partícula y de onda al mismo tiempo.

En 1923, Louis de Broglie llegó con una idea extraordinaria: la dualidad onda-partícula también era una característica de la materia. El punto clave de esta idea era que cada partícula de materia tiene una onda asociada. Mientras más rápido viaja la partícula, más corta es la longitud de onda asociada. Algunos físicos se burlaron de las ideas de de Broglie, pero cuando los experimentos se llevaron a cabo utilizando corrientes de electrones, se encontró que se comportaban como ondas. Luego se descubriría que esto también se aplica a los protones, neutrones, átomos y moléculas. No había duda de que la dualidad onda-partícula es una característica de la materia y de la energía.

80 Teorema de Gödel

POCOS TEOREMAS DE LA MATEMÁTICA MODERNA HAN ATRAÍDO TANTA ATENCIÓN DE LOS NO MATEMÁTICOS como el que lleva el nombre de Kurt Gödel. En algunas discusiones, el teorema se ha citado como prueba de algunas declaraciones audaces: la mente es "mejor" que los ordenadores; nada puede ser probado como verdadero; Dios existe... y Dios no existe.

El teorema de Gödel no está relacionado con nada de lo expuesto arriba, y sin embargo es una sinfluyente teoría dentro de algunas áreas de la matemática y la filosofía.

El artículo de Gödel de 1931 en realidad incluye dos teoremas acerca de cómo la lógica matemática es incompleta. Ambos se refieren a cualquier sistema formal que se pueda utilizar para expresar alguna aritmética simple y en la que algunas reglas aritméticas básicas se pueden probar. Primero, el teorema dice que cualquier sistema consistente (que no tenga declaraciones que puedan ser probadas simultáneamente como verdaderas y falsas), contiene declaraciones que no pueden ser probadas o refutadas dentro del mismo sistema. En segundo lugar, tal sistema no puede probarse que sea consistente en sí mismo.

La clave es similar a la paradoja del mentiroso: una persona dice "esta declaración es falsa". Si la declaración es cierta, entonces, esta es falsa. Pero si es falsa, significa que debe ser verdad. En el teorema de Gödel, se analiza undeclaración auto-referencial similar, referida a la probabilidad matemática.

Se ha dicho que el teorema de Gödel limita las matemáticas como el Principio de Incertidumbre de Heisenberg lo hace con la física.

LA MÁQUINA DEL TIEMPO DE GÖDEL

Algunos matemáticos y físicos han usado la teoría de la relatividad general de Einstein para construir máquinas del tiempo teóricas para viajar al pasado. La primera fue propuesta por Kurt Gödel. Es un fundamento de la relatividad general que nada puede viajar más rápido que la luz, ya que la masa de un objeto en movimiento se haría infinita, y se necesitaría una cantidad infinita de energía para acelerar un objeto hasta esta velocidad. Sin embargo, al insertar en las ecuaciones de Einstein una velocidad superior a la de la luz, las soluciones muestran que el objeto se estaría moviendo hacia atrás en el tiempo.

Gödel encontró una forma de rodear la barrera de la velocidad de la luz: un objeto con un valor de rotación muy alto distorsiona el espacio y el tiempo en su vecindad de una forma tal que las propiedades del tiempo y el espacio comienzan a ser similares, hasta que, a una velocidad de rotación suficientemente alta, los viajeros regresarán al punto de inicio en el espacio y en el tiempo. Pero esto tiene una trampa: solo puede tener lugar en un universo en alta rotación, y no hay ninguna razón para creer que vivimos en uno.

TEOREMA 1

Cualquier teoría capaz de expresar la aritmética elemental no puede ser coherente y completa a la vez. En particular, para cualquier teoría formal consistente que demuestre ciertos postulados aritméticos básicos, habrá una declaración aritmética que sea verdadera, pero que no se pueda probar dentro de la teoría.

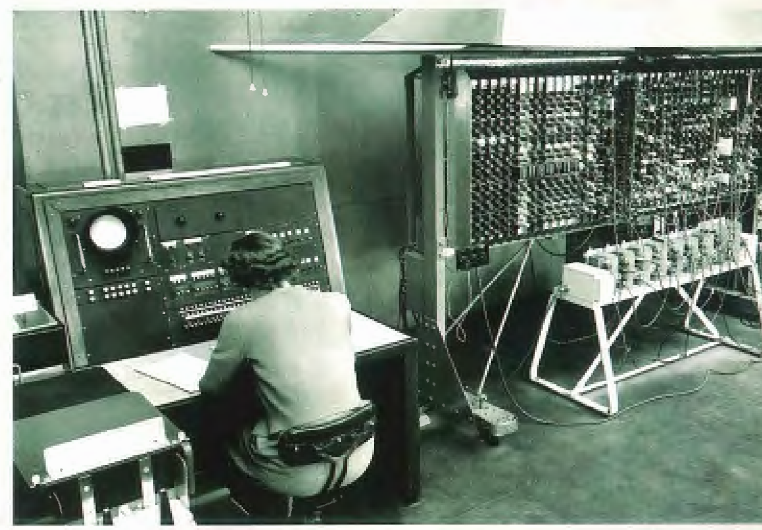
TEOREMA 2

Para cualquier teoría formal generada que incluya efectivamente verdades aritméticas básicas y también ciertas verdades sobre su demostrabilidad formal, si esta incluye una declaración de su propia consistencia, entonces será inconsistente..

81 Máquina de Turing

LOS ORDENADORES COMENZARON COMO UN EXPERIMENTO MENTAL EN LA IMAGINACIÓN DE UN BRILLANTE MATEMÁTICO. Su máquina nunca se construyó (no estaba destinada a construirse), pero mostraba cómo utilizar la matemática no solo para transformar los datos de acuerdo a un sistema predeterminado, sino también controlar todo el proceso de forma automática.

La máquina de Turing fue llamada así por Alan Turing, quien a menudo ha sido exaltado como el padre de la computación. Describió su "máquina automática" en 1936, no como una visión profética sobre un futuro digital sino como una forma de investigar los límites de los algoritmos a la luz de los teoremas de incompletitud de Gödel y resolver el décimo problema de Hilbert.



Un modelo piloto del Motor de Cómputo Automático (ACE, por sus siglas en inglés) construido de acuerdo con el diseño de Turing en 1950, para su uso en el Laboratorio Nacional de Física del Reino Unido.

Explicó en 1948 que la máquina sería imposible de construir: "... Una capacidad de memoria infinita en forma de una infinita cinta dividida en secciones, en cada una de las cuales se podría imprimir un símbolo. En cualquier momento hay un símbolo en la máquina; llamado el símbolo leído. La máquina puede modificar el símbolo leído y su comportamiento está en parte determinado por dicho símbolo, pero los símbolos ubicados en otros lugares de la cinta no pueden afectar al comportamiento de la máquina. Sin embargo, la cinta puede moverse adelante y atrás a través de la máquina, siendo esta una de sus operaciones elementales. Por lo tanto cualquier símbolo podrá tener finalmente su turno u oportunidad".

El comportamiento de la máquina se rige por una tabla de algoritmos, que explica qué se debe hacer con un símbolo específico en circunstancias específicas. El paso para cambiar el mundo vino cuando Turing se dio cuenta que la tabla de instrucciones podía ser parte de la cinta de memoria, lo que llevaría al dispositivo a evolucionar en una máquina universal capaz de realizar una función computable que le ha sido introducida. Turing conoció al otro "padre de la computación", John von Neumann, en 1938. Después de la Segunda Guerra Mundial, von Neumann desarrolló una arquitectura de relés booleanos que hizo posible poner en acción una versión limitada de la máquina de Turing: habían nacido los primeros ordenadores digitales.

DESCIFRANDO ENIGMA

Como uno de los líderes en la tecnología de los ordenadores, Alan Turing se vio envuelto en los intentos por descifrar el código utilizado por los Nazis en la Segunda Guerra Mundial. El código era cifrado mecánicamente por las máquinas Enigma, que podían generar 159 trillones de versiones diferentes de cada mensaje. El código era producido por tres rotores intercambiables con 1 054 650 combinaciones. Alan Turing ayudó a construir un sistema eléctrico capaz de producir cada una de estas combinaciones en cinco horas. Cada día a las 6 p.m. el ejército alemán enviaba un parte meteorológico codificado que se presumía incluía palabras como *lluvia*, etc. El código se introdujo en la máquina de Turing, y el descifrar las palabras del clima dio la clave para el resto.

82 La medalla Fields

MUCHA GENTE SE PREGUNTA POR QUÉ NO HAY UN PREMIO NOBEL DE MATEMÁTICAS -e incluso existe el rumor de que esta "omisión" se debe a alguna rivalidad de tipo romántica entre Alfred Nobel y un matemático.

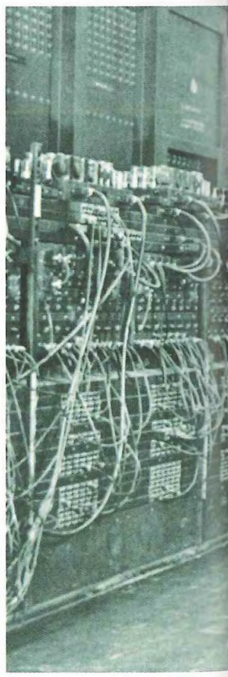
Varios matemáticos han ganado premios Nobel, como John Nash (de Economía en 1994) por sus contribuciones en la teoría del juego. Sin embargo, entre los matemáticos el mayor premio es la Medalla Fields, llamada así por el matemático canadiense John Charles Fields, quien propuso el galardón en 1931 y destinó una suma en su testamento para ello.

Desde 1936 la medalla ha sido otorgada en el Congreso Internacional de Matemáticas que se realiza cada 4 años. Inicialmente se otorgaban dos medallas, pero desde 1966 se ha otorgado hasta a cuatro ganadores en cada ocasión. Los ganadores de la medalla Fields deben tener menos de 40 años, ya que la idea es que el premio debe fomentar el progreso futuro al tiempo que reconoce los logros del pasado. Los primeros dos ganadores de la medalla Fields fueron el finlandés Lars Valerian Ahlfors y el norteamericano Jesse Douglas. Ambos trabajaban en las matemáticas de la superficie.

83 Zuse y el ordenador electrónico

La Z3 de Konrad Zuse de 1941 fue el primer "dispositivo completo de Turing", que simulaba una máquina de Turing.

LA TECNOLOGÍA DE LOS ORDENADORES NO SE DETUVO DESPUÉS DE LA INVENCIÓN DE BABBAGE. En la era industrial se construyeron dispositivos mecánicos para predecir mareas y calcular la trayectoria de los proyectiles.

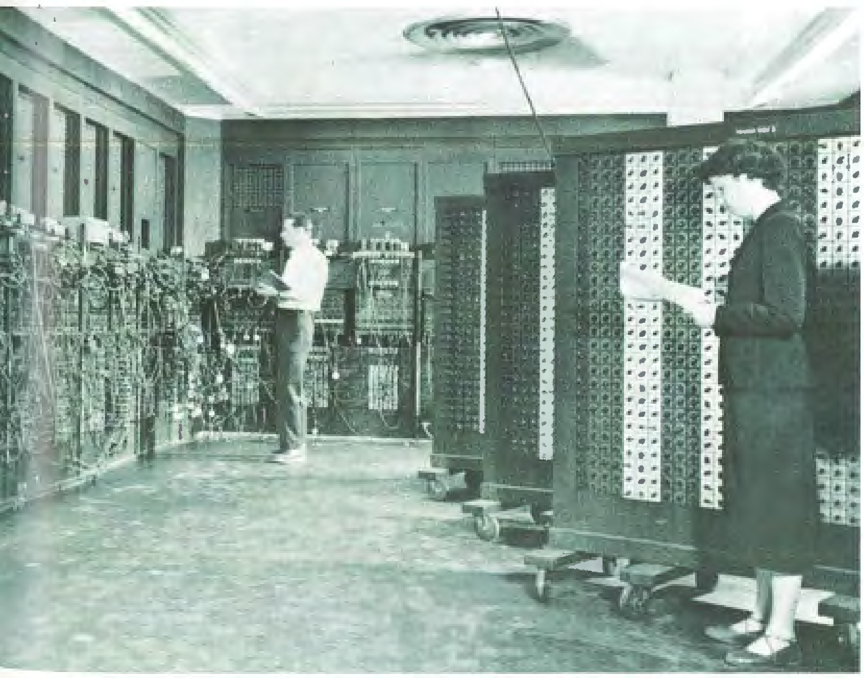


Los ordenadores mecánicos debían ser alimentados manualmente, pero hacerlo mediante motores eléctricos los harían más eficientes. La tabuladora del Dr. Herman Hollerith, una máquina calculadora eléctrica y programada con tarjetas perforadas, fue utilizada por el gobierno de los Estados Unidos para procesar los datos del censo de 1890. La tabuladora de Hollerith redujo el tiempo de trabajo de diez años a seis semanas. Años después la poderosa IBM crecería a partir de la compañía de Hollerith.

La informática como la conocemos se nutrió de avances, como el uso del álgebra booleana, las puertas lógicas, y la notación binaria de 0 y 1 para representar los estados encendido/apagado de los mecanismos de los ordenadores. En 1935 el inventor alemán Konrad Zuse comenzó a construir el primer ejemplar de un ordenador moderno, que llamó Z1. Tenía interruptores mecánicos para almacenar los números, un teclado para introducirlos y bombillas para parpadear las respuestas. Las instrucciones también podían ser almacenadas dentro de la memoria de la máquina. Sin embargo, el mayor avance era su programación con notación binaria que hacía el ordenador más rápido comparado con la notación decimal.

Los primeros ordenadores desarrollados se hicieron para aplicaciones militares, y los gobiernos de Alemania, el Reino Unido y los Estados Unidos trabajaron de forma independiente y a menudo en secreto. De hecho la *Colossus*, construida por el gobierno británico en 1942, fue diseñada por Alan Turing para romper el código Enigma alemán.

Al desarrollarse la tecnología, los tubos de vacío reemplazaron a los engranajes, y los transistores a los tubos de vacío. El poder de cálculo de los ordenadores se incrementa de forma increíble mientras decrece su tamaño. En la década de 1970, era posible comprar un ordenador personal. Hoy en día encontramos ordenadores en casi todos lados, desde nuestros teléfonos móviles hasta las puertas de las habitaciones de un hotel.



Este cuarto lleno de cables y luces es la computadora e integradora numérica electrónica (ENIAC, por sus siglas en inglés), el primer ordenador electrónico de propósito general. Era programado manualmente por técnicos que conectaban los interruptores en patrones específicos.

CRONOLOGÍA DEL ORDENADOR

1642 Blaise Pascal crea la primera máquina calculadora. Utilizaba ocho engranajes y ruedas giratorias para hacer sumas y restas.
1679 Gottfried Wilhelm Leibniz establece el sistema binario.
1801 Joseph Marie Jacquard inventa un telar que utiliza tarjetas perforadas para controlar los patrones del tejido.
1822 Charles Babbage comienza a trabajar en la máquina diferencial, que podía calcular funciones matemáticas con hasta 6 cifras decimales. La máquina tenía miles de engranajes y pesaba dos toneladas.
1833 Babbage diseña la máquina analítica, que tenía un molino de vapor, una unidad de cálculo, un dispositivo de entrada (para tarjetas perforadas), unidad de memoria e impresora. Nunca se construyó.
1859 La oficina del registrador de Inglaterra encarga a la máquina diferencial el cálculo de las tablas actuariales para la predicción de la expectativa de vida.
1890 El Dr. Herman Hollerith construye la tabuladora de Hollerith.
1925 El ingeniero del MIT Vannevar Bush y sus colegas construyen una calculadora analógica que utiliza motores eléctricos para almacenar los valores como voltajes. Muchos la consideran el primer ordenador moderno.
1935 El inventor alemán Konrad Zuse utiliza la notación binaria en el diseño de su ordenador, incrementando su velocidad con respecto al anterior sistema decimal.
1936 Zuse diseña la Z1.
1943 Alan Turing y sus colegas diseñan Colossus, el ordenador encargado de descifrar el código alemán Enigma.
1950 Alan Turing escribe el primer programa de ordenador que simula el ajedrez.
1956 IBM presenta la primera unidad de disco duro. Almacena 5 Mb de datos y es del tamaño de dos frigoríficos.
1958 Jack Kilby, de Texas Instruments, desarrolla el primer modelo de circuito integrado. Ese mismo año, Seymour Cray diseña el primer superordenador basado en transistores.
1969 M. E. Hoff Jr, de Intel, diseña el Intel 4004, un procesador con 2250 microtransistores en un chip de menos de 1/6 de pulgada de largo y 1/8 de ancho. Fue el primer microordenador.
1975 Bill Gates y Paul Allen adaptan el lenguaje de computación BASIC para el trabajo con microordenador, y fundan Microsoft.
1977 El disquete de 5¼ reemplaza al medio de almacenamiento de 8", mientras iguala su capacidad de almacenamiento.
1980 IBM introduce el primer disco duro de un gigabyte, tan grande como un frigorífico y un peso de 225 kg.
1983 Apple desvela Lisa, con gráficos de alta resolución y multitarea. HP presenta el primer ordenador con pantalla táctil.
1983 Primer disco duro de 3,5", capaz de almacenar 10 Mb.
1991 Primer disco duro de 1,8", con capacidad de almacenamiento de 21 Mb. La WorldWideWeb se abre al público el 6 de agosto.
1998 Se funda Google.
2012 Aprox. 2.000 millones de personas tienen acceso a internet.

84 Teoría de juegos

La teoría de juegos fue solo uno de los muchos logros de John von Neumann que cambiarían al mundo. El matemático nacido en Hungría también diseñó el primer ordenador digital y trabajó en el proyecto Manhattan.

FUE IRÓNICO QUE DESPUÉS DE MEDIO SIGLO INTENTANDO CONVERTIR LAS MATEMÁTICAS EN UN CONJUNTO DE IDEAS INDEPENDIENTES DE LOS NÚMEROS, las nuevas tecnologías demandaran sistemas que pudieran llevar las ideas a series de números. Entre los resultados se concibió la teoría de juegos, una de las piezas de matemáticas aplicadas más importantes.

Las matemáticas y los juegos tienen una larga asociación. El campo de la probabilidad surgió de un deseo de apostar de forma más efectiva en el juego de dados, mientras que el problema de los puentes de Königsberg, dio lugar a la teoría de grafos y la topología. Algunos avances han tenido lugar en momentos de ocio, mientras que matemáticos como Diofanto y Lewis Carroll dejaron acertijos matemáticos en sus trabajos.

¿Cuáles son las posibilidades?

En realidad las matemáticas del juego se dividen en dos grupos: aquellas que involucran el azar, y las que no lo hacen. El último grupo puede ser analizado para encontrar la estrategia ganadora, que debe ser seguida correctamente para garantizar la victoria. Una variante de esta es el tres en raya, en donde ambos jugadores pueden asegurar un empate si siguen la estrategia óptima. Un juego de azar involucra calcular las probabilidades de los eventos ganadores o perdedores. En 1928, el científico norteamericano John von Neumann fundó el campo de la teoría de juegos, en el cual la probabilidad y la estrategia se aplican a situaciones de la vida real.

Los matemáticos y los economistas de la Corporación Rand discuten cómo distribuir los recursos del Comando estratégico del aire, que mantiene el arsenal nuclear norteamericano. Se utilizó la teoría de juegos para asegurar que las armas nucleares fueran desplegadas a su máximo potencial en el apogeo de la Guerra Fría, a finales de la década de 1950 y en los años sesenta.

LA CRISIS DE LOS MISILES CUBANOS

La teoría de juegos se tradujo en un equilibrio en los arsenales nucleares durante la Guerra Fría: la estrategia de la "destrucción mutua asegurada" descartaba la guerra. Cuando los misiles soviéticos fueron instalados en Cuba en 1962, el juego cambió: Norteamérica podía ser atacada en minutos sin tiempo para reaccionar. Por 13 días el mundo estuvo al borde de una guerra nuclear hasta que ambas partes dieron marcha atrás.

Suma cero y ganancias

La base de la teoría de juegos son los juegos de suma 0, donde los beneficios de una de las partes resultan en una pérdida igual para la otra parte y nunca se requiere cooperar con el oponente. Los resultados predichos para las acciones de un jugador y las de su oponente se muestran en una matriz de pago, como la que se presenta a la derecha. Muestra los efectos de una política de compromiso durante una elección de alcaldes entre la actual alcaldesa Marta y su oponente Ruth. La matriz muestra que es mejor para Marta hacer campaña para un estadio en el lado este. La mejor estrategia de Ruth es comprometerse a no construir el estadio.

Estas estrategias son independientes y, así, el juego se describe como "determinado". En otro escenario, la mejor opción de Ruth cambia basada en lo que haga Marta, en cuyo caso se utiliza una estrategia minimax: minimiza la mayor pérdida basada en la probabilidad de qué estrategia seguirá el oponente. Cuando los juegos no son de suma 0, y ambos lados pueden ganar o perder, aparece la posibilidad de cooperación. La pregunta es, ¿puedes asegurar que tu compañero de juego respete el trato?

Esta matriz muestra cuántos votos obtendría Marta dependiendo de en dónde se comprometa a construir el nuevo estadio de la ciudad. En un juego de suma cero Ruth obtendría el resto.

		Ruth Ival		
		Oeste	Este	No Estadio
Marta Alcalde	Oeste	55%	45%	35%
	Este	60%	65%	45%
	No Estadio	45%	50%	40%

85 Teoría de la información

COMO SE ESCRIBÍAN PROGRAMAS MÁS COMPLEJOS Y LAS CADENAS DE DATOS PASABAN DE UN ORDENADOR a otro, los matemáticos encontraron que tenían otra cosa nueva que medir: la propia información.

Mensaje original	Mensaje enviado
0000	0000000
0001	0001011
0010	0010111
0100	0100101
1000	1000110
1100	1100011
1010	1010001
1001	1001101
0110	0110010
0101	0101110
0011	0011100
1110	1110100
1101	1101000
1011	1011010
0111	0111001
1111	1111111

En el contexto de la computación, la palabra "bit" es una contracción de dígito binario (binary digit), y representa un simple 0 o 1. Fue acuñada por Claude Shannon en 1948. En 1956, Werner Buchholz acuñó "byte" para un conjunto de ocho bits. El código para una letra, u otro carácter de teclado, y la cantidad más pequeña que un ordenador podría procesar a la vez era de 1 byte. En la década de 1970, se introdujo el "nibble" (cuarteto), que tiene 4 bits y es más pequeño que el byte.

Claude Shannon es el olvidado padre de la teoría de la información. Una de sus contribuciones fue el código de paridad como un medio matemático para detectar información corrupta. El código era enviado como bits añadidos al final de la información original. En el ejemplo de la izquierda, a los códigos se les añadieron nibbles con los bits 1, 2 y 3, luego 1, 2, y 4, y finalmente 2, 3 y 4. Si el resultado de la suma es par, entonces un bit de paridad 0 ha sido añadido. Resultados impares dan un bit de paridad 1.

86 Geodésicas

LA GEODÉSICA ES A LA ESFERA LO QUE LA RECTA ES A UNA SUPERFICIE PLANA. LA GEOMETRÍA GEODÉSICA SE USA DESDE LOS MERIDIANOS, LOS "GRANDES CÍRCULOS" que rodean la Tierra, a las curvas gravitacionales del espacio-tiempo. En 1949 también se empezaron a utilizar en uno de los diseños de construcción más icónicos del siglo XX: la cúpula geodésica.

Las líneas de la longitud (meridianos) en un globo son geodésicas, pero las líneas de la latitud no (a excepción del ecuador).

Una cosa que tienen en común las líneas rectas y las geodésicas es que ambas representan el camino más corto entre dos puntos. Es por esto que la trayectoria de un vuelo dibujada en un mapa se muestra a menudo como una curva excéntrica. Esta sigue una geodésica. Al envolver una esfera con el mapa, la trayectoria parecerá mucho más directa.

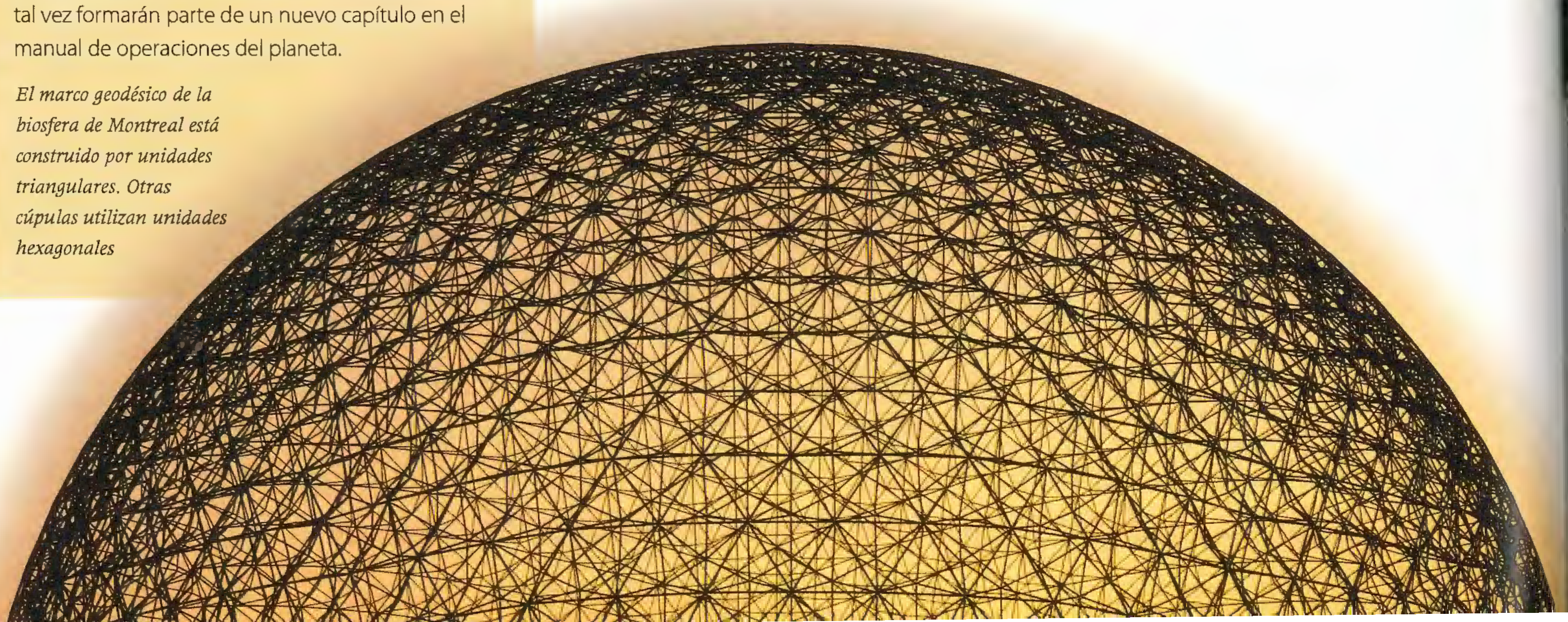
Sin embargo, las líneas rectas y las geodésicas tienen más diferencias que similitudes: una recta tiene longitud infinita, mientras que la geodésica es cerrada. Las rectas pueden ser paralelas, pero no las geodésicas.

Espacio eficiente

La cúpula geodésica fue patentada por Richard Buckminster Fuller. Estaba interesado en la eficiencia y diseñó secciones prefabricadas que distribuyen el peso de toda la estructura, lo que significa que la cúpula puede encerrar espacios muy grandes (la mayor tiene 216 metros de diámetro). Se inspiró en la estructura de los cristales y dos años después de su muerte, en 1983, un nuevo tipo de carbono que formaba esferas geodésicas fue descubierto y nombrado en su honor como buckminsterfullereno.

PASAJEROS PLANETARIOS

En su libro de 1969 *Operating Manual for Spaceship Earth*, Richard Buckminster Fuller comparó la Tierra con una nave espacial, y a los humanos con sus pasajeros. Describía cómo la energía del Sol llena la Tierra, fluyendo a través de la biosfera y siendo aprovechada por la civilización antes de ser irradiada hacia el espacio. Fuller reconoció que la energía disponible en la Tierra disminuía de forma constante. En cambio sugiere que el conocimiento humano está aumentando permanentemente. Su argumento es que cada incremento permite aprovechar los recursos disponibles para incrementar la riqueza colectiva. Si se demuestra que algunas de las predicciones acerca del valor tecnológico de los fullerenos son ciertas, tal vez formarán parte de un nuevo capítulo en el manual de operaciones del planeta.



El marco geodésico de la biosfera de Montreal está construido por unidades triangulares. Otras cúpulas utilizan unidades hexagonales

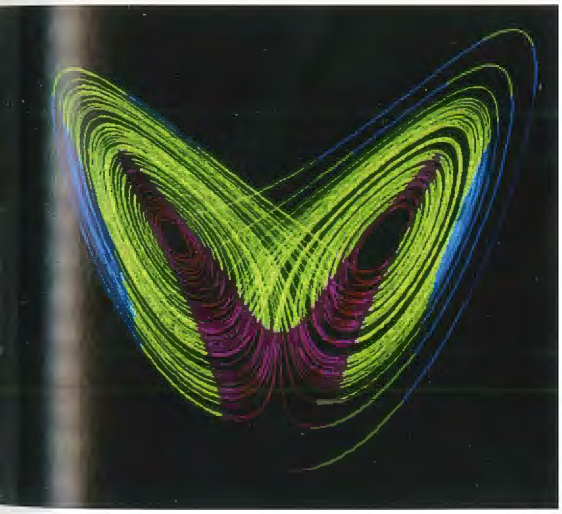
87 Teoría del caos

A MEDIADOS DEL SIGLO XIX MUCHOS CREÍAN QUE LA MAYORÍA DE LAS INTERROGANTES CIENTÍFICAS SOBRE EL UNIVERSO O BIEN ESTABAN RESUELTAS O SE ESTABA MUY CERCA. Los matemáticos destruyeron este cómodo punto de vista: en realidad los fenómenos naturales son caóticos.

Alguna vez se pensó que el Universo era como un reloj puesto en funcionamiento por un creador benevolente y que desde entonces se movió según los principios de la física y la matemática. Esta visión era la newtoniana, nombrada por Sir Isaac Newton y sus leyes del movimiento y la gravedad. Sin embargo, aún había preguntas sin resolver, y una de ellas era el problema de los tres cuerpos, donde Newton trató de explicar el movimiento de la Luna bajo la influencia de la gravedad de la Tierra y del Sol.

En ocasiones se describe la teoría del caos mediante el Efecto Mariposa, un término acuñado por Edward Lorenz en la década de 1960. Se refiere a cómo un pequeño cambio, como el aire movido por el aleteo de una mariposa, puede conducir a grandes resultados, como los fuertes vientos en una tormenta.

Hacia finales de la década de 1880, el genio francés Henri Poincaré dio el primer paso hacia lo que sería la teoría del caos. Notó que cambios pequeños en la velocidad o la posición de los tres cuerpos que interactúan gravitacionalmente se amplifican con el tiempo hasta terminar en comportamientos completamente diferentes. Otro ejemplo era la oscilación del péndulo doble: un péndulo que está soportado sobre un punto que vibra. Su comportamiento depende a la vez de la oscilación del péndulo y de la frecuencia de vibración, y puede cambiar cuando una u otra frecuencia varían.



El Atractor de Lorenz es el gráfico de las soluciones caóticas de un conjunto de ecuaciones diferenciales estudiadas por Edward Lorenz para predecir el clima. Es uno de los primeros ejemplos de un fractal.

Continúa el caos

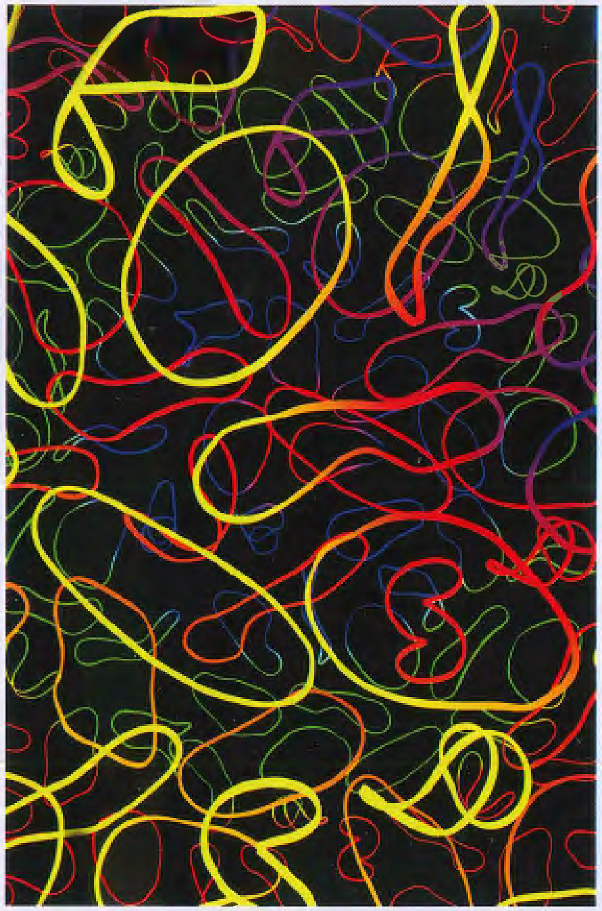
El trabajo en estos problemas se encontró con un obstáculo: la falta del poder de cómputo necesario. Este campo quedó latente durante décadas, hasta que el meteorólogo norteamericano Edward Lorenz se cruzó con él mientras modelaba sistemas climáticos utilizando un ordenador digital primitivo en 1961. Encontró que los modelos producían resultados completamente diferentes con todas las condiciones iniciales, incluso con condiciones que aparecían en los datos procesados de otras iteraciones del mismo modelo. Las diferencias se deben a pequeñas inexactitudes entre los números que procesa el ordenador y los que se imprimen, que se redondeaban hacia arriba. Se pensaba que estas pequeñas diferencias eran intrascendentes, pero Lorenz mostró que en los sistemas caóticos pequeños cambios iniciales producen resultados completamente diferentes.

EL PROBLEMA DE POINCARÉ DE LOS *N*-CUERPOS

En la década de 1880, Henri Poincaré se cruzó con el caos en el problema de los tres cuerpos (y luego, en el problema de los *n*-cuerpos), y probó que las órbitas podían ser no periódicas. Sin embargo, a pesar de su movimiento errático, el cuerpo no se movía alejándose ni aproximándose a un punto fijo. ¿Cómo describir este movimiento caótico? Poincaré no fue capaz de resolverlo, pero hizo un progreso tal que fue galardonado por su trabajo con un premio por el rey de Suecia en 1887.

88 Teoría de cuerdas

A LO LARGO DEL SIGLO XX, LAS MATEMÁTICAS HABÍAN AYUDADO A LA FÍSICA CON LAS TEORÍAS DE LO MUY PEQUEÑO Y DE LO MUY GRANDE. Lo que no podía ser observado se representaba como modelos puramente matemáticos. Durante la década de 1960, la matemática ofreció un medio para unir nuevamente a la física.



Es difícil imaginar la teoría de cuerdas más allá de bucles y líneas vibratorias. La adición de las dimensiones compactas transforma las cuerdas lineales en superficies multidimensionales, o colectores, que interactúan unos con otros en el tiempo "creando lo que se llama una hoja del mundo".

Albert Einstein ayudó a colocar el mundo cuántico en el punto de mira con su propuesta de los fotones como portadores de la luz y otras radiaciones; su teoría de la relatividad abordó el Universo a gran escala. Todo esto lo alcanzó tras 10 años de inspiración (y transpiración), y ocupó los siguientes 40 años de su vida tratando de unir ambas ideas en una teoría del todo. Sería una manera de enlazar las fuerzas fundamentales de la naturaleza como la gravedad y el electromagnetismo.

Los puntos significan cuerdas

La búsqueda de la teoría del todo continúa, pero la principal candidata apareció a finales de los 60 con la ayuda de los campos de largo alcance de la matemática, como la teoría de grupos y la topología. El resultado fue la teoría de cuerdas que representa las partículas subatómicas no como puntos sin dimensión sino como líneas de una dimensión, o cuerdas. La oscilación de la cuerda define sus propiedades como el espín o la carga. Muchas de las vibraciones tienen lugar dentro de las llamadas dimensiones compactas. Estas existen solo en la escala cuántica y permiten que las cuerdas se muevan en múltiples dimensiones a la vez: la última teoría requiere 11 dimensiones.

Las formas iniciales de esta teoría, como el modelo de resonancia dual de 1969, se centraban en los bosones, partículas como los fotones y otras que son responsables de la mediación de las fuerzas fundamentales. Para la década de 1990, las cuerdas habían sido extendidas a las supercuerdas que forman una conexión entre los bosones y los fermiones: electrones, quarks, y otras partículas que dan masa a la materia. La conexión entre los bosones sin masa y los masivos fermiones es llamada supersimetría y es una de las áreas que está actualmente en investigación gracias al descubrimiento en 2012 del tan mencionado bosón de Higgs.

LO GRANDE SE UNE A LO PEQUEÑO

La teoría de cuerdas ha tenido críticos que dicen que es más una filosofía que una teoría científica. Es más fácil de probar en un agujero negro, donde las teorías de las escalas grandes y pequeñas chocan. Un agujero negro es una estrella colapsada en un punto, formando una maraña de cuerdas en la escala cuántica. Tiene la mayor gravedad de cualquier objeto en el espacio. La incertidumbre cuántica nos dice que durante el período de tiempo más corto posible (10^{-43} segundos), existen partículas virtuales, o cuerdas, de materia y antimateria que se están formando y aniquilando entre sí. Las partículas virtuales que aparecieran en lados opuestos del borde de un agujero negro serían separadas por la gravedad en el instante de su formación. Esto resultaría en una cuerda que sería despedida desde el agujero, proveyendo pistas sobre cómo es la materia primigenia en su interior.

89 Teoría de la catástrofe

AUNQUE NO SE RELACIONA DIRECTAMENTE CON LA TEORÍA DEL CAOS, LA TEORÍA DE LA CATÁSTROFE EXAMINA CÓMO PEQUEÑOS CAMBIOS EN LAS CIRCUNSTANCIAS PUEDEN PRODUCIR CAMBIOS REPENTINOS Y DE GRAN ALCANCE EN EL COMPORTAMIENTO. Un ejemplo es cómo una montaña puede permanecer estable durante milenios y de repente derrumbarse por un deslizamiento de tierra

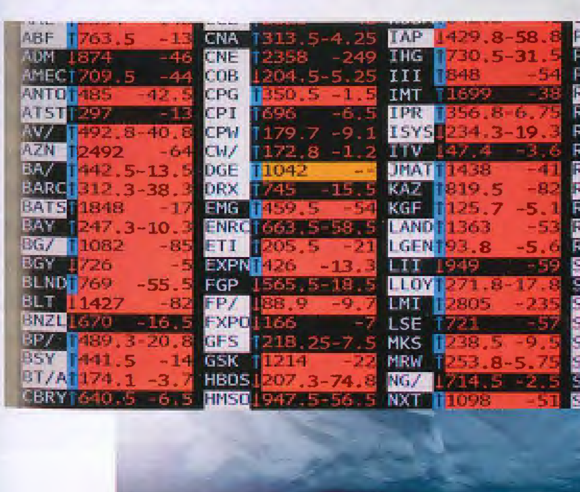
Este y otros eventos catastróficos pueden explicarse matemáticamente representando el sistema como una ecuación. Esta ecuación permanece en equilibrio durante largos períodos de tiempo sin importar lo que las variables en ella estuvieran haciendo. ¿Qué elemento en la ecuación podría causar una bifurcación, un cambio repentino que resultara en un acontecimiento catastrófico?

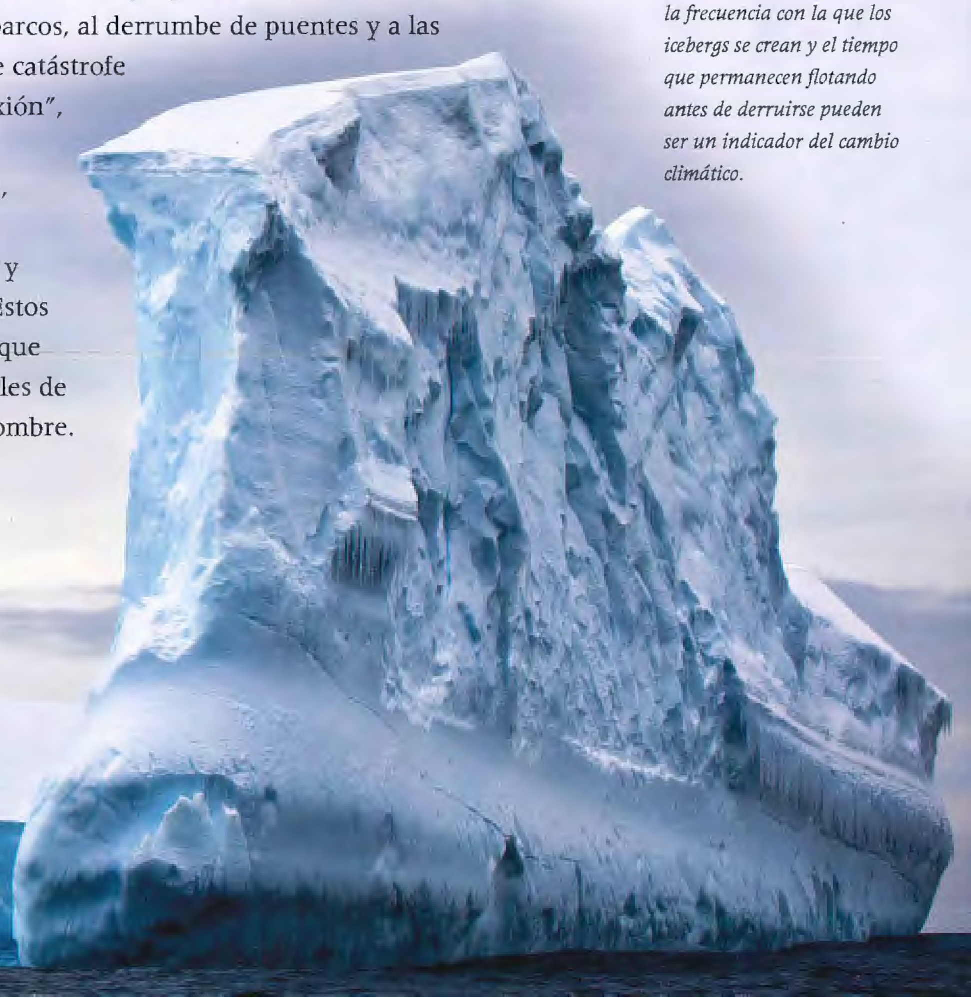
Variables activas

El matemático francés René Thom comenzó a trabajar en la teoría de la catástrofe en la década de 1960, y el trabajo se popularizó en la década de 1970 por el matemático británico Christopher Zeeman. Estos matemáticos clasificaron varios tipos de catástrofes basadas en el número de variables activas en juego. Parte de estas matemáticas han sido aplicadas a la zozobra de los barcos, al derrumbe de puentes y a las compras compulsivas. Otro tipo de catástrofe es conocida como "punto de inflexión", donde una o más variables activas se acumulan hasta un nivel crítico, después del cual su impacto en el sistema se multiplica rápidamente y se vuelve imposible de contener. Estos fenómenos son una de las teorías que se examinan en los modelos actuales de cambio climático creados por el hombre.

Los icebergs son trozos de una capa de hielo que se desprenden cuando el clima se hace más cálido en el verano polar. La teoría de la catástrofe se utiliza para examinar si los cambios en la frecuencia con la que los icebergs se crean y el tiempo que permanecen flotando antes de derruirse pueden ser un indicador del cambio climático.

Para algunos, el hecho más catastrófico de todos es la caída en el mercado de valores, cuando la confianza en las inversiones sufre un severo ajuste a la baja después de una caída menor en algunos precios.



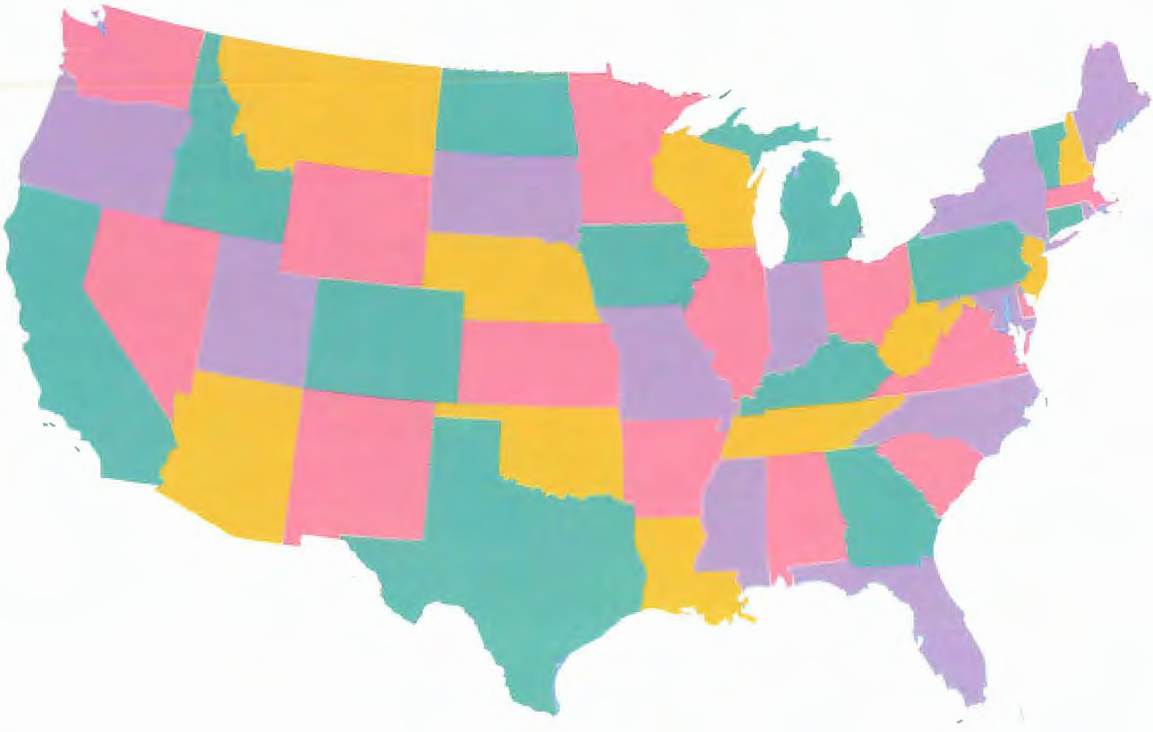


90 Teorema de los 4 colores

UN MAPA CON COLORES ES UN MAPA CLARO, QUE DA A CADA REGIÓN UN COLOR DISTINTIVO. EL DESARROLLO DE LA TECNOLOGÍA DE IMPRESIÓN y el surgimiento de los estados nacionales en el siglo XIX dieron lugar a mapas muy coloridos. Para simplificar el proceso los cartógrafos se preguntaron: ¿cuántos colores necesita realmente un mapa?

En *Tom Sawyer en el extranjero* de Mark Twain (1894), Tom y Huck Finn discuten en un vuelo en globo que se dirige al este desde San Luis. Tom calcula que ya deben haber llegado a Indiana, pero Huck sostiene que les han dado información falsa: "Estamos justo sobre Illinois, no hay rastro de Indiana... Illinois es verde, Indiana es rosa. Cuando Tom protesta, Huck insiste: "... Yo lo vi en un mapa, es rosa".

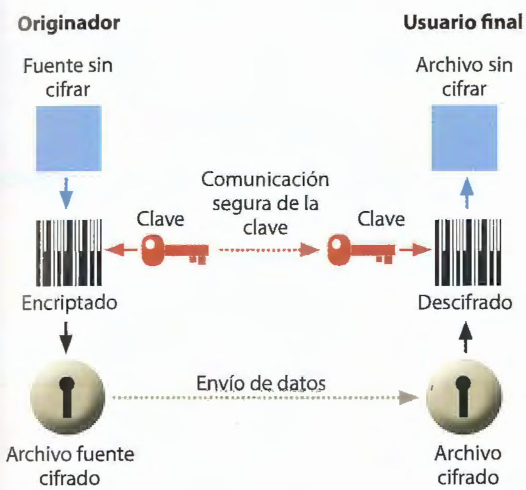
Un mapa coloreado generalmente reduce la confusión, y mediante ensayo y error, los cartógrafos encontraron que el número máximo de colores que necesitaban era cuatro. Cualquier mapa con fronteras definidas entre una región y la siguiente, sea de países, los distritos de la ciudad o los planos del más opulento palacio, requiere solamente cuatro colores para asegurarse de que no haya dos sectores contiguos que estén coloreados igual. En 1852, el matemático Francis Guthrie se preguntaba por qué, y representó los mapas como grafos, con las regiones como caras, las fronteras como bordes, y vértices en donde tres o más regiones coinciden. Sin embargo, nadie pudo conseguir la prueba, a pesar de que los cartógrafos nunca necesitaron un quinto color hasta 1976, de vuelta en el todavía verde Illinois, donde Kenneth Apel y Wolfgang Haken utilizaron el ordenador central de la universidad para mostrar que un número infinito de países solamente requerirían 4 colores.



El teorema de los 4 colores sobre los 48 estados continentales de los EE.UU. Colocar el mapa en un globo no requeriría ningún cambio, pero si la Tierra fuera un donut, necesitaríamos 7 colores.

91 Criptografía de 2 claves

EL PODER DE LOS ORDENADORES SE INCREMENTA, A LA PAR QUE SU IMPORTANCIA PARA EL GOBIERNO Y LOS EJÉRCITOS DE LOS PAÍSES, y además se convirtió en una herramienta crucial en las transacciones económicas. La necesidad de mantener seguros los datos se hizo evidente y los matemáticos vinieron al rescate.



Puesto que es imposible evitar que haya espías recogiendo comunicaciones secretas, el único método para proteger los datos fue el uso de la encriptación. Por entonces los ordenadores ya se habían utilizado para descifrar datos encriptados, como el código Enigma alemán en la II Guerra Mundial.

Matemáticas unidireccionales

El primer trabajo en el cifrado de datos es de 1874, cuando el matemático William Stanley Jevons desarrolló operaciones que eran relativamente fáciles en una dirección, pero el proceso inverso era mucho más difícil y lento. Cien años después, los criptógrafos Whitfield Diffie y Martin Hellman tomaron esto en cuenta cuando crearon el protocolo criptográfico Diffie-Hellman. Una analogía es que dos personas desean enviar mensajes secretos una a la otra. Tienen unas cajas de seguridad, sus propios candados y cada uno su llave de esos candados. La primera persona pide a la segunda su candado (abierto). Coloca el mensaje en la caja, cierra la caja con el candado de la segunda persona y le envía la caja. La segunda persona utiliza su llave para abrir el candado y acceder al mensaje secreto.

Contrarreloj

El encriptado de clave pública utiliza números extremadamente largos entendiendo que no hay medios eficientes de factorizar números largos. Un tercero podría finalmente tener éxito en descifrar el mensaje, pero esto podría llevar tanto tiempo que la información podría no ser útil ya. Hoy en día, la mejor seguridad en línea utiliza encriptados de 128 y 256-bit. En el encriptado de 128-bit, cualquiera que quisiera obtener el número correcto para descifrar el mensaje secreto debería trabajar haciendo 2^{128} permutaciones. Un ataque de fuerza bruta (probando cada posible permutación) podría llevar 149 billones de años. Una clave de 256-bit podría llevar este tiempo ¡al cuadrado!

ALGORITMO DE DIFFIE-HELLMAN

En 1976, los norteamericanos Whitfield Diffie y Martin Hellman publicaron un método para que dos personas enviaran mensajes codificados privados sin intercambiar ninguna clave del código. El sistema utiliza aritmética modular, y las propiedades de los números primos:

1. Andy escoge un número que mantiene en secreto. Llamaremos a este número A1.

2. Zelda elige otro número, Z1, que también mantendrá en secreto.

3. Ahora ambos aplican una función del tipo e $f(x) = a^x$ mod. p, con sus respectivos números siendo x, donde p es un número primo conocido por ambos, y a es la información pública visible.

De esta operación Andy obtiene un nuevo número, A2, que es el resto de a^x dividido entre p. Envía esta información a Zelda. Realizando la misma operación, Zelda obtiene un nuevo número, Z2, que ella envía a Andy.

4. Andy resuelve $Z2^{A1}$ mod. p y produce un nuevo número, CA.

5. Zelda resuelve la ecuación $A2^{Z1}$ mod. p para producir un nuevo número, CZ. Asombrosamente, CA y CZ son los mismos y esta es la clave que ambos utilizan para descifrar el mensaje.

92 Fractales

LA GEOMETRÍA TRADICIONAL TRATA SOBRE LÍNEAS RECTAS Y CÍRCULOS PERFECTOS, PERO EN EL MUNDO REAL NO EXISTE NADA DE ESTO. Las nubes, los árboles y las rocas son fragmentarias, irregulares y fraccionadas. La naturaleza es áspera y llena de grumos. Históricamente los matemáticos habían sido derrotados en sus intentos de describir estos sistemas del mundo real. Al parecer, todo está en los detalles.

Las matemáticas fractales son un intento de alcanzar un acuerdo con la fracturada rugosidad de la vida cotidiana. El matemático belga Benoît Mandelbrot acuñó el término en 1975 para abarcar sus exploraciones en una nueva geometría que era "igualmente rugosa en todas las escalas". Su punto de partida fue un simple problema que involucraba la medida de una costa.

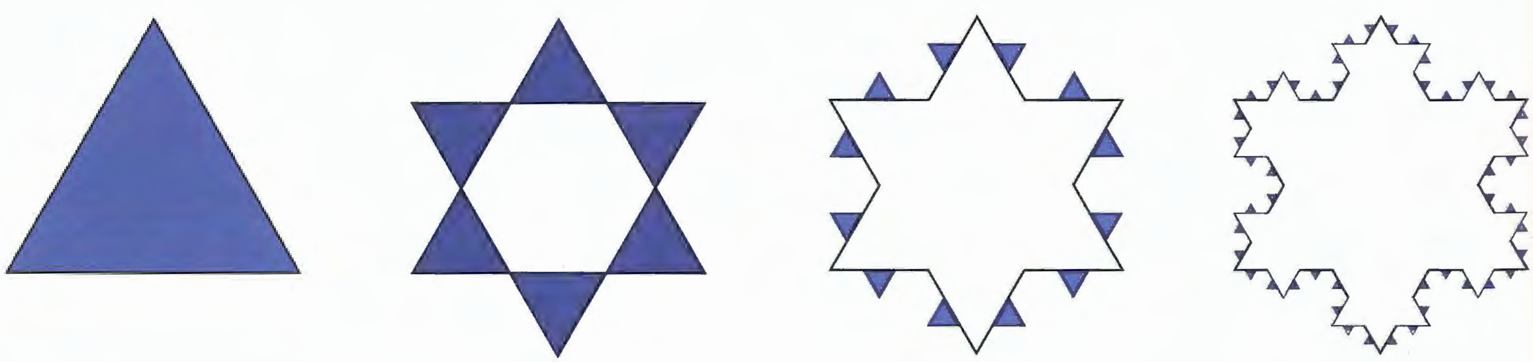
En un mapa a gran escala, la costa de una isla es muy simple y los bordes pueden ser representados como una línea recta. Para tener más detalles debemos acercarnos. La medición en esta nueva escala requiere una regla más pequeña y podría obtener una estimación de la longitud de la costa cada vez más precisa. Sin embargo, no hay límites en este proceso y el cálculo se volverá cada vez más grande y será imposible hallar el final antes de que el borde de la tierra se vuelva indistinguible del agua.

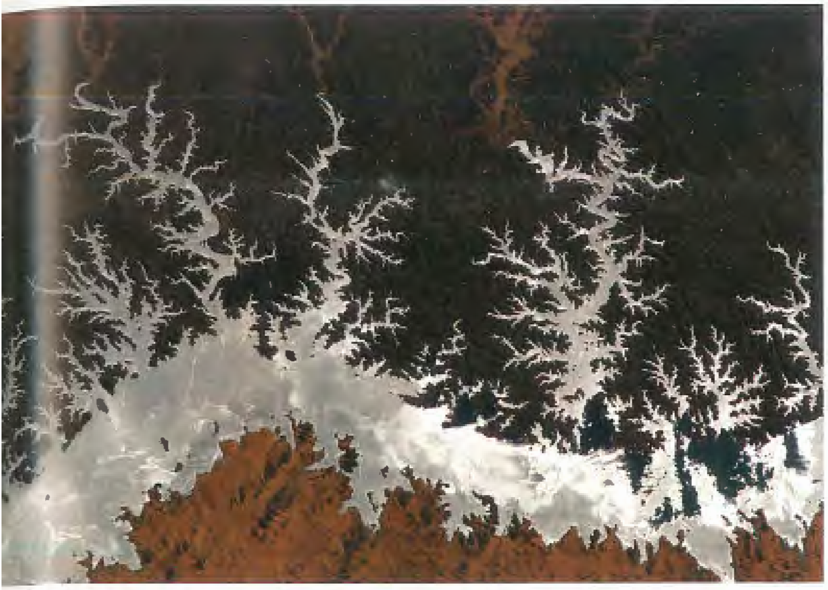
Perderse en los detalles

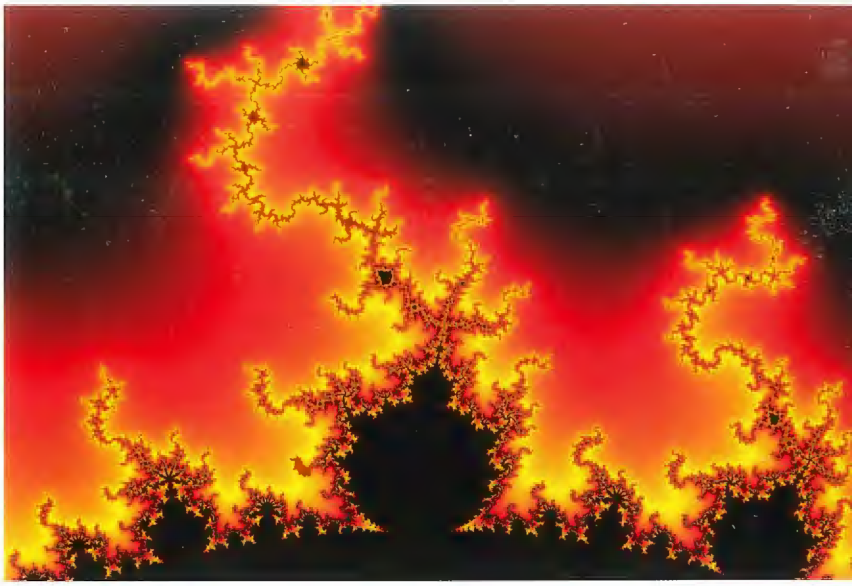
Este tipo de curvas son llamadas "curvas patológicas" y dan a la naturaleza las formas que podemos ver. El cuerpo está cubierto de fractales -tiene detalles y complejidad en cualquier escala de aumento. Por ejemplo los pulmones llenan el espacio de una forma increíblemente eficiente. Con sus innumerables pliegues y repliegues, el volumen de los pulmones es muy pequeño, pero la superficie de su área es enorme.

Las plantas también crecen utilizando reglas simples, sin embargo llegan a tener una gran complejidad. La enrevesada superficie del brécol hace que medir su área sea difícil. Mientras más de cerca se miran sus repetitivos patrones de flores y espirales, más detalles se pueden ver. El método de crecimiento por adición de unidades repetidas en varias escalas que se ve en el brécol da lugar a un fenómeno llamado "autosimilaridad"

En 1904 el matemático sueco Helge von Koch descubrió una construcción que podía imitar la autosimilaridad. Su "curva de Koch" toma una forma inicial y luego reemplaza el tercio medio de cada lado con una versión a escala más pequeña de la forma original. Cuando la forma inicial es un triángulo equilátero, la siguiente etapa es una "estrella de David" de seis lados y, muy pronto, emergerá un copo de nieve.







En ocasiones los fractales reflejan las formas de algunas características naturales. Los detalles del conjunto de Mandelbrot (derecha) recuerdan los enmarañados canales laterales de este inmenso embalse (izquierda). La geometría fractal se utiliza en las imágenes generadas por ordenador (CGI) para hacer que los terrenos y las olas del mar tengan una apariencia realista.

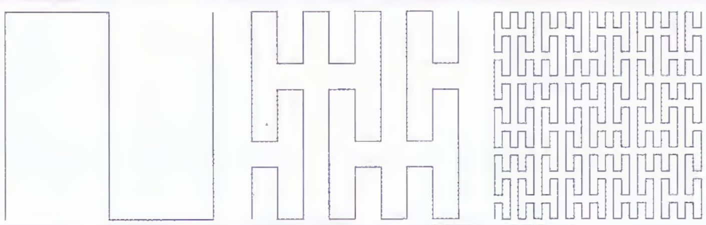
Complejidad encapsulada

Cada parte de una forma autosimilar se parece al objeto completo. La investigación de este tipo de formas se vio limitada a los dibujos a mano, hasta la llegada de los ordenadores. El conjunto de Mandelbrot, quizá la imagen más ampliamente reproducida en matemáticas, apareció por primera vez en la década de 1980 cuando finalmente estuvo disponible el poder de cálculo necesario. A pesar de toda su complejidad, las matemáticas detrás del conjunto M no son complicadas: $z = z^2 + c$. La clave es la iteración: reglas simples que se repiten sin fin. La salida se convierte en la nueva entrada, y así sucesivamente. Cuando en 1980 Mandelbrot estaba investigando este fenómeno, encontró que para ciertos valores iniciales de z las salidas continuaban creciendo siempre, mientras que para otros se reducían hasta cero. Es así como el conjunto M es la frontera entre estas dos clases de números. Fuera del borde están los valores de z libres de ir al infinito; dentro están los prisioneros, destinados a la extinción. Si hacemos un zoom en cualquier sector de la frontera, se restablece la escala de los números, pero los patrones son siempre los mismos.

Todos los objetos tienen una dimensión fractal, que es un tipo de "medida de la rugosidad" estadística. El brécol tiene una dimensión fractal de alrededor 2,8; la de una costa es de 1,28 y la de los pulmones humanos es de más o menos 2,97. Los científicos también buscan patrones fractales en los conjuntos de datos que de otra forma parecerían caóticos.

CURVA DE PEANO

En 1890 el italiano Giuseppe Peano descubrió una curva unidimensional que se podía extender perpetuamente a través de un plano bidimensional. Utilizando una construcción similar a la de la curva de Koch, comenzó a construir un intervalo unidad dentro de un cuadrado unidad, y repitió el proceso con intervalos cada vez menores. Así produjo una línea de longitud infinita que no se propaga más allá del cuadrado. Nunca dibujó la curva, prefiriendo probar esta propiedad matemática contraria a la intuición.



93 La cuarta dimensión y más allá

¿QUÉ ES LA CUARTA DIMENSIÓN? LOS ESTUDIANTES DE EINSTEIN SE AVENTURARÍAN A DECIR QUE EL TIEMPO, DESPUÉS DE LAS ESPACIALES -LARGO, ANCHO Y PROFUNDO. Sin embargo, los matemáticos rara vez están limitados por las leyes de la física, por lo que pueden evocar formas con más dimensiones espaciales. El hecho es que no las podremos ver.

En 1884, el profesor inglés Edwin Abbott Abbott publicó *Planilandia: una novela de muchas dimensiones*. No era solo una sátira sobre las desigualdades en la Inglaterra Victoriana, sino que también esclarecía los vínculos entre la percepción y las dimensiones, e hizo mucho por establecer que la cuarta dimensión es "el otro mundo" o "el plano superior".

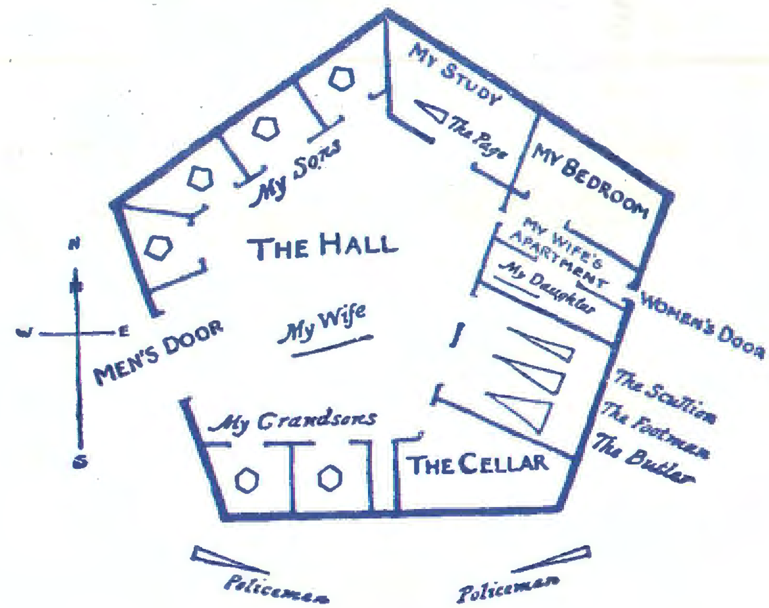
Los planilandianos son totalmente planos y ocupan un plano cartesiano. La historia trata sobre un cuadrado que hace un viaje a Linealandia, donde todos son líneas unidimensionales. Luego es visitado por una esfera de un mundo tridimensional, quien aparece ante él como un círculo que crece y se contrae. Del mismo modo un humano es una criatura tridimensional. Podemos percibir la distancia en el espacio y también experimentar cómo la materia cambia en las tres dimensiones: que es lo que conocemos como el tiempo. Si tuviéramos que ver un objeto tetradimensional moviéndose a través del espacio, todo lo que podríamos percibir son sus tres dimensiones cambiando en el tiempo.

En la década de 1980, la geometría se volvió extradimensional. Si la línea comienza y termina a lo largo del eje x, y un cuadrado está en x e y, entonces un cubo tiene coordenadas en x, y y z. Así pues, es sumamente sencillo agregar un eje w para la cuarta dimensión, para obtener un 4-cubo, o hipercubo. Para cada dimensión superior se añade un eje, o se representa algebraicamente como un n-politopo, cualquier figura con lados regulares planos de n dimensiones.

La Grande Arche construido en 1989 en La Défense en París es un teseracto, una representación de un hipercubo, o cubo tetradimensional. Tiene dos veces el número de esquinas (vértices) y cuatro veces más caras y aristas que un cubo.

VIVIENDO EN DOS DIMENSIONES: *PLANILANDIA*

Edwin Abbott Abbott escribió *Planilandia* bajo pseudónimo, A. Cuadrado. Probablemente era una broma acerca de su nombre, pero también es el nombre del protagonista. La sociedad de Planilandia estaba compuesta por figuras geométricas, cuyas formas indicaban su posición en la sociedad. La clase trabajadora y soldados eran triángulos isósceles, y mientras más agudo el ángulo en su ápice, más servil era su rol, mientras que los triángulos equiláteros eran los administradores y encargados de tiendas. Un profesional como nuestro narrador era un cuadrado; un ocioso caballero era un pentágono, y el noble tenía un lado más, un hexágono. En el peldaño superior estaban los sacerdotes, cuyo número de lados se volvió tan alto que se habían convertido en círculos. El hacer a las mujeres líneas unidimensionales ha sido criticado desde entonces, pero lo utilizó por las restricciones sociales a las que estaban sometidas en el siglo XIX, no por su aparente simplicidad en comparación con los hombres. La portada de Planilandia tenía un dibujo de la casa de Cuadrado: note cómo a los hijos se le agrega la línea materna para que escalen en las clases sociales.



94 Clasificación de los grupos simples finitos

ESTOS SON LOS LADRILLOS DE LAS MATEMÁTICAS. ASÍ COMO TODO EN EL UNIVERSO ESTÁ CONSTRUIDO CON ELEMENTOS QUÍMICOS, todos los grupos finitos están construidos de un número limitado de grupos simples.

La clasificación de todos los grupos simples finitos se convirtió en un proyecto matemático de gran envergadura en el siglo XX, llevado a cabo por más de 100 matemáticos y resultando en más de 500 artículos científicos. Se completó en 1985. Resultó que solo hay 18 tipos de grupos simples finitos, junto con 26 grupos únicos. El más célebre -y grande- de los grupos únicos es conocido como "El monstruo". El grupo es verdaderamente monstruoso, compuesto de 808 017 424 794 512 875 886 459 904 961 710 757 005 754 368 00 0 000 000 elementos medidos en 196 883 dimensiones. Mientras que "El monstruo" se aisló simplemente para asegurar que la clasificación de todos los grupos simples finitos estuviese completa, su forma era inquietantemente familiar para los matemáticos que trabajan en lo que se cree que es un área totalmente separada, la de las formas modulares. El análisis reveló no solo los vínculos profundos entre estas dos áreas sino que también arrojó luz nueva sobre la teoría cuántica.

95 Criticalidad autorganizada

EL ARTÍCULO DE 1987 *CRITICALIDAD ORGANIZADA: UNA EXPLICACIÓN DEL RUIDO 1/F* TRATABA UNO DE LOS ASPECTOS más desconcertantes de nuestro Universo: estamos rodeados de la más incomprensible complejidad y, sin embargo, las ecuaciones que la explican son relativamente simples.

La teoría es aplicable a una amplia gama de procesos, desde las guerras a los terremotos y para explicar por qué las dunas de arena en los desiertos tienen la misma forma, pero escalas diferentes, como las crestas onduladas en una playa de arena.

El artículo de Per Bak, Chao Tang y Kurt Wiesenfeld está entre los más citados por los matemáticos. Por ejemplo, conocemos las leyes que afectan el clima, tenemos abundantes observaciones meteorológicas y contamos con poderosos ordenadores, pero ni aun con eso podemos realizar predicciones del clima para 50 días. Estudiando los autómatas celulares (sistemas simples que se autogobiernan), Bak, Tang y Wiesenfeld demostraron que los comportamientos complejos son algo normal, independientemente de las influencias externas y para una amplia gama de estados iniciales.

96 Último teorema

POCOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS HAN CAPTURADO LA IMAGINACIÓN PÚBLICA COMO ESTE. SU PRUEBA LLENÓ LAS PORTADAS, dio lugar a la publicación de best sellers y el británico que lo logró fue nombrado caballero. A primera vista parece simple: $x^n + y^n \neq z^n$.

Fermat fue el máximo creador de enigmas matemáticos.

La historia del último teorema de Fermat comienza en la década de 1630 y se extiende durante los siguientes 360 años. La razón es que las matemáticas detrás de él son endiabladamente complejas. Andrew Wiles, el hombre que probó el teorema en 1994, lo describe como una gran casa, con la respuesta en algún lugar de ella: "Uno entra en el primera habitación de la mansión y está oscura. Uno camina alrededor tropezando con los muebles, pero gradualmente va aprendiendo dónde está cada pieza del mobiliario. Después de 6 meses, encuentras el interruptor de la luz. Puedes ver exactamente dónde estás. Entonces vas a la siguiente habitación y pasas otros seis meses en la oscuridad...". La fama de Wiles está basada en una nota en el margen de la página 85 de una copia de la *Arithmetica*, el trabajo fundamental de Diofanto. El libro pertenecía a Pierre de

Fermat, un abogado del sur de Francia. Esta dice: "Si n es un entero mayor que 2, entonces no existen enteros x, y y z diferentes de 0, que cumplan la ecuación $x^n + y^n = z^n$". La nota continuó: "He descubierto una demostración maravillosa, pero este margen es muy pequeño para contenerla".

Andrew Wiles disfrutando de su conferencia acerca de su prueba del último teorema de Fermat en 1993. Sin embargo, una incongruencia de última hora significó que tuvo que trabajar algunos años más para que fuera aceptada.

Acertijos, luego pruebas

Fermat tenía por hábito enviar este tipo de *bon mots* matemáticos a sus amigos en París, a menudo el monje Marin Mersenne los difundía. Como matemático aficionado, Fermat no necesitaba ofrecer pruebas, pero veía estas cartas como divertidos retos. Con frecuencia decía tener la respuesta pero normalmente no la desvelaba si nadie más podía encontrarla.

No hay ningún registro de que su acertijo final haya sido enviado a nadie para su verificación, y solo se descubrió cuando Samuel de Fermat, el hijo del gran hombre, catalogaba sus documentos para publicarlos después de su muerte en 1665. Por mucho que lo intentara, Samuel no pudo encontrar la prueba prometida a este "último teorema" en ninguno de los otros documentos. Muchos han sugerido que después de todo, si Fermat tenía una prueba, esta debió ser incompleta, a juzgar por los muchos matemáticos profesionales que trataron de hallarla. En 1995, el artículo de Andrew Wiles *Modular Elliptic Curves and Fermat's Last Theorem*, fue aceptado como una prueba concluyente. Le tomó a Wiles ocho años de intenso trabajo y más de 100 páginas explicar lo que Fermat no pudo garabatear en el margen.

97 Prueba por ordenador

HAY ALGO ESPECIAL EN LOS DESCUBRIMIENTOS: REQUIEREN UN POCO DE IMAGINACIÓN, ALGO MÁS ALLÁ DE LA RAZÓN A PARTIR DE UNA CORAZONADA. Hay algo profundamente humano en ello. O lo había hasta 1996 cuando un problema matemático fue mediante un programa de ordenador.

El primer problema resuelto por un programa de ordenador fue la conjetura de Robbins, que está relacionada con la intercambiabilidad de los dos axiomas del álgebra booleana. El problema fue propuesto por Herbert Robbins en 1933 y varias de las principales figuras de este campo no habían logrado cerrar el debate. Entonces William McCune, un científico del Laboratorio Nacional de Argonne demostró en la década de 1990 que las proposiciones de Robbins producían un álgebra de Boole, o más bien su programa EQP lo hizo. EQP quiere decir "demostrador de ecuaciones" y fue el primero de varios demostradores de teoremas automáticos. Estos pueden abordar problemas de primer orden, que están basados en axiomas, en lugar de los derivados de ellos. El ordenador provee la fuerza bruta para resolver estos problemas: un hito futuro podría ser la primera conjetura matemática nombrada en honor a un ordenador.

98 Problemas del milenio

EN LA CONFERENCIA DE PARÍS DE 1900, DAVID HILBERT HABÍA PROPUESTO LOS 23 PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS PARA EL SIGLO QUE ESTABA POR VENIR. Un siglo después, los matemáticos se reunieron en la misma ciudad para escuchar cuáles serían los desafíos que los ocuparían en el siglo XXI.

El logotipo del Instituto Clay de Matemáticas es el "Figureight Knot" representando el "orbifold X dado como el cociente del espacio hiperbólico tridimensional".

El premio a los 7 problemas del milenio, fue presentado por el Instituto Clay de Matemáticas (CMI), gracias a un mecenas, el millonario Landon T. Clay. Cada uno está dotado con un premio de 1 millón de dólares. Como había hecho Hilbert, el comité asesor del CMI -que incluía figuras como Andrew Wiles y Arthur Jaffe- escogió los problemas que podrían rendir mayores frutos; el problema P versus NP, la conjetura de Hodge, la conjetura de Poincaré, la hipótesis de Riemann (el único de la lista de Hilbert), la existencia de Yang-Mills y del salto de masa, las existencia y continuidad en las ecuaciones de Navier-Stokes y la conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer. Hasta el momento solo uno ha sido resuelto: la conjetura de Poincaré.

99 Conjetura de Poincaré

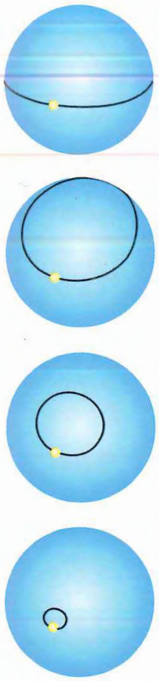
EN 1904, EL MATEMÁTICO FRANCÉS HENRI POINCARÉ PROPUSO UNO DE LOS MÁS GRANDES ENIGMAS matemáticos del mundo. Llevó 98 años demostrar que era cierto.

Una de las principales figuras de la comunidad matemática, y padre de la teoría del caos, Poincaré, seguía un estricto régimen de trabajo: dos horas por la mañana y dos por la tarde, permitiendo a su subconsciente hacerse cargo de la tensión debida al pesado trabajo conceptual durante los intervalos. Tal vez meditando en sus períodos de descanso, Poincaré especuló que la esfera es la forma más simple en cualquier dimensión.

La conjetura de Poincaré fue probada correctamente por el ruso Grigori Perelman en 2002. Desde entonces ha rechazado todos los premios por este logro trascendental.

Simplemente conexa

Poincaré utilizó un lazo bidimensional para demostrar la simplicidad de sus formas tridimensionales. Un espacio es "simplemente conexo", decía, si cualquier lazo sobre él puede ser contraído a un punto. Imagine una soga alrededor de una pelota resbaladiza. No importa cómo se haya colgado la cuerda, la pelota escapará en cuanto la soga se apriete. Esto no pasa en un donut, cuando la soga se aprieta alrededor del agujero central estará enganchada y apretará con fuerza. Un donut no es simplemente conexo.



Un diagrama de la conexión simple de la esfera, con una circunferencia contrayéndose en un punto.

Verlos todos

La conjetura sin demostrar había superado a grandes mentes durante casi un siglo, y fue el tercero de los problemas del milenio del CMI. Dos años después, un matemático nacido en Rusia tenía la respuesta. En tres artículos publicados en 2002 y 2003, Grigori Perelman resolvió este problema topológico utilizando una técnica que él llamó "flujo de Ricci con cirugía". Fue galardonado con el premio de 1 millón de dólares del Instituto Clay y la medalla Fields de 2006 por su prueba. Rechazó ambos, y dijo: "Una variedad tridimensional cerrada simplemente conexa suena complicada, pero créeme, una vez que has visto una, las has visto todas". Mientras las explicaciones cotidianas de las ramificaciones de la conjetura de Poincaré son difíciles de obtener, las matemáticas pueden ayudar a entender la forma del Universo y cómo este se está expandiendo desde el Big Bang.

PERELMAN RECHAZA EL PREMIO

Desinteresado por el dinero o la fama, Grigori Perelman rechazó su medalla Fields en 2006, el equivalente matemático del Premio Nobel, y no ha reclamado el premio de un millón de dólares ofrecido por el Instituto Clay de Matemáticas por su prueba de la conjetura de Poincaré. Vive en San Petersburgo con su madre y no quiere hablar con los periodistas que, según él, solo se interesan por saber por qué rechazó el millón y si se corta las uñas. "No quiero ser exhibido como un animal en un zoológico". Perelman no considera que su contribución sea mayor que la del matemático estadounidense Richard Hamilton, quien introdujo la técnica del flujo de Ricci sobre la que construyó su prueba. La humildad y pureza de su propósito le ha hecho ganar admiración alrededor del mundo, aunque algunos creen que su negativa a reclamar el premio fue el comienzo en el que el genio y la sabiduría se separaron.

100 La búsqueda de los primos de Mersenne

UN PROBLEMA DE NÚMEROS PRIMOS PLANTEADO POR UN MONJE FRANCÉS DEL SIGLO XVII está siendo resuelto hoy por una comunidad en internet.

$$M_p = 2^p - 1$$

El monje francés Marin Mersenne es recordado por su salón científico en París, donde presentó los trabajos de Descartes, Fermat y Galileo y se convirtió en el modelo para las grandes academias de ciencia en Europa. Mersenne también tiene un subconjunto de números primos nombrados en su honor. Un primo de Mersenne (p) es uno que al ser elevado como potencia de 2 y luego restar 1, el resultado es también un número primo (M_p). Encontrar estos números no es fácil y en 1996, la gran búsqueda de primos de Mersenne por Internet (GIMPS, por sus siglas en inglés) comenzó. Esta invita a los usuarios de ordenadores a compartir su PC para ayudar a las matemáticas. GIMPS realiza 68 billones de cálculos por segundo. El último nuevo primo de Mersenne fue añadido en 2013. Solo se conocen 48; el mayor tiene más de 17 millones de dígitos.

La única forma de encontrar un primo de Mersenne es por ensayo y error, introduciendo los primos en la fórmula. La búsqueda de M_{49} continúa en mersenne.org.

Matemáticas: **una guía**

LAS MATEMÁTICAS TRATAN ACERCA DE LA PRECISIÓN. INCLUSO LA EXPRESIÓN DE LA IMPRECISIÓN ESTÁ HECHA DE UNA FORMA MUY PRECISA. Esta es la belleza de los números: solamente pueden tener un significado, a diferencia de las palabras. Gran parte del lenguaje matemático puede ser confuso porque tiene un significado matemático preciso, pero utiliza términos tomados del lenguaje cotidiano, por lo que es fácil perderse. Para ayudar a encontrar de nuevo el camino, aquí intentamos explicar parte de esa jerga.

Cantidades

¿CUÁNDO NO ES UN NÚMERO SOLAMENTE UN NÚMERO? CUANDO ES UNO DE ESTOS TÉRMINOS. En esta sección se examinan las palabras utilizadas para describir los números o grupos de números con una forma u origen específicos, y otros términos asociados.

Binario: Relativo al sistema de numeración que utiliza solamente dos dígitos, 0 y 1. El lenguaje de los ordenadores es binario, cada número o dígito es un "bit" de datos, ocho de los cuales forman un "byte".

Cardinal: Número que se refiere a una cantidad.

Coma radix: La coma utilizada en los números para denotar cuando el valor está siendo contado en fracciones del radix, o base. Entonces en base 10, 10,1 es la fracción decimal 10 1/10 o diez y un décimo. En base dos (binario) 10,1 es 2 1/2 o dos y un medio.

Compuesto: Un número que se puede dividir entre otro que no sea él mismo. Los números no compuestos son los primos.

Decimal: Relativo al sistema de numeración de base diez; las fracciones decimales son una forma de expresar los números que no son enteros.

Denominador: El número inferior en una fracción; el mínimo común denominador es la forma en la todos los denominadores pueden ser convertidos.

Dígito: Otra palabra para numeral, un simple número. Dígito también se utiliza como término biológico para los dedos.

Entero: Un número completo, positivo o negativo, que por lo tanto no incluye fracciones. Generalmente se incluye a cero entre los enteros.

Escalar: Una cantidad que solo tiene un valor, por ejemplo la velocidad.

Gradiente: Medida de la pendiente de una línea, que está basada en la proporcionalidad entre x e y; si x=y el gradiente es 1; si 3x=y, entonces el gradiente es 3; el valor de y se incrementa en un factor de 3 por cada 1 en x.

Infinito: Sin límites, cuyo número final nunca puede ser alcanzado. La fracción 1/x tiende a infinito cuando x tiende a 0.

Inverso: Que cambia el signo del número, de positivo a negativo o viceversa. El inverso de 3 es -3.

Logaritmo: Sistema de numeración que utiliza el exponente de un número más que el número mismo; (3^2=9), mientras que $3\log_3$ es 27 (3^3).

Matriz: Arreglo de números ordenado en filas y columnas que pueden ser sumadas, multiplicadas, etc. de forma masiva. Las matrices se utilizan para expresar múltiples valores que están agrupados o vinculados de alguna manera, como las dimensiones de una forma. Las matrices pueden ser utilizadas para calcular las nuevas dimensiones de una forma después de haber sufrido una transformación.

Media: Conocido más comúnmente como promedio, calculado por la división de la muestra total entre el número de las muestras tomadas; entonces, la media de 2, 4 y 6 es 12/3=4, mientras que la media de 2, 3 y 5 es 10/3=3,3333...

Mediana: El promedio que consiste en encontrar el término de la mitad de una muestra, que es mayor que la mitad inferior, pero menor que la mitad superior. La media de 1, 3 y 8 y de 2, 4 y 6 es en ambos casos 4, mientras que la mediana es 3 y 4 respectivamente.

Moda: El término que aparece más comúnmente en una muestra. La media de 1, 1, 3 y 7 es 3, pero la moda es 1.

Ordinales: Números que indican orden; primero, segundo, tercero, etc.

Periódico: Cuando una fracción decimal tiene una cadena infinita de decimales con un patrón que se repite: un tercio (1/3) es 0,3 periodo.

Recíproco: El número que se obtiene de dividir 1 entre otro número. El recíproco de 4 es 0,25.

Vector: Una cantidad que tiene dos o más valores, por ejemplo la velocidad, que tiene rapidez y dirección.

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$$

$$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$$

$$8128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1016 + 2032 + 4064$$

NÚMERO PERFECTO

Un número perfecto es cualquier número que es la suma de sus divisores. Por ejemplo 6 puede ser dividido entre 1, 2 y 3, y la suma de estos números es 6. Perfecto. Solo se conocen 47 números perfectos hasta el momento. El más grande tiene 25 956 377 dígitos. Todos son números pares. Nadie sabe si algún número impar puede ser perfecto pero la búsqueda continúa.

Operaciones

UNA OPERACIÓN MATEMÁTICA ES UN PROCEDIMIENTO PREDEFINIDO QUE CONVIERTE UNO O MÁS NÚMEROS DE ENTRADA en una o más salidas. No son solo las tablas de suma o multiplicación.

FACTORIALES

Los números crecen asombrosamente rápido como factoriales.

0	1
x1	1
x2	2
x3	6
x4	24
x5	120
x6	720
x7	5040
x8	40320
x9	362 880
x10	3 628 800
x11	39 916 800
x12	479 001 600
x13	6 227 020 800
x14	87 178 291 200
x15	1 307 674 368 000
x18	6 402 373 705 728 000
x20	2 432 902 008 176 640 000
x24	620 448 401 733 239 439 360 000

Adición: Comenzando por el principio, la adición es la combinación de dos números para formar otro mayor. El resultado de la adición es la suma.

Cociente: El resultado de la división.

Cuadrado: Elevar un número a la potencia 2.

Cubo: Utilizado para nombrar al exponente 3, dos al cubo es ocho ($2^3 = 8$).

División: La cantidad de veces que un número menor está contenido dentro de uno mayor. Cualquier cifra que queda es el resto. Es el opuesto de la multiplicación.

Divisor: Número que divide exactamente a otro, también llamado factor.

Exponenciación: Operación que involucra convertir una cantidad en la potencia de otra; 10^n quiere decir multiplicar 10 por sí mismo n veces.

Exponente: La potencia a la que es elevado otro número, usualmente escrito en superíndice.

Factor: Otra palabra para división.

Factorial: El producto de todos los números positivos enteros menores o iguales a un número específico. Cuatro factorial, escrito 4!, es 1 x 2 x 3 x 4 = 24.

Multiplicación: La operación que suma un número a sí mismo múltiples veces. Por ejemplo 10 x 3 = 10 + 10 + 10. El resultado de la multiplicación es llamado el producto.

Múltiplo: Un múltiplo de un número es otro al que se puede llegar multiplicando el primero. Por ejemplo, 6 es un múltiplo de 2 (2 x 3).

Producto: El resultado de la multiplicación.

Raíz cuadrada: El número que debe elevarse al cuadrado para obtener otro. La raíz cuadrada ($\sqrt{}$) de 4 es 2 ($2^2 = 4$).

Sustracción: Encontrar la diferencia entre dos números, tomando uno del otro.

Transformación: Cuando un conjunto de números es ingresado en la misma función y transformado de la misma manera. Por ejemplo, una función simple para reducir a la mitad todas las longitudes transformaría un cuadrado de 2 por 2 en un cuadrado de 1 x 1.

Geometría

LAS MATEMÁTICAS DE LAS FORMAS Y FIGURAS NO UTILIZAN SOLAMENTE NÚMEROS PARA DESCRIBIRLAS, sino también muchas palabras para resumir las características de los objetos. Todos estamos familiarizados con los cuadrados, triángulos y ángulos, pero hay mucho más en juego.

Circunferencia: El perímetro de la línea que rodea un círculo.

Congruente: En geometría, las figuras congruentes tienen la misma forma y tamaño -y pueden superponerse una a la otra exactamente.

Pentágono regular

Lados	5
Ángulo individual	108°
Suma de los ángulos	540°
Número de triángulos	3
Diagonales	5

Grado: Unidad de ángulo; una vuelta completa tiene 360°.

Isósceles: Triángulo con dos lados iguales y uno diferente.

Obtuso: Ángulo mayor que el ángulo recto (90°).

Agudo: Cuando un ángulo es menor que el ángulo recto (90°).

Ángulo recto:Ángulo de 90°.

Arco: Sección de una circunferencia.

Área: La región cubierta por una superficie medida en unidades cuadradas.

Triángulo equilátero

Lados	3
Ángulo individual	60°
Suma de los ángulos	180°
Número de triángulos	1
Diagonales	0

Cuboide: Un sólido de seis lados construido con cuadriláteros; un cuboide hecho de seis cuadrados es un cubo.

Cuerda: Una línea recta dibujada desde un punto a otro de una circunferencia. El diámetro es la cuerda que pasa a través del centro del círculo.

Paralela: Línea que nunca se intersecta con otra al extenderse.

Perpendicular: Cuando una línea intersecta otra en 90°.

Hexágono regular

Lados	6
Ángulo individual	120°
Suma de los ángulos	720°
Número de triángulos	4
Diagonales	9

Cuadrado

Lados	4
Ángulo individual	90°
Suma de los ángulos	360°
Número de triángulos	2
Diagonales	2

Diámetro: La distancia desde un lado del círculo al otro a través del centro. El diámetro es dos veces el radio.

Equilátero: De igual longitud en sus lados; en ocasiones se refiere a un triángulo regular con lados y ángulos iguales.

Escaleno: Triángulo que no tiene lados o ángulos iguales.

Geodésica: Distancia más corta entre 2 puntos de una esfera u otra superficie curva.

Plano: Superficie plana en donde la distancia más corta entre dos puntos es una línea recta.

Polígono: Figura plana formada por líneas rectas. Hay un número infinito de polígonos regulares, con lados de igual longitud.

Heptágono regular	
Lados	7
Ángulo individual	128.57..°
Suma de los ángulos	900°
Número de triángulos	5
Diagonales	14

Poliedro: Un sólido tridimensional formado por líneas rectas y caras planas. Solo hay cinco poliedros regulares.

Politopo: Figura geométrica con líneas rectas y caras planas en cuatro o más dimensiones.

Punto: Ubicación adimensional en el espacio.

Radián: Unidad para la medición de ángulos; un radián es el ángulo de un arco de longitud igual a un radio. El círculo completo tiene 2π radianes.

Polígono regular	
Lados	n
Ángulo individual	$(n-2) \times 180°/n$
Suma de los ángulos	$(n-2) \times 180°$
Número de triángulos	$(n-2)$
Diagonales	$n(n-3)/2$

Radio: La distancia desde el centro a cualquier punto de la circunferencia.

Regular: Figura cuyos lados tienen igual longitud, ángulos de igual medida y áreas iguales.

Simetría: Propiedad de las figuras (u otro grupo de números) que pueden ser transformadas -por ejemplo, rotados o reflejados- y parecer iguales.

Octágono regular	
Lados	8
Ángulo individual	135°
Suma de los ángulos	1080°
Número de triángulos	6
Diagonales	20

Similar: En términos geométricos, las figuras similares tienen los mismos ángulos y proporciones, pero no tienen el mismo tamaño.

Tangente: Línea que pasa tocando solo un punto de la curva, como en un círculo.

Vértice: Nombre del punto donde los bordes u otras líneas se encuentran. Los polígonos, los poliedros y los grafos son colecciones de vértices.

Volumen: Espacio ocupado por un objeto tridimensional.

Expresiones

FINALMENTE, UNA RÁPIDA MIRADA A LAS EXPRESIONES MATEMÁTICAS, mediante los cuales los matemáticos presentan sus resultados a través de símbolos.

Álgebra: Investiga las relaciones entre los números, al reemplazarlos por términos generales, (de los que x e y son los más comunes).

Coeficiente: Un valor multiplicativo en una expresión que no es variable. En $c = 2\pi r$, 2 es un coeficiente.

Constante: Un número que no cambia cuando aparece en una fórmula; π es una constante matemática.

Desigualdad: Cuando dos cosas no son lo mismo.

Ecuación: Muestra que una expresión matemática es igual a otra: $2x=3y$.

Fórmula: Ecuación que se utiliza para calcular un valor específico. La fórmula del área de un círculo es: Area $= \pi r^2$.

Función: Un proceso definido que convierte valores de entrada en valores de salida utilizando una o más operaciones.

Identidad: Cuando una expresión algebraica es igual a otra.

Igualdad: Cuando dos cosas son la misma.

Tipos de pruebas

PARA REFUTAR UN TEOREMA LOS MATEMÁTICOS SOLO NECESITAN una excepción a la regla. Si bien esto prueba que el teorema no es universal, este podría seguir siendo verdadero dentro de ciertos límites, que es el siguiente problema a resolver.

Para que un teorema matemático sea aceptado como cierto, debe tener una prueba. La prueba es la demostración de que el teorema es correcto en cualquier caso o dentro de ciertos límites. Algunas veces la prueba es conocida como "lemma", que sirve como base para una prueba final más completa. Hay muchos tipos de prueba, cada una de las cuales se basan en axiomas que se asumen como ciertos y que ellos mismos no requieren ser probados.

Prueba directa: Aplicar los axiomas y cualquier otra definición para deducir una verdad universal.

Por inducción matemática: Resolviendo el problema en uno o algunos casos y luego mostrando que este debe ser verdad en todos los otros casos (o dentro de ciertos límites).

Por transposición: Probando que el problema A es verdad por la prueba de que un problema No A tiene el resultado opuesto.

Por contradicción: Al probar que una declaración es lógicamente contradictoria, es decir falsa, se prueba que la declaración válida (o la única alternativa posible) es la opuesta a la declaración original. También es conocida como *reductio ad absurdum* (reducción al absurdo).

Por construcción: Mostrando que una propiedad es cierta mediante el uso de ella para construir un ejemplo que exhiba dicha propiedad.

Por exhaución: También llamado método exhaustivo, consiste en elaborar un gran número de cálculos sin encontrar resultados contradictorios.

Prueba probabilística: Probando un ejemplo de la propiedad y mediante el uso de la probabilidad, mostrar que el ejemplo ciertamente es válido.

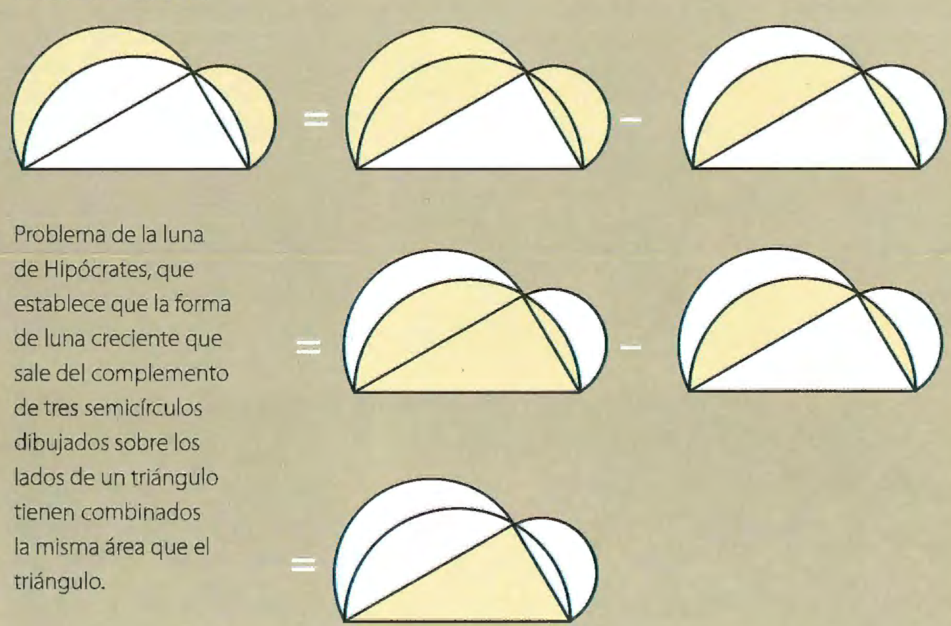
Prueba por combinatoria: Probando una cosa mediante su comparación con un objeto matemático conocido y mostrando que los dos son equivalentes.

Prueba no constructiva: Estableciendo que una propiedad matemática debe existir aunque no sea posible explicar cómo aislarla.

Prueba estadística en matemáticas puras: Utilizando estadísticas para mostrar si la solución a un problema es verdadera o no.

Prueba asistida por ordenador: Utilizando el poder de cálculo para realizar una prueba exhaustiva, y la autocomprobación de los cálculos que están mucho más allá del alcance de un matemático humano.

PRUEBA VISUAL



Problema de la luna de Hipócrates, que establece que la forma de luna creciente que sale del complemento de tres semicírculos dibujados sobre los lados de un triángulo tienen combinados la misma área que el triángulo.

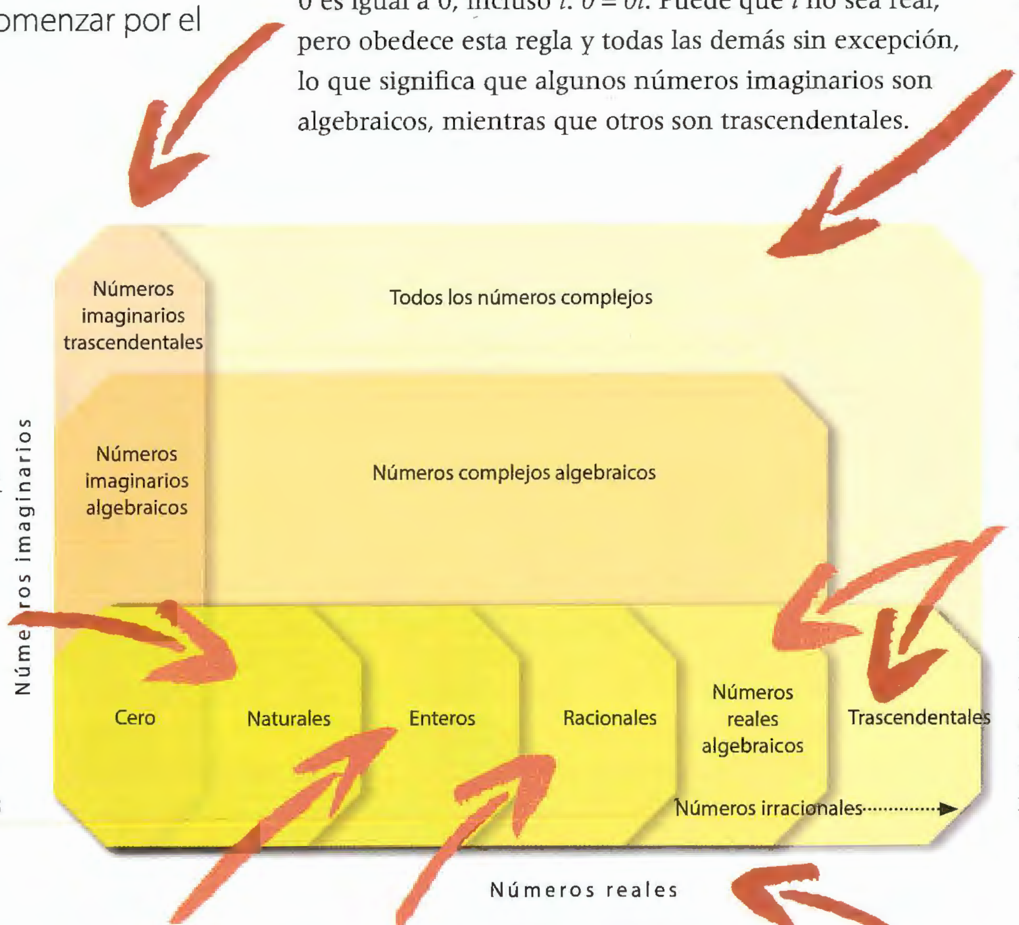
El número de los números

LOS NÚMEROS SON INFINITOS, PERO HAY MUCHOS CONJUNTOS DE NÚMEROS INFINITOS anidados unos dentro de otros. Hay un número infinito de estos conjuntos, pero debemos comenzar por el principio.

6. Números imaginarios: Nacieron de la $\sqrt{-1}$. El cuadrado de un número real siempre es positivo. Así que mientras que la raíz cuadrada de 1 es 1, la raíz cuadrada de -1 es i, y la unidad utilizada en los números imaginarios. Como los números reales, los números imaginarios se peuden dibujar en un eje coordenado, pero en uno diferente. El eje de los números imaginarios se encuentra con el eje real justo en el origen (el punto cero). Cualquier cosa multiplicada por 0 es igual a 0, incluso i: $0 = 0i$. Puede que i no sea real, pero obedece esta regla y todas las demás sin excepción, lo que significa que algunos números imaginarios son algebraicos, mientras que otros son trascendentales.

7. Números complejos: Son los que tienen dos partes, una real y otra imaginaria. Este conjunto de números contiene todos los otros conjuntos de todos los otros números. Pero, ¿está el conjunto de los complejos contenido dentro de otro mayor?

1. Números naturales: Los números que contamos con los dedos y a partir de ahí con el poder de nuestra mente. Si tenemos tiempo, podemos contar con ellos hasta el infinito. Sin embargo, si lo hiciéramos nos perderíamos una infinidad de otros números.



4. Números iracionales: no son racionales, y no se pueden expresar como fracciones. En cambio, están formados por una infinita secuencia de dígitos decimales sin un patrón que se repita. Algunos números irracionales pueden ser construidos mediante expresiones algebraicas, y entonces son llamados números algebraicos o construibles. Los números que no, se conocen como números trascendentales.

2. Números enteros: Este conjunto contiene los números naturales pero también incluye los números negativos, además del cero que igualmente está allí. Los números negativos son iguales en todos los aspectos a los números naturales solo que se hacen menores a medida que son más grandes.

3. Números racionales: Son números que pueden ser expresados como fracciones y que siempre están construidos con un entero dividido entre otro: 1/2 =0,5; 7/4=1,75; 97/29=3,34482759. Si uno de los enteros es negativo, entonces el número racional también es negativo (en la multiplicación y la división, signos iguales producen resultados positivos; signos diferentes resultan números negativos). Cualquier número entero también puede ser expresado como una fracción 2/2 = 1; 9/3=3; 64/4=16.

5. Números reales: Juntos, los números racionales e irracionales forman los números reales. ¿Por qué reales? Bueno, porque existe otro conjunto completo que se comporta de la misma manera, solo que sus miembros no existen. Pero esto no debe detenernos; en lugar de contar con el número 1 contaremos con i de *imaginario*.

Hasta el infinito y más allá...

No llegamos al final con los números complejos, en verdad es solo el comienzo. Un número complejo tiene una componente real x y otra como múltiplo de *i*. Imagine que todos los números reales forman un punto en algún lugar del eje x de un gráfico, mientras que los números imaginarios se ubican perpendiculares a ellos en el eje z. ¿Por qué no agregar otros dos conjuntos de números, *j* y *k*, dos líneas más en dos dimensiones adicionales? Los números complejos con 4 partes son llamados cuaterniones, y las reglas sobre cómo los 4 conjuntos están relacionados se muestra en la tabla. Y continúa; los octoniones utilizan 8... así hasta el infinito.

multiplica	1	*i*	*j*	*k*
1	1	*i*	*j*	*k*
i	*i*	−1	*k*	*j*
j	*j*	*k*	−1	*i*
k	*k*	*j*	*i*	−1

SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Decimal	Romano	Hexadecimal	Binario
1	I	1	1
2	II	2	10
3	III	3	11
4	IV	4	100
5	V	5	101
6	VI	6	110
7	VII	7	111
8	VIII	8	1000
9	IX	9	1001
10	X	A	1010
50	L	32	110010
100	C	64	1100100
500	D	1F4	111110100
1000	M	3E8	1111101000

SÍMBOLOS GRIEGOS

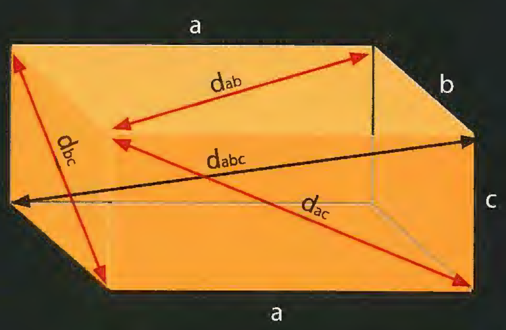
		Nombre	Sonido
Α	α	Alpha	a
Β	β	Beta	b
Γ	γ	Gamma	g
Δ	δ	Delta	d
Ε	ε	Epsilon	e
Ζ	ζ	Zeta	z
Η	η	Eta	h
Θ	θ	Theta	th
Ι	ι	Iota	i
Κ	κ	Kappa	k
Λ	λ	Lambda	l
Μ	μ	Mu	m
Ν	ν	Nu	n
Ξ	ξ	Xi	x
Ο	ο	Omnicrom	o
Π	π	Pi	p
Ρ	ρ	Rho	r
Σ	σ	Sigma	s
Τ	τ	Tau	t
Υ	υ	Upsilon	u
Φ	φ	Phi	ph
Χ	χ	Chi	ch
Ψ	ψ	Psi	-
Ω	ω	Omega	-

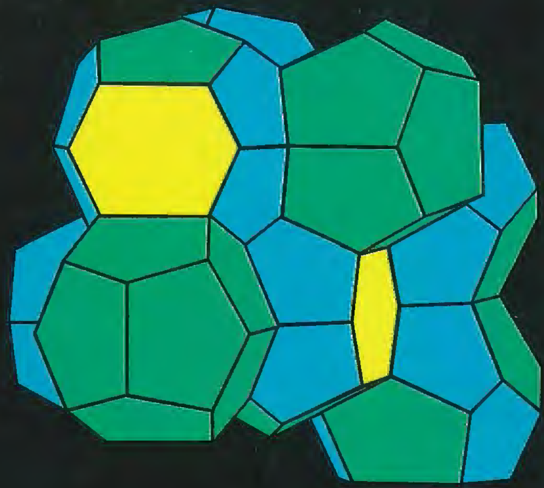
IMPONDERABLES

LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS NUNCA TERMINA, HAY UNA INFINIDAD DE PATRONES, RELACIONES Y LEYES AÚN POR DESCUBRIR. Aquí presentamos algunos interrogantes que todavía necesitan ser respondidos, y hay docenas más. Y una vez resueltos estos problemas, inexorablemente conducirán a más misterios que también necesitarán respuesta.

¿Existe un objeto tal como la caja perfecta?

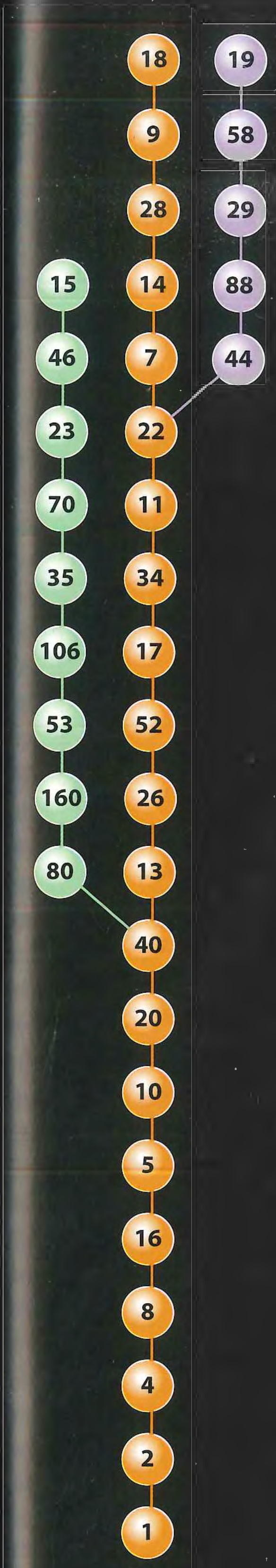
Solamente en las matemáticas esta pregunta podría tener algún tipo de interés. La historia comienza con el ladrillo de Euler, un tipo de cuboide donde las longitudes de los lados y de las diagonales de cada cara tienen valores enteros. El ladrillo de Euler más pequeño tiene lados de 240, 117 y 44 unidades y diagonales de 267, 244 y 125 unidades. Entonces una caja perfecta es un ladrillo de Euler que también tiene valores enteros en sus diagonales principales: las líneas que cruzan a través del medio de la figura conectando las esquinas opuestas. En 2009 se demostró la existencia de los paralelepípedos perfectos (cajas torcidas), pero no de la caja perfecta. En 2012 el análisis computacional del problema descartó todas las cajas con longitudes de los lados menores a un billón de unidades.





¿Es posible idealizar la espuma?

Uno no debería leer esta pregunta de forma literal, sino en términos matemáticos. La espuma ideal es la respuesta a una pregunta de Lord Kelvin, el de las leyes de la termodinámica, allá por el año 1887. Habiendo completado su trabajo sobre la naturaleza de la energía, el escocés dedicó sus últimos años de vida a pensar en las formas de las burbujas en la espuma. Si todas las burbujas tienen el mismo volumen, ¿cuál es la forma más eficiente (con menor área de contacto entre ellas) para empaquetarlas todas juntas? Kelvin sugirió un octaedro truncado de 14 lados (con sus caras cuadradas ligeramente curvadas). Estas figuras se empaquetarían formando lo que a partir de entonces se conocería como la estructura de Kelvin. En 1993 dos investigadores de Dublín, Denis Weaire y su estudiante Robert Phelan mostraron que los tetradecaedros, figuras compuesta de 2 hexágonos y 12 pentágonos, podían ser empaquetados juntos con una menor superficie de contacto, y que el volumen era compartido por dodecaedros irregulares, lo que formaba un arreglo con un 0,3% menos de área de contacto entre las superficies que la estructura de Kelvin. Como ocurre muchas veces, la naturaleza lo hizo primero. Algunos tipos de clatratos tienen formas que se aproximan a una estructura de Weaire-Phelan.



La conjetura de Collatz

Intente esto en casa, si se atreve. Llamado así por Lothar Collatz en la década de 1930, este problema aún no resuelto se basa en el proceso HOTPO. Esto significa "half or triple plus one (la mitad o el triple más uno)" y es un algoritmo simple que hasta un niño puede aprender, aunque ningún matemático lo haya dominado aún. Las reglas son: tome un número (x), si este es par divídalo a la mitad ($x/2$), y si es impar triplíquelo y añádale uno ($3x+1$). ¿Y ahora? Siga repitiendo HOTPO y Collatz sugiere que siempre se llegará al número uno. Sin embargo, ¿es este siempre el caso? ¿Hay algún número donde no se logra la unidad? El difunto Paul Erdös, un contemporáneo de Collatz, ofreció 500 $ a cualquiera que encontrara la solución. Este premio puede que no parezca mucho después de 80 años o más, pero una prueba siempre podría revelar un nuevo patrón que conecte los números naturales -y quién sabe a dónde nos llevaría esto.

¿Hay un patrón en los números primos?

Los matemáticos han buscado sin cesar patrones en los números primos con la esperanza de que se revele alguna fórmula oculta. La potencia matemática que adquiriría cualquiera que domine los números primos hoy en día es materia de la ciencia ficción, pero también lo fueron alguna vez los viajes espaciales y los robots. En 1849 Alphonse de Polignac propuso el siguiente modelo: existen infinitos pares de números primos consecutivos con diferencia n, donde n es un número par positivo. Dicho de otro modo, escoja cualquier número par y existe una infinita cantidad de números primos a los que puede sumarlos dando como resultado otro número primo, sin que entre ellos aparezca otro número primo. Primos con una diferencia de 2 son llamados primos gemelos, aquellos con diferencia de 4 son primos primos (del inglés *cousin primes*), mientras que los primos con diferencia de 6 son los primos sexy (de la palabra latina para *seis*).

5 6 **7**
Gemelos

7 8 9 10 **11**
Primos

11 12 13 14 15 16 **17**
Sexy

IMPONDERABLES

La conjetura de Goldbach

En el año 2000, el editor londinense Tony Faber ofreció 1 millón de dólares a quien resolviera el más venerable de los acertijos matemáticos (al mismo tiempo el Instituto Clay de Matemáticas anunciaba sus objetivos para el siguiente siglo). Pero el editor colocó un límite de tiempo de 2 años para el premio, a partir del lanzamiento de la edición inglesa de la novela *El tío Petros y la conjetura de Goldbach*. Con o sin trucos publicitarios, esta conjetura de 1742 continúa dejando sin respuesta a los más brillantes, incluso el gran Leonhard Euler, quien rara vez se veía frustrado. La proposición hecha por Christian Goldbach fue: todo número par mayor que 2 está compuesto solo por dos números primos. Cualquier número par (excepto 2) es la suma de dos números primos. Nadie ha encontrado algo que contradiga esta aseveración por sumas exhaustivas, y un pariente más endeble, la "conjetura débil de Goldbach" se ha unido a la familia: todos los números impares mayores que 7 son la suma de tres primos impares. Ambas conjeturas siguen siendo altamente probables, pero no se han demostrado.

$100 = 3+97$

o $100 = 11+89$

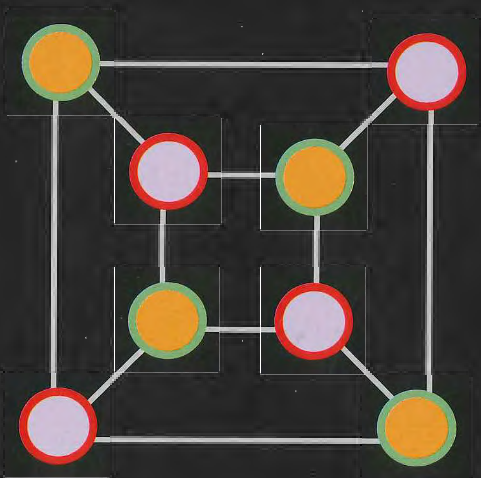
o $100 = 17+83$

o $100 = 29+71$

o $100 = 41+59$

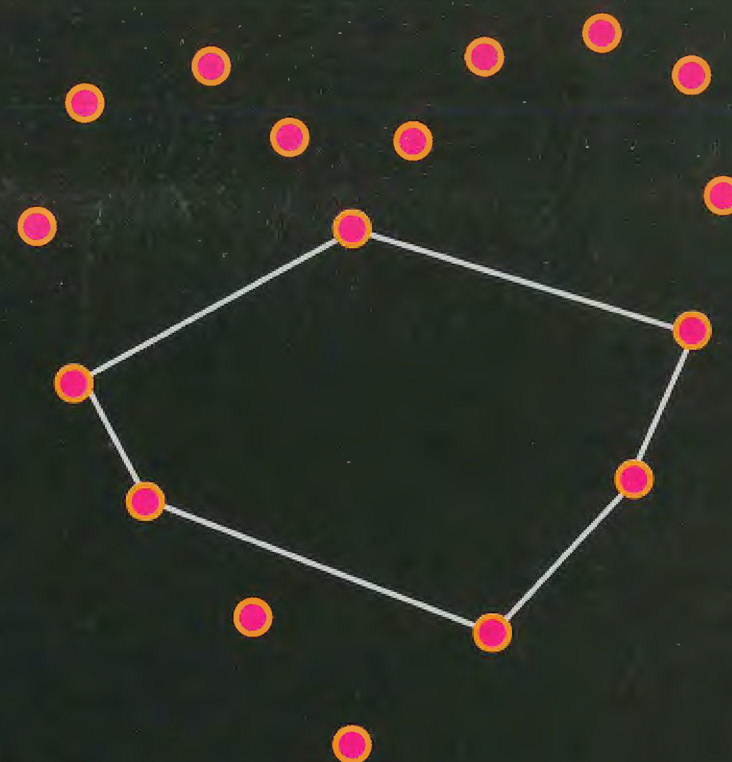
o $100 = 47+53$

Encontrando el camino

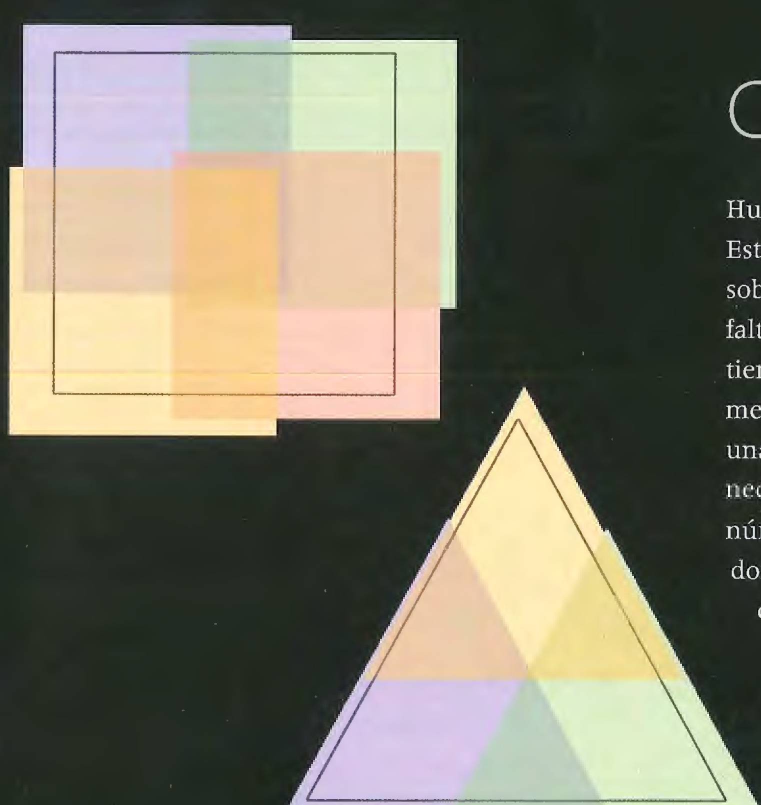


La conjetura de Barnette nos lleva al extraño mundo de la teoría de grafos. Llamado así por David Barnette, un profesor de la universidad de Columbia, busca una ley universal sobre cómo hallar un camino en un determinado tipo de grafo. En este contexto el grafo no es un dibujo realizado sobre unos ejes, es más bien una red de líneas, o aristas, que conectan los nodos, o vértices. El problema dice que cualquier grafo poliédrico bipartito con tres aristas en cada vértice tiene un ciclo hamiltoniano. Dicho de otra manera: en teoría de grafos, un grafo poliédrico representa las aristas y vértices de una forma 3D pero mostrada en una superficie plana. Bipartito indica que los vértices tienen asignados uno de dos posibles colores. La conjetura supone que cualquier grafo como este posee una ruta en la que cada vértice es pasado solo una vez, el llamado ciclo hamiltoniano. Hasta ahora se ha demostrado que todo grafo de hasta 86 vértices cumple dicha condición.

El problema con final feliz



Este es otro ejemplo de un problema matemático que es literalmente un juego de niños. El problema fue propuesto por Esther Klein en una reunión informal de jóvenes matemáticos llevada a cabo en el Budapest de la preguerra: cinco puntos cualesquiera contienen un subconjunto de cuatro que conforman un cuadrilátero convexo. Dos jóvenes que estaban presentes, George Szekeres y Paul Erdös se quedaron asombrados con esto. Encontraron que 9 puntos siempre contienen un pentágono y 17 tienen un hexágono, pero nadie ha probado por qué esto era cierto. El joven George tenía más razones que nadie para estar interesado en el acertijo de Esther, la pareja se casó tres años después, de allí lo del "final feliz".



Cubriendo las formas

Hugo Hadwinger tiene varias conjeturas nombradas por él. Esta trata sobre geometría combinatoria, específicamente sobre cuántas formas similares, pero más pequeñas, hacen falta para cubrir una sola más grande. Formas similares tienen la misma geometría, pero a una escala mayor o menor. Se necesitan tres triángulos similares para cubrir una versión mayor; mientras que para los cuadrados se necesitan cuatro. La conjetura de Hadwinger dice que el número que se necesita como máximo será siempre de $2n$ donde n es el número de dimensiones. Por lo tanto, un cuadrado de 2D necesita cuatro copias para cubrirlo; un cubo en 3D necesitaría seis cubos más pequeños para ocupar todo el espacio. El caso de 2D está resuelto pero el de la tercera dimensión en adelante aún están por demostrar, dejando abierta la posibilidad para extrañas formas que desafían la cobertura o desafían la escala.

Los grandes matemáticos

PARA MUCHOS DE NOSOTROS, LAS MATEMÁTICAS AVANZADAS ESTÁN MÁS ALLÁ DE NUESTRA COMPRENSIÓN y la gente que puede explorar sus paisajes infinitos de números y patrones nos deja, con razón, maravillados. Sin embargo, en muchos sentidos son gente ordinaria, pero que tienen una historia extraordinaria que contar.

Arquímedes

Fecha de nacimiento	aprox. 290–280 A.C.
Lugar de nacimiento	Siracusa, Sicilia
Fecha de muerte	212/211 A.C.
Importancia	Primer cálculo de pi preciso

Se desconoce si este científico e ingeniero griego llegó a ir a la actual Grecia. En lugar de ello vivía en la colonia griega de Siracusa en Sicilia, y pudo haber estudiado en Alejandría bajo la guía de Eratóstenes. Pocos han tenido más logros que él. Además de las matemáticas, inventó el tornillo de Arquímedes para elevar agua; la garra de Arquímedes, un arma de batalla utilizada para hundir barcos; una misteriosa arma de rayo de calor, que se piensa que concentraba los rayos del Sol enfocándolos con espejos; y por supuesto el principio de Arquímedes, que relaciona la densidad y la flotabilidad.

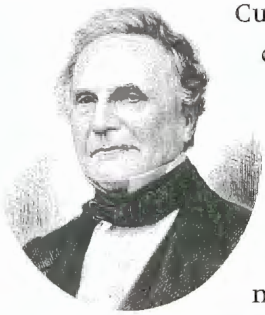
Al-Khwarizmi

Fecha de nacimiento	aprox. 780
Lugar de nacimiento	Khorasan, Asia central
Fecha de muerte	aprox. 850
Importancia	Inventor del álgebra

Conocido por su nombre latinizado de Algoritmi, este científico persa probablemente nació en Jiva, al sur del mar de Aral. En el s. IX era un rico enclave durante el florecimiento del imperio islámico, pero hoy es parte de Uzbekistán, donde al-Khwarizmi es aclamado como un héroe nacional. El centro del conocimiento en sus días era Bagdad, y al-Khwarizmi se convirtió en un erudito de la Casa de la Sabiduría de la ciudad. Además de extender el álgebra y los algoritmos, al-Khwarizmi es recordado por su diseño de relojes de sol y astrolabios y por dibujar uno de los mapamundi más precisos de su tiempo.

Babbage, Charles

Fecha de nacimiento	26 de diciembre de 1791
Lugar de nacimiento	Londres, Inglaterra
Fecha de muerte	18 de octubre de 1871
Importancia	Inventor del ordenador mecánico



Cuando era estudiante, Babbage se sintió decepcionado por la enseñanza en matemáticas de la Universidad de Cambridge, e, inspirado por el trabajo de Leibniz y Lagrange, formó con John Herschel (de la familia de astrónomos) y otros el "Club Analítico". Como era normal en los hombres de ciencias de sus días, Babbage también fue una figura destacada del Ghost Club, que investigaba lo sobrenatural. Decidió diseñar un ordenador mecánico por todos los errores que cometían los matemáticos humanos. Sin embargo, el gran número de engranajes de precisión que se requerían hicieron el dispositivo prohibitivamente caro.

Bayes, Thomas

Fecha de nacimiento	1702
Lugar de nacimiento	Londres, Inglaterra
Fecha de muerte	17 de abril de 1761
Importancia	Avances en estadística y probabilidad

El reverendo Thomas Bayes pasó la mayor parte de su vida laboral activa en Tunbridge Wells, un pueblo en el sudeste de Londres. Cuando estaba en su treintena, Bayes comenzó su incursión en las matemáticas. Fue electo a la Sociedad Real en 1742 por su trabajo en el cálculo, que todavía era un área muy nueva de las matemáticas, cuando el trabajo de Newton y Leibniz tenía apenas unas décadas. Sin embargo, la teoría de la probabilidad por la que ahora es recordado nació de un interés al final de su vida. El manuscrito con el teorema de Bayes no fue publicado hasta después de su muerte.

Boole, George

Fecha de nacimiento	2 de noviembre de 1815
Lugar de nacimiento	Lincoln, Inglaterra
Fecha de muerte	8 de diciembre de 1864
Importancia	Lógica e inventor del álgebra booleana

El genio de este lógico inglés se hizo evidente desde muy temprano. Creció en un hogar con muchas carencias, obteniendo su formación de manera extracurricular por su padre y algunos amigos de la familia, pero mayormente como autodidacta, aprendiendo varios idiomas de los libros, e incluso dominando el cálculo. Con 16 años, el joven George se había convertido en profesor y en el miembro mejor pagado de su familia. En 1849 fue nombrado el primer profesor de matemáticas en una nueva universidad en Cork, Irlanda, donde completó su trabajo sobre lógica simbólica.

Bernoulli, Daniel

Fecha de nacimiento	8 de febrero de 1700
Lugar de nacimiento	Groninga, Holanda
Fecha de muerte	17 de marzo de 1782
Importancia	Desarrollo del campo de la dinámica de fluidos

Los Bernoulli de Basilea, Suiza, fueron una familia de matemáticos. El tío de Daniel, Jacobo, descubrió el valor de *e*, y su padre Johann hizo contribuciones al cálculo y resolvió la braquistocrona, la curva que se forma cuando un objeto se balancea (no es exactamente circular). El mismo Daniel es recordado por las matemáticas de la dinámica de fluidos. Por él ha sido nombrado el principio de elevación que despega a los aviones del suelo. Sus primos, hermanos y muchos de sus sobrinos y sobrinos nietos también fueron famosos matemáticos.

Cantor, Georg

Fecha de nacimiento	3 de marzo de 1845
Lugar de nacimiento	San Petersburgo, Rusia
Fecha de muerte	6 de enero de 1918
Importancia	Fundador de la teoría de conjuntos

A pesar de haber nacido en San Petersburgo, Cantor era étnicamente un alemán cuyos padres eran comerciantes emigrantes. Georg se mudó a Alemania con 11 años. Con 34 años se convirtió en profesor extraordinario de matemáticas en la universidad de Berlín. Pronto su teoría de conjuntos lo colocó en el centro del mundo de las matemáticas, pero al llegar a los 50, Cantor comenzó una lucha contra la depresión que en ocasiones resultaba en hospitalización. Sus últimos años los pasó en la pobreza, luchando por mantenerse a sí mismo durante la I Guerra Mundial.

Descartes, René

Fecha de nacimiento	31 de marzo de 1596
Lugar de nacimiento	La Haye en Touraine, Francia
Fecha de muerte	11 de febrero de 1650
Importancia	Inventor del plano de coordenadas

Pocas frases son tan citadas como *Pienso, luego existo*, la prueba sustancial de René Descartes acerca de su existencia. Una explicación más completa de Descartes es que donde se piensa, también se duda. Si se duda de lo que se piensa y su existencia, es que existe. Acérrimo católico romano, Descartes escogió vivir en territorio holandés, feudo de los protestantes. Dejó de lado su primer gran trabajo, *Tratado sobre el mundo*, después de que su contemporáneo Galileo fuera enjuiciado por el Vaticano. Mucho de este trabajo encontró un espacio en su obra maestra *Discurso del método*.

Euclides

Fecha de nacimiento	prosperó hacia el 300 A.C.
Lugar de nacimiento	Alejandría, Egipto
Fecha de muerte	–
Importancia	Autor de *Elementos de Geometría*

La vida de Euclides es un misterio. Muchas traducciones de sus obras, incluyendo la primera en inglés, la atribuyen a un Euclides de Megara, que fue un pupilo de Sócrates, quien probablemente vivió un siglo antes que nuestro padre de la geometría. El matemático Euclides se asentó en Alejandría en los siglos VI y III a.C. donde indudablemente consultó el contenido de la recién creada Gran Biblioteca. Arquímedes informa que era tutor de Ptolomeo, el faraón egipcio, y que amonestó al rey por tratar de tomar atajos diciendo: "No hay un camino real a la geometría".

Eratóstenes

Fecha de nacimiento	aprox. 276 A.C.
Lugar de nacimiento	Cirene, Libia
Fecha de muerte	aprox. 194 A.C.
Importancia	Calcular el tamaño de la tierra

Como bibliotecario jefe de la Gran Biblioteca de Alejandría, Eratóstenes tuvo en sus manos la mayor colección de información que el mundo jamás había visto, y la utilizó durante su famosa medición del globo. Este y otros logros le valieron a Eratóstenes el título de fundador de la geografía, una palabra que él mismo había acuñado.
El científico también predicó principios igualitarios, criticando los comentarios de Aristóteles acerca de que la sangre griega debería mantenerse pura. Siendo él mismo originario del norte de África, Eratóstenes probablemente no habría superado la prueba de la herencia de Aristóteles.

Euler, Leonhard

Fecha de nacimiento	15 de abril de 1707
Lugar de nacimiento	Basilea, Suiza
Fecha de muerte	18 de septiembre de 1783
Importancia	Fundador de la teoría de grafos

Uno de los nombres peor pronunciados de la ciencia (se pronuncia "oiler"), Euler fue uno de los fundadores de la teoría de grafos, los logaritmos naturales y el cálculo infinitesimal, además de incursionar en la lógica, la óptica y la ingeniería estructural.Suizo de nacimiento, fue muy allegado a la segunda generación de los Bernoulli, y estuvo bajo la tutela de la primera. Trabajó sobre todo en San Petersburgo y Berlín, y sus logros son todavía más destacables teniendo en cuenta sus graves problemas de visión.

Fermat, Pierre de

Fecha de nacimiento	17 de agosto de 1601
Lugar de nacimiento	Beaumont-de-Lomagne, Francia
Fecha de muerte	12 de enero de 1665
Importancia	Famoso por su "Último Teorema"

Tal vez el mayor matemático aficionado que el mundo haya conocido, Pierre de Fermat fue un abogado de los tranquilos pueblos del sur de Francia, y según los registros, no muy admirado. Hombre cauto y reservado, Fermat escogió una relativa oscuridad en una época cuando la vida pública en Francia era un negocio arriesgado, con la violencia religiosa estallando con frecuencia. Fermat publicó poco, y gran parte de su trabajo ha sido reconstruido después de su muerte. Dejó pocas demostraciones (que no eran de *rigueur* en esos días), y sus teoremas más famosos fueron probados por otros.

Fourier, Joseph

Fecha de nacimiento	21 de marzo de 1768
Lugar de nacimiento	Auxerre, Francia
Fecha de muerte	16 de mayo de 1830
Importancia	Desarrollo de las matemáticas de ondas complejas

Criado por monjas, el huérfano Fourier no pudo entrar en el cuerpo científico del ejército francés, que estaba reservado a los hijos de la nobleza, y cursó entonces una cátedra militar en matemáticas, relacionada en gran medida con las matemáticas de la balística. Después de la revolución, Napoleón lo hizo gobernador de Egipto. Fourier mostró la Piedra de Roseta a Jean-François Champollion , quien descifraría sus jeroglíficos. Fourier fue el primero en describir cómo la energía del Sol es atrapada por la atmósfera, el llamado "efecto invernadero".

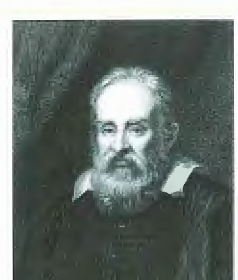
Fibonacci

Fecha de nacimiento	aprox. 1170
Lugar de nacimiento	¿Pisa?, Italia
Fecha de muerte	después de 1240
Importancia	Definición de la serie de Fibonacci

También conocido como Leonardo de Pisa o Bonacci, su apodo significa "el hijo de Bonacci". El nombre que usamos para él (y su progresión aritmética) se hizo de uso común mucho después de su muerte. Las matemáticas de Leonardo surgieron de su infancia en Argelia (su padre tenía un enlace comercial de la ciudad de Pisa ubicado en Bugia). En su madurez, Leonardo recibía un salario de la República de Pisa en reconocimiento a su trabajo matemático, que era visto como un medio para mejorar las prácticas comerciales.

Galileo

Fecha de nacimiento	15 de febrero de 1564
Lugar de nacimiento	Pisa, Italia
Fecha de muerte	8 de enero de 1642
Importancia	Definió las leyes de la caída y de los péndulos



Es más conocido como astrónomo y físico, pero está entre los primeros en aplicar la matemática a sus investigaciones. Hijo de un músico-matemático, escogió una carrera en ciencias, pero siempre estaba buscando de una oportunidad de negocio -su familia siempre tuvo problemas de dinero. El telescopio fue uno de sus proyectos para alcanzar la riqueza rápidamente, lo que le valió varias pensiones. Sin embargo, su descripción heliocéntrica del Universo le trajo conflictos con la Iglesia, y para evitar la cárcel y asegurar sus ingresos, Galileo se vio forzado a retractarse.

Gauss, Carl Friedrich

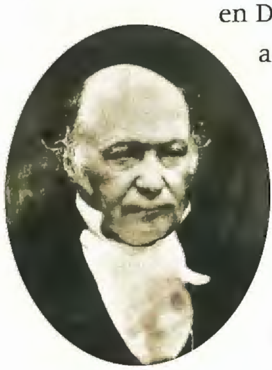
Fecha de nacimiento	30 de abril de 1777
Lugar de nacimiento	Brunswick, Alemania
Fecha de muerte	23 de febrero de 1855
Importancia	Figura destacada en muchos campos

Llamado "príncipe de las matemáticas" inició su vida de una manera muy alejada de la realeza. Sus padres eran analfabetos y no registraron su nacimiento. Su madre recordó que había nacido 40 días después de Pascua. Gauss desarrolló un método para calcular la Pascua de cualquier año, para hallar el día de su nacimiento. Fue un prodigio matemático en la escuela y su educación fue patrocinada por el duque de Brunswick, quién lo envió a la universidad de Gotinga, donde se establecería. Gauss fue la figura más destacada de su generación, haciendo contribuciones a la geometría, los números primos y las estadísticas.

Hamilton, William

Fecha de nacimiento	4 de agosto de 1805
Lugar de nacimiento	Dublín, Irlanda
Fecha de muerte	2 de septiembre de 1865
Importancia	Descubrimiento de los cuaterniones

Este matemático y astrónomo irlandés dejó su marca, literalmente, rasguñando su fórmula para los cuaterniones en una piedra de un puente de Dublín. Cuando Zerah Colburn, un sabio prodigio norteamericano, dio un espectáculo en Dublín (realizando complejos cálculos a gran velocidad), un Hamilton de tan solo 12 años de edad se enfrentó a él con éxito. También aprendió varios idiomas siendo niño. Hamilton pasó su carrera académica en el Trinity College de Dublín, donde trabajó en materias que iban desde la óptica hasta la reformulación de las leyes del movimiento.



Gödel, Kurt

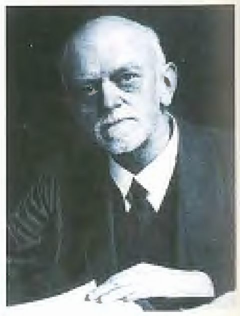
Fecha de nacimiento	28 de abril de 1906
Lugar de nacimiento	Brünn, Austria-Hungría (hoy Chequia)
Fecha de muerte	14 de enero de 1978
Importancia	Desarrollo de los teoremas de incompletitud

De etnia alemana y nacido en la ciudad checa de Brno (entonces parte del imperio Austro-Húngaro), Kurt viajó a estudiar a Viena siendo joven. Fue en esa ciudad donde, a la edad de 25 años, publicó la teoría de incompletitud. Pocos años después los nazis asesinaron a su mentora judía, y Gödel sufrió un ataque nervioso. Cuando años más tarde estalló la guerra, Gödel se fue a Princeton, empujado por su amigo Einstein. Gödel sufriría una enfermedad mental para el resto de su vida. Solamente comía los alimentos preparados por su esposa, y cuando esta fue hospitalizada, se negó a comer y murió de inanición.

Hilbert, David

Fecha de nacimiento	23 de enero de 1862
Lugar de nacimiento	Königsberg, Prusia (hoy Rusia)
Fecha de muerte	14 de febrero de 1943
Importancia	Propuso los 23 problemas para el siglo XX

Este matemático alemán es más recordado por los grandes desafíos que hizo a sus colegas en los albores del s. XX. Hilbert fue no solo un gran promotor y maestro de matemáticas, sino también uno de sus grandes exploradores. Nació en Prusia Oriental, y pasó su carrera profesional en Gotinga, el alma mater de Gauss. Tras su retiro, los nazis purgaron de judíos la facultad de Gotinga, lo que llevó a Hilbert a quejarse ante el nuevo ministro de educación sobre el hecho de que los estudios de matemáticas en la universidad habían terminado totalmente.



Hiparco

Fecha de nacimiento	?
Lugar de nacimiento	Nicea, Bitinia (hoy Iznik, Turquía)
Fecha de muerte	después del 127 A.C.
Importancia	Desarrollo de la trigonometría

Más conocido como astrónomo, Hiparco desarrolló lo que se convertiría en el campo de la trigonometría para explicar el movimiento que había observado en los cuerpos celestes. Hiparco pasó gran parte de su vida en una isla de Rodas en el mar Egeo.Tenía la sospecha de que los planetas se movían alrededor del Sol, y fue el primero en calcular su movimiento. Sin embargo, los resultados indicaban que los planetas no se movían en círculos perfectos, lo que fue suficiente para que Hiparco abandonara sus ideas por manifiestamente incorrectas: el Universo era perfecto y así debía ser entonces su movimiento.

Leibniz, Gottfried

Fecha de nacimiento	1 julio de 1646
Lugar de nacimiento	Leipzig, Alemania
Fecha de muerte	14 de noviembre de 1716
Importancia	Co inventor del cálculo

Leibniz era totalmente opuesto a su rival Isaac Newton: era gracioso y encantador, con admiradores a lo largo de toda Europa. Llegó a las matemáticas tarde en su vida. Fue diplomático, primero del Elector de Mainz, y luego, como el conflicto con Newton sobre el cálculo seguía en pie, Leibniz consiguió un empleo con George de Hanover, quien pronto sería rey de Gran Bretaña. Esto hizo de Leibniz un influyente asesor del monarca de Newton, aunque tuvo poco efecto en su disputa. Este elevado puesto concluyó en una caída muy rápida y Leibniz murió en el ostracismo.

Laplace, Pierre Simon

Fecha de nacimiento	23 de marzo de 1749
Lugar de nacimiento	Beaumount-en-Auge, Normandía, Francia
Fecha de muerte	5 de marzo de 1827
Importancia	Figura destacada en muchos campos

De aristócrata a científico imperial, pocos han vivido el cambio como este científico francés que participó en tantos desarrollos científicos. Se introdujo en la termodinámica junto a Antoine Lavoisier (que después sería guillotinado). Fue el primero en proponer que el Sistema Solar se había desarrollado a partir de una nebulosa de gas caliente; y cuando Napoleón le preguntó por qué Dios no era mencionado en su trabajo, Laplace respondió: "No tengo necesidad de esa hipótesis". Dentro de las matemáticas, hizo trabajos fundamentales en probabilidad, estadística y mecánica.

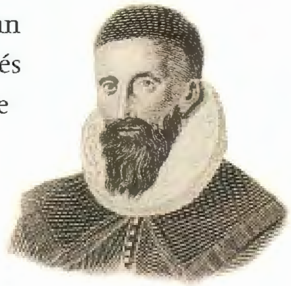
Mandelbrot, Benoit

Fecha de nacimiento	20 de noviembre de 1924
Lugar de nacimiento	Varsovia, Polonia
Fecha de muerte	14 de octubre de 2010
Importancia	Figura líder en la geometría fractal

Mandelbrot fue quizá el primero de una nueva generación de matemáticos que aprovechó el poder de los ordenadores. Sus primeros años estuvieron marcados por los reasentamientos forzados por la amenaza nazi. Se fue de Varsovia a París con 11 años y luego a la relativamente segura Francia de Vichy durante la II Guerra Mundial. Sus primeros trabajos se dieron en una amplia gama de aplicaciones de las matemáticas, y además se quedó fascinado con las estructuras autosimilares que aparecían en todas ellas, un interés que lo llevó a la geometría fractal.

Napier, John

Fecha de nacimiento	1550
Lugar de nacimiento	Castillo de Merchiston, Escocia
Fecha de muerte	4 de abril de 1617
Importancia	Inventor de los logaritmos



Conocido como Barón de Merchiston, John Napier fue un excéntrico aristócrata escocés que vivió oculto en su castillo -ahora parte de la Universidad Napier de Edimburgo- rara vez fue visto fuera de él sin su característica capa negra y su gallo negro. Napier cultivó la reputación de ser un hechicero. Una historia cuenta que descubrió a un ladrón entre su personal y les ordenó, uno a uno, a que acariciaran su gallo (ennegrecido con hollín) -el mágico pollo, les dijo, marcaría las manos del culpable. El inocente sin nada que ocultar acarició el ave, mientras que el culpable no, y se descubrió por sus manos limpias.

Oughtred, William

Fecha de nacimiento	5 de marzo de 1574
Lugar de nacimiento	Eton, Buckinghamshire, Inglaterra
Fecha de muerte	30 de junio de 1660
Importancia	Inventor de la regla de cálculo

Además de muchas innovaciones en matemáticas, tenemos que dar las gracias a William Oughtred por el símbolo x de la multiplicación y la regla de cálculo. Quizás menos de nosotros le agradezcamos las abreviaturas sen y cos que utilizamos en trigonometría. En consonancia con una larga tradición de hombres cultos, Oughtred fue un clérigo de profesión que tenía un profundo interés en la astrología y lo oculto. Al final de su vida se convirtió en profesor, contando entre sus alumnos a Christopher Wren, el arquitecto de la Catedral de San Pablo, el Observatorio Real de Greenwich y el Teatro Sheldoniano de Oxford.

Newton, Isaac

Fecha de nacimiento	25 de diciembre de 1642
Lugar de nacimiento	Woolsthorpe, Lincolnshire, Inglaterra
Fecha de muerte	20 de marzo (31 de marzo) de 1727
Importancia	Co inventor del cálculo

Más allá de su trabajo en óptica y cálculo, sus leyes del movimiento y de la gravedad fueron las bases de la física moderna: fueron suficientes para trazar una ruta a la Luna 300 años después. Con una infancia marcada por la pérdida de su padre y el rechazo de su madre, fue un hombre reservado, egoísta y vengativo. La historia de la manzana tiene fama de haber ocurrido cuando estaba de retiro en la casa familiar de Lincolnshire, mientras la peste se propagaba en las ciudades. Newton protegía sus descubrimientos celosamente, tanto que pasaban décadas antes de publicarlos.

Pascal, Blaise

Fecha de nacimiento	19 de junio de 1623
Lugar de nacimiento	Clermont-Ferrand, Francia
Fecha de muerte	19 de agosto de 1662
Importancia	Construyó la primera calculadora mecánica

El genio de Blaise Pascal fue uno de esos que se consumen de forma voraz desde una edad temprana, para luego extinguirse en la mediana edad. La calculadora de Pascal la hizo siendo adolescente, y su desarrollo de la teoría binomial, utilizando su triángulo de los números, lo terminó con 30 años de edad. También había hecho descubrimientos acerca del vacío que llevarían a la teoría de la relatividad. En 1654, una intensa visión religiosa motivó el fin de la carrera científica de Pascal y decidió dedicar el resto de su vida a la teología.

Peano, Giuseppe

Fecha de nacimiento	27 de agosto de 1858
Lugar de nacimiento	Spinetta, Reino de Cerdeña (hoy Italia)
Fecha de muerte	20 de abril de 1932
Importancia	Definición de los axiomas de las matemáticas

Además de su trabajo en filosofía de la matemática, este italiano es recordado por introducir las notaciones y símbolos utilizados en la moderna teoría de conjuntos; campo que utilizó para exponer sus axiomas. Después de haber reescrito los fundamentos de las matemáticas de Euclides, Peano se propuso reemplazar los propios *Elementos* con el *Formulario matemático*, un compendio de las fórmulas y los teoremas hasta la fecha conforme a la misma convención notacional. Ayudó a desarrollar un nuevo lenguaje matemático basado en el latín, pero no tuvo buena acogida.

Poisson, Siméon

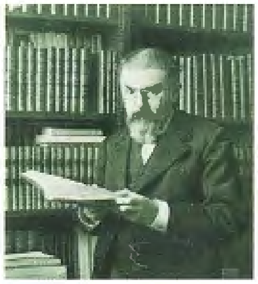
Fecha de nacimiento	21 de junio de 1781
Lugar de nacimiento	Pithiviers, Francia
Fecha de muerte	25 de abril de 1840
Importancia	Figura destacada en probabilidad

Mientras que la distribución estadística que lleva su nombre le debe su éxito más a la labor de otros que a la suya, Poisson trabajó en un amplio rango de temas. Fue un hijo de la revolución francesa, iniciando su educación superior en 1798 después de que la peor parte de la inestabilidad política hubiera pasado. Se mantuvo fiel a la ciencia mientras los regímenes posrevolucionarios ascendían y caían. Fue un maestro que trabajaba duro y publicó más de 300 artículos, muchos de ellos relativos a la aplicación de las matemáticas en los problemas de física, como el magnetismo y la luz. Fue elevado a la posición de Barón.

Poincaré, Henri

Fecha de nacimiento	29 de abril de 1854
Lugar de nacimiento	Nancy, Francia
Fecha de muerte	17 de julio de 1912
Importancia	Figura destacada en topología

Pocas figuras son tan dignas de llevar el término erudito como Poincaré. Es asociado principalmente al campo de la topología, que él mismo ayudó a fundar (dejando su conjetura no resuelta durante la mayor parte del s. XX), pero también trabajó en relatividad especial, física cuántica, gravedad, lo que se convertiría en la teoría del caos y el electromagnetismo. Fue la estrella más brillante de una extraordinaria familia de académicos. Pasó gran parte de su carrera como inspector de minas, dejando las matemáticas como una actividad secundaria.



Pitágoras

Fecha de nacimiento	aprox. 570 A.C.
Lugar de nacimiento	Samos, Jonia, Grecia
Fecha de muerte	aprox. 500 - 490 A.C.
Importancia	Teorema de Pitágoras y matemáticas de la música.

No existe evidencia directa de la vida de Pitágoras. Todo lo que conocemos sobre él ha sido contado por otros, sobre todo por los escritos de Platón. Los hechos, la devoción y la filosofía son imposibles de separar. Algunos eruditos sugieren que Pitágoras es la personificación de un conjunto de ideas más que una persona como tal. La tradición dice que Pitágoras nació en la isla de Samos. Viajó mucho -quizás hasta a la India- nutriéndose de las matemáticas de los babilonios, egipcios y más, antes de asentarse en Crotona, al sur de Italia, donde formó su escuela pitagórica.

Ramanujan, Srinivasa

Fecha de nacimiento	22 de diciembre de 1887
Lugar de nacimiento	Erode, India
Fecha de muerte	26 de abril de 1920
Importancia	Desarrollos en la teoría de números

La historia de este indio es una sobre el genio en bruto. No tuvo una escolaridad formal y se educó con la ayuda de un par de estudiantes de matemáticas que se hospedaban con su familia, así como con algunos libros prestados. A los 13 años comenzó a desarrollar sus propios teoremas, descubriendo el trabajo de los grandes por su propio pie. Envió su trabajo a los matemáticos del mundo y se le ofreció una plaza en Cambridge a la edad de 27 años, donde trabajó en números primos. Murió de tuberculosis a los 32 años de edad.

Russell, Bertrand

Fecha de nacimiento	18 de mayo de 1872
Lugar de nacimiento	Trellech, Monmouthshire, Gales
Fecha de muerte	2 de febrero de 1970
Importancia	Líder en la filosofía de las matemáticas

Nacido en el seno de una rica e influyente familia británica que fue muy activa en los altos círculos políticos desde antes de los días de Enrique VIII, Russell heredó incluso un condado. A pesar de su educación privilegiada, el joven Bertrand tuvo una juventud solitaria y hasta llegó a pensar en el suicidio. Sin embargo, encontró su vocación en las matemáticas y la filosofía, y se convirtió en una figura de talla mundial. Fue un pacifista que utilizó su posición para defender a los objetores de conciencia durante las dos guerras mundiales. También fue un líder de la campaña antinuclear posterior.

Riemann, Bernhard

Fecha de nacimiento	17 de septiembre de 1826
Lugar de nacimiento	Breselenz, Hanover, Alemania
Fecha de muerte	20 de julio de 1866
Importancia	Creación de la geometría elíptica y la función zeta

Este matemático alemán, de familia pobre, tuvo una infancia muy difícil. Perdió a su madre cuando todavía era un niño, y esto lo volvió sumamente tímido y con fobia a hablar en público. Se hicieron concesiones a este respecto durante su carrera académica, pero sin embargo se veía obligado a dictar conferencias por su trabajo en la Universidad de Gotinga. Muchas personas estaban interesadas en lo que él tenía que decir; su geometría elíptica inspiró a Einstein y su función zeta es lo más cercano que tenemos a un patrón de los números primos.

Stevin, Simon

Fecha de nacimiento	1548
Lugar de nacimiento	Brujas, Flandes (hoy Bélgica)
Fecha de muerte	1620
Importancia	Co fundador del sistema decimal

La palabra "matemática" es un pensamiento universal que cambia poco de un lenguaje a otro. Sin embargo, en holandés la palabra se traduce como *wiskunde*, que significa "el arte de lo que es seguro". Esta anomalía es gracias a Simon Stevin, el ingeniero y científico flamenco que elaboró la terminología utilizada. Otro ejemplo es la palabra holandesa *middlellijn*, que quiere decir diámetro. Otras contribuciones de Stevin incluyen la mejora de la bombas de agua y los desagües de inundación de los Países Bajos, así como la invención de un velero de tierra.

Turing, Alan

Fecha de nacimiento	23 de junio de 1912
Lugar de nacimiento	Londres, Inglaterra
Fecha de muerte	7 de junio de 1954
Importancia	Fundador y líder de la computación digital

Es probable que Turing sufriera el síndrome de Asperger, que hace difícil el empatizar con otras personas. Irónicamente, inventó el test de Turing para inteligencia artificial -si un ordenador puede engañar a un humano haciéndole creer que también es humano, pasa la prueba (ningún ordenador lo ha hecho). Fue un valioso miembro de la comunidad científica del gobierno británico. Cuando fue arrestado por un acto homosexual -un crimen en la década de 1950- su autorización de seguridad fue revocada, y se suicidó comiendo una manzana envenenada.

von Neumann, John

Fecha de nacimiento	28 de diciembre de 1903
Lugar de nacimiento	Budapest, Hungría
Fecha de muerte	8 de febrero de 1957
Importancia	Desarrollo de la teoría de juegos y la computación

Era obvio que Janos Neumann era un niño inteligente. Hablaba griego antiguo a los 6 años de edad y dividía números de ocho dígitos unos entre otros. Pasó a ser el mejor y más joven estudiante de cada institución por las que pasó en las ciudades de Budapest, Zurich y Berlín, antes de llegar a Princeton en la década de 1930, cuando se cambió el nombre a John y trabajó junto a Einstein y Gödel. La teoría del juego de von Neumann fue un arma crucial en la Guerra Fría y los matemáticos se vieron envueltos en el desarrollo de estrategias defensivas, como los misiles ICBM.

Viète, François

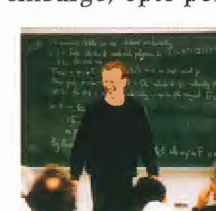
Fecha de nacimiento	1540
Lugar de nacimiento	Fontenay-le-Comte, Francia
Fecha de muerte	13 de diciembre de 1603
Importancia	Introdujo los símbolos del álgebra

Aquellos que luchan con las "x" y las "y", y otros símbolos matemáticos que introdujo Viète deberían consolarse con el hecho de que él era abogado y criptógrafo, y por lo tanto experto en hacer las cosas tan complicadas como fuera posible y en ocultar su verdadero significado. Su habilidad para descifrar códigos recibió la aprobación real cuando descifró los mensajes de las autoridades españolas, cuyo rey planificaba deponer al francés Enrique IV. El español, seguro de sus códigos, se quejó ante el Papa de que el francés había utilizado magia negra.

Wiles, Andrew

Fecha de nacimiento	11 de abril de 1953
Lugar de nacimiento	Cambridge, Inglaterra
Fecha de muerte	–
Importancia	Prueba del último teorema de Fermat

Andrew Wiles soñó con resolver el último teorema de Fermat desde que tenía 10 años, tras encontrarlo en un libro de la biblioteca. Nacido, crecido y educado en Cambridge (además de algunos años en Oxford), Wiles pasó casi toda su carrera en el extranjero, en París y Princeton. Sin embargo, optó por regresar a Cambridge para presentar su prueba del último teorema de Fermat. Wiles recibió muchos reconocimientos por este trascendental avance, incluyendo ser nombrado caballero. Sin embargo, era demasiado viejo para el mayor premio matemático: la medalla Fields (reservada a menores de 40 años).



BIBLIOGRAFÍA Y OTROS RECURSOS

Libros

Abbott, Edwin A. *Flatland*. Nueva York: Dover Publications, 1992 [1884].

Bellos, Alex. *Alex's Adventures in Numberland*. Londres: Bloomsbury Publishing, 2011.

Biddiss, Mark. *Dr. Mark's Magical Maths*. Londres: Hands On Publishing, 2004.

Boyer, Carl B. *A History of Mathematics*. Hoboken: John Wiley and Sons, 1991.

Clegg, Brian. *Infinity: The Quest to Think the Unthinkable*. Londres: Robinson, 2005.

Cooke, R. *The History of Mathematics*. Nueva York: John Wiley and Sons, 1997.

Courant, Richard, Herbert Robbins, and Ian Stewart. *What is Mathematics?* New York: Oxford University Press, USA, 1996.

Crilly, Tony. *50 Mathematical Ideas You Really Need To Know*. Londres: Quercus, 2007.

Ewald, William B., ed. *From Immanuel Kant to David Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics*. Nueva York: Oxford University Press, USA, 1996.

Gardner, Martin. *The Colossal Book of Mathematics*. Nueva York: W. W. Norton, 2001.

Hoffman, Paul. *The Man Who Loved Only Numbers*. Nueva York: Hyperion, 1998.

Hogben, Lancelot. *Mathematics for the Million: How to Master the Magic of Numbers*. Nueva York: W.W. Norton, 1983.

Linton, Christopher M. *From Eudoxus to Einstein–A History of Mathematical Astronomy*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

MacArdle, Meredith (ed.). *Scientists: Extraordinary People who Changed the World*. Londres: Basement Press, 2008.

Maor, Eli. *"e," the Story of a Number*. Princeton: Princeton University Press, 2009

Russell, Bertrand. *Introduction to Mathematical Philosophy*. Londres: Routledge, 1993 [1919].

Scerri, Eric R. *The Periodic Table: A Very Short Introduction*. Oxford: Oxford University Press, 2011.

Singh, Simon. *Fermat's Last Theorem*. Londres: Fourth Estate, 1998.

—*The Codebook*. New York: Doubleday, 1999.

Stewart, Ian. *Does God Play Dice?* Londres: Penguin, 1989.

—*The Magical Maze*. New York: John Wiley & Sons, 1999.

Struik, Dirk J. *A Concise History of Mathematics*. Nueva York: Dover Publications, 1987.

Sociedades Matemáticas

Unión Africana de Matemáticas www.maths.buffalo.edu/mad/AMU

Sociedad Americana de Matemáticas www.ams.org

Sociedad Australiana de Matemáticas www.austms.org.au

Sociedad Austríaca de Matemáticas www.oemg.ac.at

Sociedad de Matemáticas Brasileña www.sbm.org.br

Sociedad Canadiense de Matemáticas Aplicadas e Industriales www.caims.ca

Sociedad Canadiense de Matemáticas www.ms.maths.ca

Sociedad China de Matemáticas www.cms.org.cn

Instituto Clay de Matemáticas www.claymath.org

Sociedad Danesa de Matemáticas www.dmf.mathematics.dk

Sociedad Holandesa de Matemáticas (Wiskundig Genootschap) www.wiskgenoot.nl

Sociedad Alemana de Matemáticas www.dmv.mathematik.de

Sociedad India de Matemáticas www.indianmathsociety.org.in

Instituto de Matemáticas y sus Aplicaciones (RU) www.ima.org.uk

Unión Matemática Internacional www.mathunion.org

Unión Italiana de Matemáticas www.umi.dm.unibo.it

Sociedad de Matemáticas János Bolyai (Hungría) www.bolyai.hu

Sociedad Londinense de Matemáticas www.lms.ac.uk

Asociación de Matemáticas de América www.maa.org

Sociedad de Matemáticas de Francia smf.emath.fr

Sociedad de Matemáticas de Japón www.mathsoc.jp

Sociedad Polaca de Matemáticas www.ptm.org.pl

Sociedad de Matemáticos, Físicos y Astrónomos de Eslovenia www.dmfa.si

Real Sociedad Matemática Española www.rsme.es

Sociedad Matemática de San Petersburgo (Rusia) www.mathsoc.spb.ru

Sociedad Sueca de Matemáticas www.swe-maths-soc.se

Sociedad Suiza de Matemáticas www.maths.ch

Unión de Matemáticos y Físicos Checos www.cms.jcmf.cz

Unión de Matemáticos y Físicos Eslovacos www.fmph.uniba.sk

Museos Generales

Arithmeum, Bonn, Alemania. www.arithmeum.uni-bonn.de

Museo de Ciencia y Tecnología de China, Beijing, China. www.cstm.org.cn

Museo de Historia de la Computación, Mountain View, California, EUA. www.computerhistory.org

Centro Copérnico de Ciencias, Varsovia, Polonia. www.kopernik.org.pl/en/

Museo Alemán, Munich, Alemania. www.deutsches-museum.de

Museo de los Niños DuPage, Naperville, Illinois, EUA. www.dupagechildrensmuseum.org

Erlebnisland Mathematik (Tierra de la Aventura Matemática), Dresden, Alemania. www.maths.tu-dresden.de

Exploratorium, San Francisco, EUA. www.exploratorium.edu

Banco de la Reserva Federal de Filadelfia, exhibición permanente Dinero en Movimiento, Filadelfia, EUA. www.phil.frb.org

Instituto Museo de Ciencias Franklin, Filadelfia, EUA. www2.fi.edu

Museo Goudreau de Matemáticas en el Arte y la Ciencia, Nueva York, EUA. www.mathmuseum.org

Parque IQ, Liberec, Praga, República Checa. www.iqpark.cz

Museo del Instituto de Tecnología de Massachusetts, Cambridge, Massachusetts, EUA. www.web.mit.edu/museum

Palacio de las Matemáticas, Centro de Ciencias Navet, Borås, Suecia. www.navet.com

Mathematikum, Giessen, Alemania. www.mm-gi.de

MatheMuseumTirol, Innsbruck, Austria. www.mathemuseum.org

Museo Galileo, Instituto y Museo de Historia de la Ciencia, Florencia, Italia. www.museogalileo.it

Museu de Matemàtiques de Catalunya, Barcelona, España. www.mmaca.cat

Museo de Historia de las Ciencias, Oxford, RU. www.mhs.ox.ac.uk

Museo de Matemáticas, Nueva York, EUA. www.momath.org

Museo de Ciencia Natural e Instrumentos Científicos de la Universidad de Modena, Modena, Italia. www.museo.unimo.it

Museo de Ciencias, Boston, EUA. www.mos.org

Museumsquartier, Viena, Austria. www.mqw.at

Museo Nacional de Naturaleza y Ciencia, Tokio, Japón. www.kahaku.go.jp/english

Museo Noruego de Ciencia y Tecnología, Oslo, Noruega. www.tekniskmuseum.no

Museo Observatorio, Estocolmo, Suecia. www.observatoriet.kva.se/engelska

Centro de Ciencias de Ontario, Toronto, Canadá www.ontariosciencecentre.ca

Palacio del Descubrimiento, París, Francia. www.palais-decouverte.fr

Pabellón del Conocimiento, Lisboa, Portugal. www.pavconhecimento.pt/home

Museo Powerhouse, Sidney, Australia. www.powerhousemuseum.com

Museo de Ciencias, Londres, RU. www.sciencemuseum.org.uk

Museo de Ciencias y Tecnología de Shanghai, Shanghai, China. www.sstm.org.cn

Instituto Smithsoniano, Washington DC, EUA. www.si.edu

Techniquest, Cardiff, RU. www.techniquest.org

Archivos y Exhibiciones Individuales

Artículos de Charles Babbage y réplica de la Máquina Diferencial, Museo de Ciencias, Londres, RU. www.sciencemuseum.org.uk

Archivo de George Boole, Sociedad Real, Londres, RU. También artículos en la Biblioteca Boole, Universidad Nacional de Irlanda, Cork, Irlanda; Trinity College, Dublín, Irlanda; Biblioteca Universitaria Cambridge, Cambridge, RU.

Artículos de René Descartes, Instituto de Francia, París, Francia. www.institut-de-france.fr

Artículos de Albert Einstein, Universidad Hebrea de Jerusalén, Israel. www.huji.ac.il

Máquinas Enigma: Memorial de Guerra de Australia, Camberra, Australia; Parque Bletchley, Milton Keynes, Inglaterra, RU, Museo de Historia de la Computación, Mountain View, California, EUA; Dirección de Señales de Defensa, Camberra, Australia; Museo Alemán, Munich, Alemania; Museo de Ciencias e Industria, Chicago, Illinois, EUA; Museo Nacional de Criptología, Fort Meade, Maryland, EUA; Museo Nacional de Señales, Helsinki, Finlandia; Museo Naval de Alberta, Calgary, Canadá; Museo del Ejercito Polaco, Varsovia, Polonia; Museo de Ciencias, Londres, RU; Museo del Ejército Sueco, Estocolmo, Suecia.

Artículos de Kurt Gödel, Universidad de Princeton, Princeton, EUA. www.princeton.edu

Artículos de William Hamilton, Trinity College, Dublín, Irlanda. También correspondencia en la Biblioteca de la Universidad de Cambridge, Biblioteca de la Universidad de Cambridge, Cambridge, RU; Sociedad Real, Londres, RU; Biblioteca Británica, Londres, RU.

Artículos de John Napier, Biblioteca del Palacio de Lambeth, Londres, RU. www.lambethpalacelibrary.org

Artículos de Isaac Newton, Biblioteca de la Universidad de Cambridge, Cambridge, RU. www. cudl.lib.cam.ac.uk

Artículos de Bertrand Russell, Biblioteca de la Universidad McMaster, Hamilton, Ontario, Canadá. www.library.mcmaster.ca

Artículos de Alan Turing, Archivo Central del King's College, Universidad de Cambridge, Cambridge, RU y Archivo Nacional para la Historia de la Computación, Universidad de Manchester, Machester, RU. www.chstm.manchester.ac.uk

Páginas web

Academia Khan: www.khanacademy.org/#chemistry

Archivo MacTutor de Historia de las Matemáticas: www-history.mcs.st-andrews.ac.uk

Fundación Nobel: www.nobelprize.org

App

Minds of Modern Mathematics. IBM, para iPad.

INDEX

Publicado originalmente en inglés bajo el título: *Mathematics: An Illustrated History of Numbers*, parte de la serie: *Ponderables: 100 Breakthroughs that Changed History. Who Did What When When* de Tom Jackson

Concepto y producción de la serie:
Jeanette Limpondjian
Redacción: Meredith MacArdle
Diseño: Bradbury and Williams
Búsqueda de imágenes: Jennifer Veall

Coordinación edición española:
Fosbury Books
Traducción: Ronald Rivas Suárez
Maquetación: Félix Javier Díez
Cubierta: Elixyz DeskTop Publishing

Distribución exclusiva de la edición española:
LIBRERO IBP S.L.
Paseo del Pintor Rosales, 32
28008 Madrid, España

Printed in India
Impreso en India

ISBN: 978-90-8998-655-9

CRÉDITOS DE LAS IMÁGENES
LIBRO

Alamy/The Art Archive 14; The National Trust Photolibrary 22 superior; The Art Gallery Collection 22 inferior; Universal Images Group Limited 26 izquierda; The Art Archive 28; Mary Evans Picture Library 29 superior izquierda; INTERFOTO 36; The Art Gallery Collection 37 inferior; INTERFOTO 39 superior izquierda; James Davies 40 superior; INTERFOTO 42; Marc Tielemans 44 inferior; Universal Images Groups Limited 45; World History Archive 53 inferior; The Natural History Museum 55; Classic Image 58; Universal Images Group Limited 60 inferior; Steve Vidler 61 superior; TravelCom 61 inferior; World History Archive 65 inferior; INTERFOTO 66; Universal Images Group Limited 67 izquierda; Mary Evans Picture Library 69 izquierda; Chris Howes/Wild Places Photography 69 derecha; INTERFOTO 70 superior; Mary Evans Picture Library 76, 77; Pictorial Press Ltd. 80 superior; Classic Image 82 superior; INTERFOTO 84 superior; Mary Evans Picture Library 88 derecha; INTERFOTO 90; Pictorial Press Ltd. 94 superior; Mary Evans Picture Library 96; Pictorial Press Ltd. 98; INTERFOTO 100, 102 superior; Tibor Bognar 104 inferior; Victor de Schwanberg 106; Peter Scholey 107 izquierda; ITAR-TASS Photo Agency 166 inferior; Photos12 131 inferior izquierda; INTERFOTO 131 inferior derecha; World History Archive 132 superior derecha; INTERFOTO 132 inferior izquierda; Adam Eastland Italy 133 inferior izquierda; INTERFOTO 134 superior izquierda; North Wind Picture Archives 135 superior izquierda; Classic Image 136 superior izquierda; Mary Evans Picture Library 137 inferior izquierda; Pictorial Press Ltd. 138 superior derecha; INTERFOTO 138 inferior izquierda; citypix 138 inferior derecha; Pictorial Press Ltd. 139 superior izquierda; The Art Gallery Collection 139 inferior izquierda. **Bradbury and Williams** 10 superior, 13 inferior izquierda, 15 superior, 16 inferior izquierda, 17 superior derecha, 23 inferior derecha, 24 izquierda, 25 inferior derecha, 42 inferior izquierda, 43 superior derecha, 46 inferior derecha, 49, 50, 51 derecha, 52, 53 superior derecha, 60 inferior, 62 inferior derecha, 67 inferior izquierda, 71 inferior, 73, 79 inferior, 81, 83, 93, 108, 109, 110, 123, 124, 126, 127, 128, 129. **Clay Mathematics Institute** 116 superior. **Corbis**/Werner Forman 12 inferior; Bob Sacha 26 derecha; Bettmann 44 superior, 47; DK Limited 2-3, 48; Hulton-Deutsch Collection 134 superior derecha; Baldwin H. Ward & Kathryn C. Ward 134 inferior derecha; 139 superior derecha. **Getty Images**/Clive Streeter 4 inferior, 39 superior derecha; DEA/R. Merlo 60 superior; PNC; Time & Life Pictures 102 inferior. **Science Photo Library**/4 fondo; Royal Astronomical Society 5 fondo; Library of Congress, African and Middle Eastern Division 6; Middle Temple Library 7 izquierda; George Bernard 12 superior; 13 derecha; Bert Myers 16-17 centro; 18, 24 superior; Sheila Terry 29 inferior izquierda; Asian and Middle Eastern Division/New York Public Library 33; Royal Astronomical Society 34 izquierda; American Institute of Physics 34 derecha; Middle Temple Library 37; CCI Archives 46; Middle Temple Library 53 superior; Science Source 62; Royal Institution of Great Britain 74; 80 inferior; Middle Temple Library 82 inferior; 83, 85, 87 superior; RIA Novosti 93 superior; Royal Astronomical Society 94-95 inferior, 95 inferior; E.R. Degginger 97; National Physical Laboratory © Crown Copyderecha 99; Scott Camazine 105; Pasieka 111 derecha; Professor Peter Goddard 115; 117 superior; Sheila Terry 133 superior derecha; 134 inferior izquierda; Emilio Segre Visual Archives/American Institute of Physics 135 inferior derecha; Royal Astronomical Society 136 superior derecha; Royal Institution of Great Britain 137 superior derecha; 138 superior izquierda; Professor Peter Goddard 139 inferior derecha. **Tomado de Biblioteca Huelva/www.en.wikipedia.org/ wiki/ File:Aristoteles_ Logica_1570_ Biblioteca _Huelva.jpg** 19. **Tomado de Jlrodri/www.en.wikipedia.org/wiki/File:E8-with-thread.jpg** 86. **Tomado de Pbroks13/http:/en.wikipedia.org/ wiki/ File:Conic_sections_ with _ plane.svg** 40-41. **The Royal Belgian Institute of Natural Sciences, Brussels** 10 inferior. **Thinkstock**/iStockphoto 7 derecha, 11 inferior; Goodshoot 16 superior; Hemera 21; Photos.com 25 superior; John Foxx/ Stockbyte 35; iStockphoto 38 superior; Photos.com 38 inferior, 39 inferior, 41 superior; iStockphoto 51 izquierda; Photos.com 54; iStockphoto 56 derecha, 56-57 fondo; Photos.com 59, 64 superior, 64 inferior, 68 superior; Hemera 68 inferior; Photos.com 75 superior; iStockphoto 78 inferior; Photos.com 79 superior, 87 inferior; Hemera 88 izquierda; iStockphoto 89 superior; Hemera 89 inferior; Digital Vision 92; Hemera 95 superior; iStockphoto 104 superior; Comstock 105 superior; iStockphoto 107 derecha; Stocktrek Images 111 izquierda; Hemera 112; iStockphoto 114 superior; Photos.com 114 inferior, 130 superior derecha, 130 inferior derecha, 131 superior derecha; iStockphoto 132 superior izquierda; Photos.com 132 inferior derecha, 133 superior izquierda; iStockphoto 133 inferior derecha, 135 superior derecha; Photos. com 135 inferior izquierda; Hemera 136 inferior izquierda; iStockphoto 136 inferior derecha; Photos.com 137 inferior derecha. **United States Department of Agriculture** 23 izquierda. **US Army Photo** 101. **Colin Woodman** 24 superior, 55 inferior, 59 superior izquierda, 65 superior derecha, 72 inferior, 74 superior.

LÍNEAS TEMPORALES

Alamy/Classic Image; Danita Delimont; David South; Keystone Pictures USA; Images Group Limited; INTERFOTO; Mary Evans Picture Library; North Wind Picture Archives; Peter Jordan; Photo Art Collection (PAC); Pictorial Press Ltd.; Photos 12; Prisma Archivo; RIA Novosti; The Art Archive; UK Alan King; VIEW Pictures Ltd.; History Archive; ZUMA Wire Service. **Bradbury and Williams**. **Corbis**/Michael Ochs Archives. **Getty Images**. **Science Photo Library**/Dr. Jeremy Burgess; Mehau Kulyk; Sheila Terry. **Thinkstock**/Digital Vision; Fuse; Hemera; iStockphoto; Photos. com; Stocktrek Images; Top Photo Group. **Colin Woodman**.

Nota del Editor: Se ha hecho un esfuerzo para rastrear los derechos de autor de los titulares y solicitar permiso para utilizar el material ilustrativo. Los editores desean pedir disculpas por los errores involuntarios u omisiones y espera rectificar estos en futuras ediciones.

CONTRIBUCIONES por artículo

Richard Beatty 17, 37, 47, 58, 70, 76.
Richard Beatty estudió ciencias y matemáticas en la Universidad de Cambridge y tiene una relación permanente con el Diccionario Oxford de Inglés, investigando la historia de las palabras científicas para ellos. Vive en Edimburgo, Escocia.

James Bow 10, 11, 18, 20, 63, 83, 87, 89, 91.
James Bow se graduó en la Universidad de Waterloo. Trabaja como asesor de escritos, investigador y articulista por cuenta propia. Vive en Kitchener, Ontario, Canadá.

Mike Goldsmith 45, 46, 50, 51, 52, 54, 55, 59, 62 , 67, 69, 72, 77, 80, 94, 95.
El Dr Mike Goldsmith tiene un Ph D en astrofísica. Lideró el Grupo de Acústica del Laboratorio Nacional de Física del Reino Unido hasta el 2007. Ha escrito más de cuarenta libros de ciencias para niños y adultos: mikegoldsmith.weebly.com

Dan Green 22, 42, 71, 75, 92, 99.
Dan Green es un periodista y escritor científico que se graduó en la Universidad de Cambridge con un MA en Ciencias Naturales. Ha escrito muchos libros que resultaron bestsellers, los cuales puede conseguir en www.dangreenbooks.com.

Tom Jackson 1, 2, 3, 4, 8, 9, 12, 13, 15, 16, 19, 21, 23, 32, 33, 35, 36, 41, 43, 53, 56, 61, 66, 73, 78, 81, 84, 85, 86, 88, 90, 93, 96, 97, 98, 100.

Robert Snedden 5, 6, 7, 14, 24, 25, 26, 27, 28, 40, 44, 48, 49, 57, 60, 74, 79.
Robert Snedden se deleita aprendiendo cosas nuevas y en transmitir ese conocimiento a través de los libros que escribe. Ha trabajado en publicaciones durante más de treinta años.

Susan Watt 29, 30, 31, 34 38, 39, 64, 65, 68, 82.
Susan Watt es una escritora de ciencias independiente que reside en Derbyshire, RU. Estudió historia y filosofía de la Ciencia en Cambridge, y ha trabajado en el Museo de Ciencias en Londres. Es miembro de la Asociación Británica de Escritores Científicos.

CRONOLOGÍA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS

4000 A.C.—1000 A.C.

MATEMÁTICAS

3400 A.C.
Los **sumerios** usan piezas de arcilla para contar.

3000 A.C.
En Egipto aparecen los **numerales jeroglíficos.**

2800 A.C.
Se usa un **sistema decimal** para pesos y medidas en el Valle del Indo.

Jeroglíficos egipcios

2700 A.C.
Los **egipcios** utilizan las **ternas pitagóricas** con cuerdas anudadas para determinar ángulos rectos.

2500 A.C.
Se inventa el **ábaco.**

2400 A.C.
Se desarrolla el **sistema de notación posicional** en Mesopotamia.

2000 A.C.
El **teorema de Pitágoras** aparece documentado en varias culturas independientes.

CIENCIA E INVENTOS

3750 A.C.
Se funden el **cobre,** el **cinc** y el **estaño** y se obtiene bronce en Egipto y Sumeria (hoy Irak).

3500 A.C.
En Sumeria se introducen **sistemas de riego** para los cultivos..

3200 A.C.
Se desarrollan los primeros **sistemas de escritura:** los **jeroglíficos egipcios** y la **escritura cuneiforme sumeria.**

Escritura cuneiforme

3200 A.C.
Se inventa la **rueda** en Sumeria.

2700 A.C.
En China se infusiona el **té.**

C. 2400 A.C.
En Egipto se utiliza el **papiro** como soporte de la escritura.

HECHOS HISTÓRICOS

4000 A.C.
Hay **ciudades** en Oriente Medio y **pueblos** que practican la **agricultura** en todo el mundo.

C. 4000 A.C.
Se domestican los **caballos** en Europa y Asia, lo que permite a los grupos humanos cubrir mayores distancias diariamente para cazar o viajar.

3100 A.C.
Egipto se unifica en un solo reino.

3000–2000 A.C.
Aparece en Europa la **cultura campaniforme,** asociada con una amplia variedad de cerámicas.

2600 A.C.
La civilización del Valle del Indo entra en su periodo de máximo apogeo.

C. 2000 A.C.
Comerciantes del **Mediterráneo** recorren toda Europa.

2000 A.C.
Las poblaciones que hablan **lenguas indoeuropeas** se desplazan por Asia y Europa.

C. 1766 A.C.
La **dinastía Shang** en China, y se introduce el trabajo del bronce y la escritura.

CULTURA

C. 4000–2800 A.C.
Se erigen **megalitos** en Europa, como el de Évora en Portugal, Stonehenge en Inglaterra, y Carnac en Francia.

C. 3000 A.C.
En el arte egipcio se representan **liras** y otros instrumentos musicales parecidos al **clarinete.**

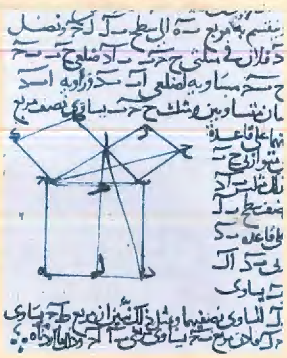
2600 A.C.
En el **Valle del Indo** se construyen enormes diques para protegerse de las inundaciones.

2547–2475 A.C.
Se construyen las **pirámides** de Guiza (Egipto).

2100 A.C.
Se construye el **zigurat** de Ur.

C. 2000 A.C.
Se escribe el *Poema de Gilgamesh,* quizás **el texto más antiguo** del mundo.

Zigurat de Ur

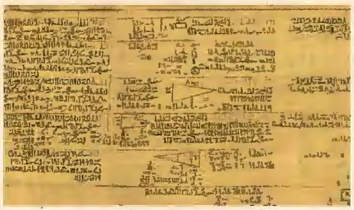


Teorema de Pitágoras

Los babilonios utilizan para contar un sistema sexagesimal, que aún se emplea para medir el tiempo y los ángulos.

1650 A.C.

El **papiro Rhind** (Egipto) contiene problemas de álgebra, geometría y aritmética.



Papiro Rhind

1300 A.C.

El **papiro de Berlín** (Egipto) contiene los primeros registros de ecuaciones **cuadráticas.**

1000 A.C.

En Egipto se usan **fracciones comunes** para hacer cálculos.

876 A.C.

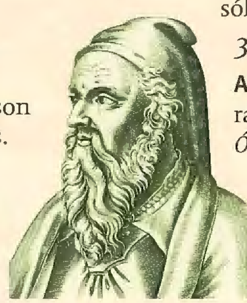
Los **matemáticos indios** concluyen que el cero es realmente un número.

580 A.C.

La **escuela pitagórica** descubre que las armonías musicales son proporciones simples.

518 A.C.

Los **pitagóricos** demuestran el **teorema del triángulo rectángulo,** conocido desde el 2000 a. C.



Pitágoras

450 A.C.

Se incorpora la **proporción áurea** a la arquitectura y el arte en la antigua Atenas.

360 A.C.

Platón y **Teeteto** sostienen que solo hay cinco poliedros regulares: los sólidos platónicos.

350 A.C.

Aristóteles define el razonamiento lógico en su *Órganon*.

300 A.C.

Euclides escribe *Elementos*, compendio del conocimiento matemático de la época.

Recolección del papiro

c. 2000 A.C.

En China y en la India se emplean el **azufre** y el **mercurio**..

c. 1200 A.C.

Se emplea por primera vez el **hierro** en Asia Menor.

1000 A.C.

Se emplean las **plumas para escribir** en China.

c. 460 A.C.

Nace el físico griego **Hipócrates**, el "padre de la medicina", que da nombre al moderno juramento hipocrático de los médicos.

c. 400–340 A.C.

Los astrónomos chinos **Gan De** y **Shi Shen** crean las primeras relaciones conocidas de estrellas, donde describen más de cien constelaciones.

400 A.C.

El científico y filósofo griego **Platón** sugiere que los átomos son sólidos geométricos.

350 A.C.

En la India se registran **mediciones pluviales.**

Aristóteles añade un quinto

Vasija de bronce de tres patas (dinastía Shang).

1700 A.C.

Florece el reino de **Kush** en la región del bajo Nilo.

c. 1300–1200 A.C.

Los israelitas de Egipto siguen a **Moisés** hasta Canaán.

c. 1260 A.C.

Los griegos destruyen la ciudad de **Troya** (actual Turquía).

1200 A.C.

La **cultura chavín** comienza a florecer en Perú.

c. 1000 A.C.

Atenas domina la región griega del Ática.

c. 1000 A.C.

El **rey David** unifica Israel en un solo reino.

431 A.C.

Guerras del Peloponeso entre Esparta y Atenas (Grecia).

336 A.C.

Alejandro Magno se proclama rey de Macedonia y comienza sus conquistas en Egipto, Persia e India.

Construcción del **palacio de Cnosos** (Creta).

1540 A.C.

El **Egipto del Imperio Nuevo** es famoso por su monumental arquitectura.

1500 A.C.

Los **mayas** de Mesoamérica empiezan a construir grandes pirámides escalonadas.

Fresco en Cnosos

1345 A.C.

Se esculpe el busto en piedra caliza pintada de la **reina Nefertiti** (Egipto).

c. 1000 A.C.

La **escritura china** y el **alfabeto hebreo** ya se han desarrollado.

c. 900 A.C.

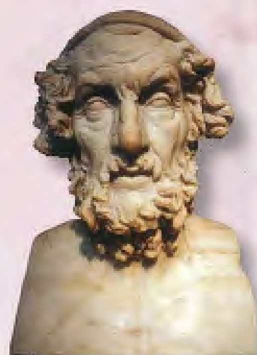
El poeta griego **Homero** compone la *Odisea* y la *Ilíada*.

c. 800 A.C.

Desarrollo del **alfabeto griego.**

429 A.C.

Se completa la construcción del complejo de la **Acrópolis** de Atenas (Grecia).



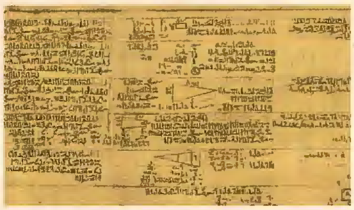
Homero

Teorema de Pitágoras

Los babilonios utilizan para contar un sistema sexagesimal, que aún se emplea para medir el tiempo y los ángulos.

1650 A.C.

El **papiro Rhind** (Egipto) contiene problemas de álgebra, geometría y aritmética.



Papiro Rhind

1300 A.C.

El **papiro de Berlín** (Egipto) contiene los primeros registros de ecuaciones **cuadráticas.**

1000 A.C.

En Egipto se usan **fracciones comunes** para hacer cálculos.

876 A.C.

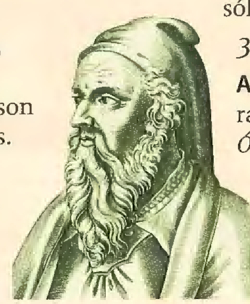
Los **matemáticos indios** concluyen que el cero es realmente un número.

580 A.C.

La **escuela pitagórica** descubre que las armonías musicales son proporciones simples.

518 A.C.

Los **pitagóricos** demuestran el **teorema del triángulo rectángulo,** conocido desde el 2000 a. C.



Pitágoras

450 A.C.

Se incorpora la **proporción áurea** a la arquitectura y el arte en la antigua Atenas.

360 A.C.

Platón y **Teeteto** sostienen que solo hay cinco poliedros regulares: los sólidos platónicos.

350 A.C.

Aristóteles define el razonamiento lógico en su *Órganon.*

300 A.C.

Euclides escribe *Elementos,* compendio del conocimiento matemático de la época.

Recolección del papiro

c. 2000 A.C.

En China y en la India se emplean el **azufre** y el **mercurio.**.

c. 1200 A.C.

Se emplea por primera vez el **hierro** en Asia Menor.

1000 A.C.

Se emplean las **plumas para escribir** en China.

c. 460 A.C.

Nace el físico griego **Hipócrates**, el "padre de la medicina", que da nombre al moderno juramento hipocrático de los médicos.

c. 400–340 A.C.

Los astrónomos chinos **Gan De** y **Shi Shen** crean las primeras relaciones conocidas de estrellas, donde describen más de cien constelaciones.

400 A.C.

El científico y filósofo griego **Platón** sugiere que los átomos son sólidos geométricos.

350 A.C.

En la India se registran **mediciones pluviales.**

Aristóteles añade un quinto

Vasija de bronce de tres patas (dinastía Shang).

1700 A.C.

Florece el reino de **Kush** en la región del bajo Nilo.

c. 1300–1200 A.C.

Los israelitas de Egipto siguen a **Moisés** hasta Canaán.

c. 1260 A.C.

Los griegos destruyen la ciudad de **Troya** (actual Turquía).

1200 A.C.

La **cultura chavín** comienza a florecer en Perú.

c. 1000 A.C.

Atenas domina la región griega del Ática.

c. 1000 A.C.

El **rey David** unifica Israel en un solo reino.

431 A.C.

Guerras del Peloponeso entre Esparta y Atenas (Grecia).

336 A.C.

Alejandro Magno se proclama rey de Macedonia y comienza sus conquistas en Egipto, Persia e India.

Construcción del **palacio de Cnosos** (Creta).

1540 A.C.

El **Egipto del Imperio Nuevo** es famoso por su monumental arquitectura.

1500 A.C.

Los **mayas** de Mesoamérica empiezan a construir grandes pirámides escalonadas.

Fresco en Cnosos

1345 A.C.

Se esculpe el busto en piedra caliza pintada de la **reina Nefertiti** (Egipto).

c. 1000 A.C.

La **escritura china** y el **alfabeto hebreo** ya se han desarrollado.

c. 900 A.C.

El poeta griego **Homero** compone la *Odisea* y la *Ilíada*.

c. 800 A.C.

Desarrollo del **alfabeto griego.**

429 A.C.

Se completa la construcción del complejo de la **Acrópolis** de Atenas (Grecia).

Homero

260 A.C.
Lo Shu descubre el primer **cuadrado mágico.**

240 A.C.
Eratóstenes utiliza la geometría para calcular el tamaño de la Tierra.


Euclides

230 A.C.
Arquímedes logra la aproximación más precisa hasta la fecha del número **pi**, inscribiendo de manera sistemática diferentes polígonos en una circunferencia.

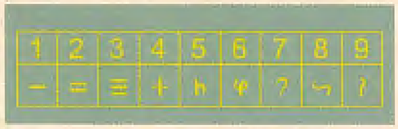
225 A.C.
Apolonio publica *Cónicas*, tratado sobre las secciones del cono que puso los cimientos para el estudio de las líneas curvas.

180 A.C.
Los **geómetras griegos** comienzan a usar el **sistema sexagesimal babilónico** para dividir el círculo en 360 grados.

140 A.C.
Hiparco de Samos desarrolla los fundamentos de la trigonometría.

50 A.C.
Se introducen en India los **numerales brahmí,** de nueve dígitos, base del sistema decimal.

46 A.C.



Numerales brahmí

El año previo a la introducción del calendario juliano (el primer sistema de 365 días) dura 446 días. introduced lasts 446 days.

60 D.C.
Geminus cuestiona el quinto postulado de Euclides sobre las líneas paralelas, en un temprano intento de crear una geometría alternativa.

100
Herón de Alejandría hace la primera referencia a los números imaginarios al considerar la raíz cuadrada de los números negativos.

elemento, el éter, a los cuatro.

340 A.C.
Praxágoras de Cos descubre que las arterias y las venas son diferentes.

C. 265 A.C.
Los **médicos romanos** aprenden la medicina griega a través de los prisioneros de guerra.


Aristóteles

C. 200 A.C.
Se utilizan **norias de riego** movidas por bueyes.

C. 159 A.C.
Los **relojes de agua** ya se conocen en Roma.

C. 140 A.C.
Crates de Malos crea uno de los primeros globos terráqueos tridimensionales.

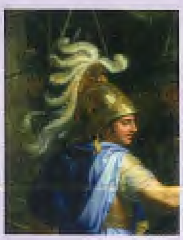
C. 100 A.C.
Se cultiva **cacao** en Sudamérica.

90 A.C.
El médico griego **Asclepíades** promueve los remedios naturales.

78–139
Vida del inventor chino **Zhang Heng,** creador del primer sismógrafo.

C. 83–C. 161
Ptolomeo, último de los antiguos astrónomos griegos, da la primera explicación de los movimientos del sistema solar. Su teoría de que el Sol giraba alrededor de la Tierra se mantuvo durante 1.500 años.

79
El volcán **Vesuvio** entra en erupción y sepulta bajo sus cenizas las ciudades romanas de Pompeya y Herculano.


Alejandro Magno

221 A.C.
El primer emperador de la China unificada es el tirano **Qin Shi Huangdi.** Hace construir los **Guerreros de terracota** en su honor.

C. 112 A.C.
Los primeros viajeros y comerciantes recorren la **Ruta de la seda,** que llevaba de China al Mediterráneo.

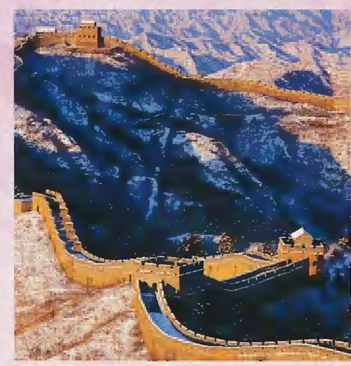
31–27 A.C.
Octavio, sobrino de Julio César, derrota a su antiguo aliado Marco Antonio y se convierte en el primer emperador de Roma.


Pompeya

C. 400 A.C.
Las culturas **maya** y **zapoteca** están floreciendo en América.

214 A.C.
Comienza la construcción de la primera **Gran muralla china.**

C. 200 A.C.
Se talla la **piedra Rosetta** en Egipto.


La Gran muralla china

38 A.C.
Escultura de mármol de Laocoonte (Grecia).

37 A.C.
Se termina el **templo de Hathor** en Egipto.

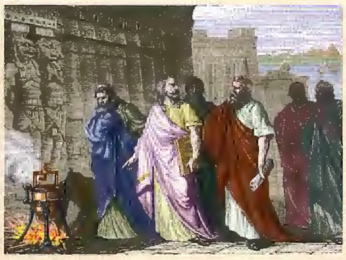
23 A.C.
En Japón tiene lugar la primera competición registrada de **lucha libre,** precursora del **sumo.**

43
Los romanos fundan la ciudad de **Londres.**

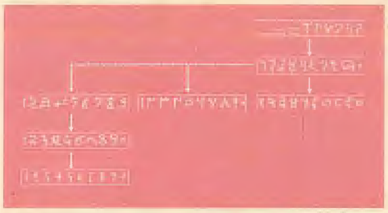
C. 122
Los romanos construyen el **muro de Adriano** en el norte de Inglaterra.

220
Desarrollo de la **pintura paisajística clásica china**

250
Diofanto introduce las variables polinomiales de los números enteros, y se convierte así en el "padre" de la aritmética.

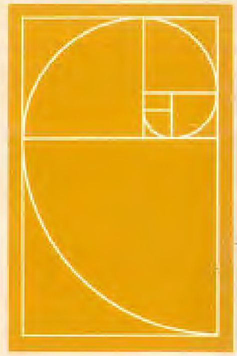

Herón de Alejandría

595
Se establece el **sistema numérico indoarábigo,** base del que se utiliza hoy en todo el mundo.


Numerales indoarábigos

800
Se describe el concepto de **algoritmo,** método escalonado para solucionar problemas que funciona en todos los casos.

1202
El **álgebra** reemplaza los números por símbolos en las relaciones numéricas; la obra *Liber Abaci* introduce la **serie de Fibonacci** en Europa.


Serie de Fibonacci

1435
El uso de la **geometría** en la pintura conduce a una revolución en el arte, pues permite una representación naturalista del espacio y la distancia.

129–c. 216
El físico griego **Galeno** hace las primeras disecciones y experimentos médicos.

270
En China se utilizan las **primeras brújulas**.

300
La **alquimia,** mezcla de magia y ciencia, se extiende desde Egipto.


Galeno

c. 500
Aparecen los **barcos de rueda de paletas** movidos por animales.

813–33
El califa al-Ma'mun funda la **Casa del Saber** en Bagdad, como centro de investigación y traducción.

c. 868
Primer libro impreso conocido: *El Sutra del Diamante* (China).

900
La **primitiva pólvora** se desarrolla en China.

1214–1292
El científico inglés **Roger Bacon** impulsa el empirismo moderno.

1440
Johannes Gutenberg inventa la imprenta en Europa.

Cosme de Médici funda una Academia en Florencia (Italia) basada en la antigua escuela griega de Platón.

117
Con el emperador **Trajano,** el Imperio romano alcanza su máximo esplendor.

120
Una **embajada de la India** visita al emperador romano Adriano.

396
El **Imperio romano** se divide definitivamente en dos: Oriente y Occidente.

433
Atila (apodado "el azote de Dios" por los romanos) reúne a los Hunos en un ejército que aterroriza Bizancio y Roma.

618
Se funda la **dinastía Tang** en China.


Atila

700–1200
El **Renacimiento islámico** se centra en Bagdad y Córdoba (España).

800
Carlomagno es coronado primer Sacro Emperador Romano de Europa.

c. 900
Los **polinesios** llegan a Nueva Zelanda.

1066
Conquista normanda de Inglaterra.

1096
Primera **Cruzada.**

1206
Ghenghis Khan forma el vasto **Imperio Mongol.**

1215
El rey Juan (Inglaterra) firma la **Carta Magna.**

250
Comienza la gran época de los **mayas** en Sudamérica.

300
Aparece la ciudad de **Axum** en Etiopía.


Ruinas mayas

330
El emperador romano **Constantino el Grande** cambia la capital a la antigua ciudad de Bizancio, y la rebautiza como Constantinopla.

c. 350
Se termina de componer el poema épico indio ***Mahabharata.***


Constantino el Grande

s. XI
Se funda la ciudad de piedra de **Gran Zimbabue** en el sur de África (en el actual Zimbabue).

s. XII
En Camboya se construye el complejo de templos de **Angkor Wat.**

1300
Los pobladores de la **Isla de Pascua** comienzan a esculpir estatuas gigantes.

1581

Se descubren las **ecuaciones no lineales** al analizar la tensión y el tono de las cuerdas del laúd.

1583

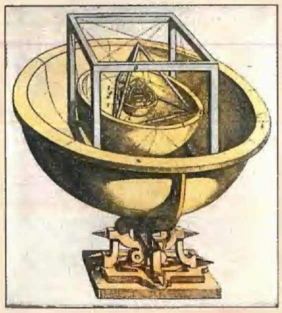
El **balanceo de una lámpara** en la catedral de Pisa inspira a Galileo para formular el principio del péndulo, que describe la relación entre la longitud del péndulo y su oscilación.

1591

François Viète moderniza el álgebra con los símbolos "x" e "y" que se usan hoy en día.

1609

Astrónomos descubren que los planetas forman elipses, y **Johannes Kepler** utiliza las matemáticas para enunciar una ley universal.



Modelo cosmológico de Kepler

1614

John Napier desarrolla logaritmos que reducen multiplicaciones y divisiones complejas a simples adiciones y sustracciones.

1622

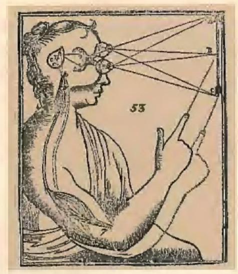
Se inventa la **regla de cálculo**, precedente de la calculadora.

1629

Números complejos, que tienen una parte real y una parte imaginaria basada en i, la raíz cuadrada de –1.

1637

René Descartes postula el **plano cartesiano,** en el que puntos y líneas están definidos por su distancia desde dos ejes determinados. Así podían verse patrones de números y las figuras convertirse en álgebra.



De Homine *de Descartes*

1638

Galileo descubre que la velocidad es proporcional al tiempo y la distancia al cuadrado del tiempo.

1452–1519

Leonardo da Vinci, artista e inventor del Renacimiento.

1523

El *Libro del cultivo* es el primer **manual inglés** sobre agricultura.

1543

Nicolás Copérnico demuestra que la Tierra gira alrededor del Sol.

1610

Primeras **observaciones astronómicas** con telescopio hechas por **Galileo Galilei.** En 1633, la Inquisición lo acusa de herejía por su postura a favor del heliocentrismo de Copérnico y se retracta de sus afirmaciones.

William Harvey descubre la circulación de la sangre.

Galileo

1612

Santorio Santorio es la primera persona que se sepa que midiera la temperatura humana con un termómetro.

1636

Se funda la futura **Universidad de Harvard.**

1640

Se obtiene **coque** a partir del carbón.

1492

Cristóbal Colón cruza el Atlántico, a lo que sigue la colonización europea del Caribe y las Américas.

1526

Babur, un descendiente de **Gengis Kan,** funda el Imperio mogol en la India.

1582

Se implanta el **calendario gregoriano** en parte de Europa.

Cristóbal Colón desembarca en el "Nuevo Mundo"

1588

Inglaterra derrota a la **Armada invencible española.**

1589

Por primera vez, en la Corte de Francia, se usan los **tenedores**.

1618–48

La Guerra de los treinta años del Sacro Imperio Romano comienza con la "defenestración de Praga".

La Armada invencible

1620

Los **padres peregrinos** llegan a Massachusetts.

1438

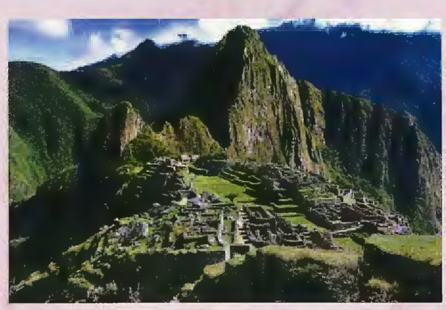
Construcción de **Machu Picchu** en Perú.

1564–1616

Vida del dramaturgo inglés **William Shakespeare.**

1597

Jacopo Peri escribe *Dafne*, la primera ópera europea.



Machu Picchu

S. XVI

Desarrollo de la **pintura de miniaturas** en la India.

1620

Grandes pintores y escultores como Rubens, Velázquez, Van Dyck y Bernini.

1634

Escenificación de la **Pasión de Cristo en Oberammergau**.

1637

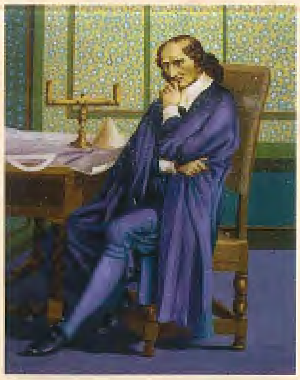
Abre el **primer teatro de la ópera público** en Venecia.

DÉCADA DE 1640

Periodo cumbre del pintor holandés **Rembrandt**.

1642

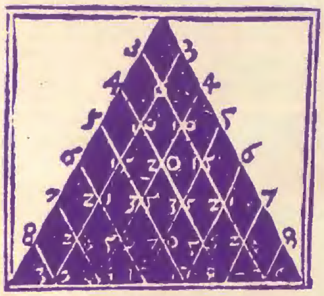
Blaise Pascal crea una calculadora mecánica.



Blaise Pascal

1653

El triángulo de Pascal se convierte en una herramienta usada para hallar coeficientes binomiales, números triangulares, tetraédricos, e incluso la base de los fractales.



Triángulo de Pascal

1654

Pascal y **Fermat** emplean las matemáticas de probabilidad para averiguar cómo ganar en el juego y predecir el futuro.

1665

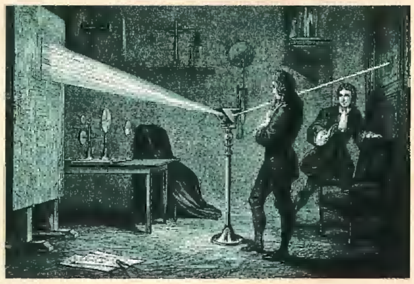
El **principio de inducción** utiliza las matemáticas para razonar desde lo conocido a lo desconocido.

1666

Isaac Newton y **Gottfried Leibniz** desarrollan independientemente, el cálculo infinitesimal.

1687

Newton expone las leyes matemáticas tras la fuerza de la **gravedad.**



Isaac Newton

1703

Los estudios de **Leibniz** sobre los números binarios (conocidos desde la Antigüedad) sientan las bases para la revolución digital.

1731

La **constante e** se utiliza para describir el desarrollo y la descomposición de los organismos.

1736

Leonhard Euler resuelve el problema de los **7 puentes de Königsberg** y enuncia la teoría de grafos.

1747

Buscando el modo de describir el movimiento de microorganismos, y sienta las bases de la microbiología y la bacteriología.

1641

Uso del **arsénico** con fines medicinales.

1643

Evangelista Torricelli inventa el barómetro.

Evangelista Torricelli

1650–1700

Comienza la **Ilustración europea**.

1660

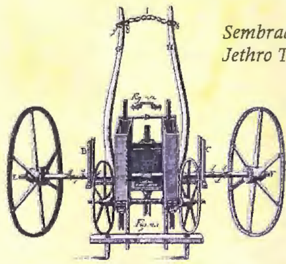
Se funda la **Royal Society** de Londres.

El químico escéptico, de **Robert Boyle,** supone el desarrollo de la química científica a partir de la alquimia.

1674

Usando lupas construidas por él mismo, **Anton van Leeuwenhoek** descubre por casualidad los

Microscopio de Leeuwenhoek



Sembradora de Jethro Tull

1637

El comercio holandés de **tulipanes** se desploma.

1640

Portugal se independiza de España.

1650

La **población** mundial se estima en **500 millones** de personas.

1663 y 1665

Plagas epidémicas en Londres y Ámsterdam.

1683

El **Imperio otomano** vive su periodo de máximo auge.

1692

Juicios por brujería en **Salem** (Massachusetts, EE. UU.).

1730

El **Imperio maratha** comienza su dominio en la India.

Juicios por brujería en Salem

1643

Comienza el culto al **café** en París (Francia).

1644–1737

Vida del lutier italiano **Antonio Stradivari**.

1648

La **cerámica holandesa de Delft** se hace popular.

1666

El **gran incendio de Londres** obliga a reconstruir gran parte de la ciudad.

1668

John Dryden se convierte en el primer poeta laureado en Inglaterra.

Porcelana china

1703

Pedro el Grande funda la ciudad de **San Petersburgo** en Rusia.

1708

Mil años después de que se inventara, el secreto de la **auténtica porcelana china** llega a Europa occidental.

1742

Representación de **El Mesías de Handel.**

3 cuerpos que se atraen mutuamente (como el Sol, la Tierra y la Luna), **Jean d'Alembert** y **Alexis Clairaut** descubren que no puede predecirse con precisión en un tiempo prolongado.

1748
La identidad de **Euler** relaciona números clave de matemáticas: 1, e, i, y π.

Leonhard Euler

1763
El **teorema de Thomas Bayes** relaciona la probabilidad del efecto con la de la causa.

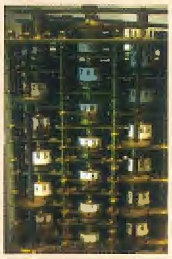
1796
El astrónomo **Nevil Maskelyne** usa las matemáticas para corregir la incertidumbre.

1798
Thomas Malthus expone que mientras la población crece de forma geométrica, los recursos alimenticios se incrementan de forma aritmética, y sugiere que las hambrunas son algo natural.

1799
Carl Friedrich Gauss demuestra que todas las ecuaciones polinomiales tienen solución, y así da pie al teorema fundamental del álgebra.

1822
Joseph Fourier transforma ondas complejas en un conjunto de ondas senoidales simples.

1823
Charles Babbage diseña la primera computadora mecánica.



Computadora Babbage

1829
Se **descubren nuevas geometrías,** además de la de Euclides, en las que las líneas rectas son curvas.

1835
Adolphe Quetelet aplica las matemáticas al ser humano y define el "hombre medio".

1837
Siméon Denis Poisson describe la distribución de acontecimientos de escasa probabilidad, como ser alcanzado por un rayo.

1843
William Hamilton esboza la teoría de que los reales son un subconjunto de los números complejos, y los números complejos un subconjunto de los cuaterniones.

1701
La **revolución agrícola** comienza con la sembradora de **Jethro Tull.**

1735
Carlos Linneo esboza el primer sistema para clasificar organismos vivos usando nombres de género y especie.

DÉCADA DE 1750
Comienza la **Revolución industrial** en Gran Bretaña.

Revolución Industrial

Edward Jenner vacunando a su hijo

1764
James Watt inventa la máquina de vapor, la primera que permite un movimiento rotatorio.

1796
Edward Jenner desarrolla la primera vacuna contra la viruela.

1800
Alessandro Volta construye una pila química, la primera pila eléctrica.

DÉCADA DE 1820
Se desarrollan los **procesos fotográficos.**

1825
Abre la primera **compañía ferroviaria pública** en Inglaterra.

1829
Se inventa la **máquina de coser.**

DÉCADA DE 1750
El **comercio de esclavos** está en pleno auge.

1757
Tras la batalla de Plassey, **Gran Bretaña** comienza su dominio en la India.

1775–83
Revolución americana / Guerra de la independencia.

1789
Revolución Francesa.

Revolución Francesa

1811–25
Guerras de independencia hispanoamericanas contra España.

1837
La **reina Victoria** asciende al trono británico.

1745
Escritores notables: Voltaire, Johnson y Swift, entre otros.

1750–1820
Desarrollo de la **música clásica** europea. Los grandes compositores de la época son Haydn, Mozart y Beethoven.

1767–1847
Tyagaraja tiene gran influencia en la música de la India.

1794
Ann Radcliffe introduce la novela gótica con *Los misterios de Udolfo.*

1800–50
Desarrollo del **Romanticismo** en el arte y la literatura europeos.

1818
Mary Shelley publica *Frankenstein,* que muchos consideran la primera novela de ciencia ficción.

1826–33
La pintura paisajística **japonesa** alcanza su cumbre con las *Treinta y seis vistas del monte Fuji* de **Hokusai.**

Monte Fuji

1835
Construcción del **Arco del Triunfo**, París.

1846
A través de las matemáticas se ubica **Neptuno,** antes de que sea visto con un telescopio.


Neptuno

1847
El **álgebra booleana** convierte problemas diarios en expresiones matemáticas.

1858
August Möbius describe la superficie curva cerrada de una sola cara que lleva su nombre.

1859
Bernhard Riemann propone la hipótesis de la función zeta, que parece mostrar un patrón en la distribución de los números primos. Esta hipótesis sigue sin desmostrarse.

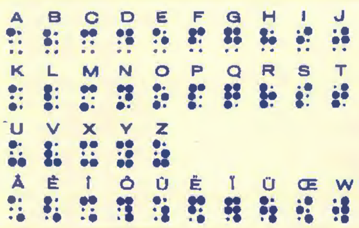
1871
La **distribución de Maxwell-Boltzmann** describe la distribución de las velocidades de las moléculas en un gas en equilibrio.


Richard Dedekind

1872
Richard Dedekind formaliza los **números irracionales,** que no pueden representarse como fracciones de otros números.

1874
Georg Cantor explica que hay una infinitud de conjuntos infinitos.

1834
Louis Braille presenta su sistema de lectura para ciegos.



Sistema Braille

1837
Aparecen los **daguerrotipos,** las primitivas fotografías.

1844
Morse envía el primer mensaje a través del **telégrafo**.

1850
Se instala el **primer cable submarino** que comunica Gran Bretaña y Francia.

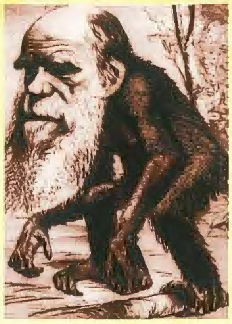

Instalando cable submarino

1855
Robert Bunsen inventa el quemador de gas que lleva su nombre.

Henry Bessemer inventa el horno de explosión, de gran ayuda para la industria del acero.

1859
Charles Darwin publica *El origen de las especies,* donde presenta la teoría de la evolución.

Se inventa el **motor de combustión interna.**


Caricatura de Charles Darwin

1861
James Clerk Maxwell consigue la primera fotografía en color. Además desarrolla las "ecuaciones de Maxwell", que explican la relación entre electricidad y magnetismo.

1845–49
Hambruna de la patata (Irlanda).

1846–48
Guerra entre México y EE. UU.

DÉCADA DE 1850
Pujanza del **Imperio británico.**

Desarrollo de la **clase obrera industrial.**

1854
Florence Nightingale moderniza la enfermería durante la guerra de Crimea.

1861
Se abole la **servidumbre** en Rusia.

1861–65
La **guerra civil** termina con la esclavitud en EE. UU.

1865
Asesinato del presidente de EE. UU. **Abraham Lincoln.**

1867
EE. UU. compra **Alaska** a Rusia..

1869
Se abre el **canal de Suez.**


Guerra civil americana

1840
Se introduce el uso de los **sellos postales** en Gran Bretaña, y pronto lo copian otros países.

1845
Se inventa el **béisbol** en EE. UU.

1848
Karl Marx y **Friedrich Engels** publican el *Manifiesto Comunista.*

C. DÉCADA DE 1850
Se desarrolla una tradición de **literatura negra africana secular** y periodismo.


Primer torneo de tenis en Wimbledon

1861
Se funda la **Cruz Roja** después de la sangrienta batalla de Solferino.

1874
Primera exposición de los **impresionistas,** en París.

1877
Se juega el primer **torneo de tenis** en **Wimbledon**, Londres (Inglaterra).

1879
Se establecen las reglas del juego del **fútbol americano.**

1886
La estatua de la Libertad, regalo de Francia, se levanta en EE. UU.

1890–1940
Modernismo, movimiento artístico representado por Paul Cezanne.

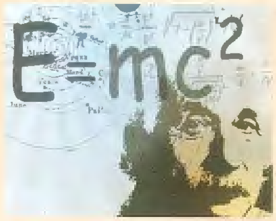
1888
Giuseppe Peano descubre algunas de las reglas fundamentales de los números naturales..

1889
Francis Galton muestra que las desviaciones aleatorias de un valor promedio forman una **campana de Gauss.**

1895
La **topología** define propiedades de una figura que no se deforma.

1900
David Hilbert presenta 23 problemas matemáticos para resolver en el nuevo siglo.

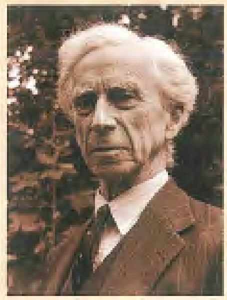
1905
La famosa ecuación de **Einstein, $E=mc^2$** relaciona la masa con la energía.



Albert Einstein

1906
Se desarrollan las cadenas de **Márkov** para describir procesos que dependen solo de su estado previo inmediato.

1908
La **genética de poblaciones** explica cómo funcionan en la práctica los descubrimientos de Gregor Mendel.


Bertrand Russell

1913
Bertrand Russell reduce las matemáticas a un conjunto de principios lógicos.

1866
Louis Pasteur descubre la pasteurización.

Alfred Nobel inventa la dinamita.

Gregor Johann Mendel enuncia sus leyes de la herencia genética.

1869
Dmitri Mendeleev propone una tabla "periódica" de elementos.

1876
Alexander Graham Bell inventa el teléfono.

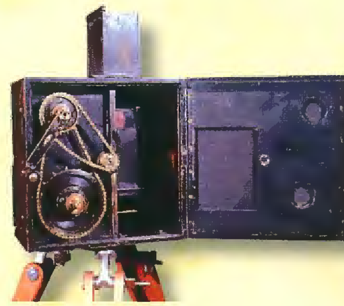
1877–83
Thomas Edison inventa el fonógrafo y la bombilla.


Alexander Graham Bell

1887
Heinrich Hertz prueba la existencia de las ondas electromagnéticas o de radio.

1895
Wilhelm Röntgen descubre los rayos X.

Louis Lumière inventa la cámara de cine.


Proyector de Lumière

c.1880
Comienza la **carrera por el dominio de África** entre las naciones europeas.

1893
Nueva Zelanda es el primer país del mundo en conceder el **voto a las mujeres.**

1900
La **rebelión de los bóxers** contra la influencia extranjera en China termina con una humillante derrota para China y la apertura del país al comercio occidental.


Trincheras en la I Guerra Mundial

1912
El ***Titanic*** se hunde tres horas después de chocar contra un iceberg en el Atlántico y mueren 1.503 personas.

1914–18
Primera Guerra Mundial.

1914
Se abre el **Panama Canal**.

1917
Revolución rusa.

1918–19
Una **epidemia mundial de gripe** mata a 20 millones de personas.

1919
Se forma la **Liga de las Naciones,** precursor de Naciones Unidas.

1919–33
Ley seca en EE. UU.

1920
El **Imperio británico** alcanza su máxima extensión.

1891
Se inventa el **baloncesto**.

1896
Primeros **Juegos Olímpicos** modernos en Grecia.

1899–1900
Sigmund Freud publica sus teorías sobre el subconsciente e introduce el moderno **psicoanálisis**.

1907
María Montessori introduce el método Montessori de escuelas para niños pequeños.

1909
Sergei Diaghilev funda la compañía Ballets Rusos, con bailarines como Anna Pavlova y Vaslav Nijinsky, y la música de Igor Stravinsky.


Maria Montessori y el Dr. Mclure, 1914

1909–12
Pablo Picasso y **Georges Braque** desarrollan el **Cubismo.**

c.1910
El **jazz** se abre camino en EE. UU.

1911
Abre el primer estudio de Hollywood.

1913
Se publica el primer **crucigrama**, creado por Arthur Wynne, en el periódico *New York World.*

DÉCADA DE 1920
El **surrealismo** se extiende por todo el mundo en todas las formas artísticas.

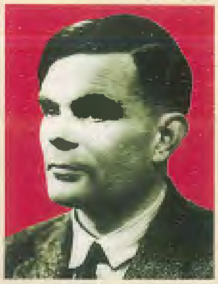
1920–1930
Walter Gropius funda el estilo artístico y arquitectónico **Bauhaus** en Weimar (Alemania).

1926
La **mecánica cuántica** describe las leyes físicas del universo subatómico.

1931
El **teorema de Kurt Gödel** muestra que cualquier sistema axiomático formal contiene proposiciones indecidibles. Hay cuestiones en matemáticas que nunca podrán responderse.

1936
Alan Turing idea una máquina hipotética operada por algoritmos, lo que conducirá a la moderna computadora digital.

John Charles Fields otorga una medalla como distinción para los mejores matemáticos.


Alan Turing

1944
Se desarrolla la **teoría de juegos,** aplicada a la economía, la estrategia militar y la política.

1948
Los **números binarios** se usan para transmitir datos y comprobar que llegan correctamente.

1961
Edward Lorenz impulsa la **teoría del caos** para explicar el comportamiento impredecible de fenómenos naturales como el clima o el mercado de acciones.

1972
La **teoría de las catástrofes de René Thom** utiliza las matemáticas para explicar cómo un pequeño cambio puede conducir a una consecuencia de gran envergadura.

1900
Max Planck introduce la **teoría cuántica**, que sugiere que la energía se mueve en pequeños paquetes, o cuantos, y no en un flujo continuo.

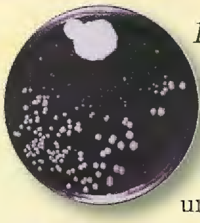
1901
Se conceden los primeros **Premios Nobel.**

Guillermo Marconi lleva a cabo la primera transmisión de radio sin cables.

1926
John Logie Baird inventa la televisión.

1927
Principio de incertidumbre de **W. Heisenberg.**

Erwin Schrödinger propone el experimento imaginario del "gato de Schrödinger".


Placa de Petri de Fleming

1928
Alexander Fleming descubre la penicilina.

1929
Edwin Hubble descubre que el universo se expande.

1935
Se fabrica **nailon** de un derivado del petróleo.

1945
Se lanzan las **bombas atómicas** sobre **Hiroshima** y **Nagasaki** en Japón.

1953
Francis Crick James Watson descubren la estructura del ADN (ácido desoxirribonucleico).


Yuri Gagarin

1927–49
La **guerra civil china** termina con la victoria de los comunistas y la fundación de la **República Popular China** de Mao.

1932
Se establece el reino de **Arabia Saudí.**

1936–39
Guerra civil española.


República Popular China

1939–45
II Guerra Mundial.

1945–80
Guerras de independencia contra las potencias coloniales europeas en Asia y África.


Bombardeo de Londres

1946
1ª reunión de la **Asamblea General de Naciones Unidas.**

1950–53
Guerra de Corea.

DÉCADA DE 1950
El uso de la **píldora anticonceptiva** empieza a cambiar la sociedad.


Píldora anticonceptiva

El **Art Déco** surge en Francia e influye en el diseño en todo el mundo.


El edificio Empire State, de estilo Art Déco

1922
Howard Carter descubre la tumba de **Tutankamón** en Egipto.

La **BBC** transmite su primer programa de radio.

FINALES DE LA DÉCADA DE 1940
El **movimiento posmodernista** en arquitectura, arte y literatura se extiende por todo el mundo.


Howard Carter

1953
Edmund Hillary y el **Sherpa Tensing Norgay** son los primeros montañeros en coronar el Everest.

1950–1960
Warhol, Lichtenstein y **Hockney** son ejemplos del llamado arte pop.

1955
Nace el **rock and roll**.

1975

Benoit Mandelbrot define **fractal.**

1976

Los **ordenadores** aportan nuevos tipos de pruebas, como contestar a la pregunta: ¿cuántos colores hacen falta para colorear cualquier mapa de modo que ninguna zona sea del mismo color que sus vecinas? Solo puede responderse con un cálculo completo de todas las soluciones posibles hecho por ordenador.

Fractal

1977

El **sistema criptográfico de clave pública RSA** hace que sea seguro intercambiar datos a través de Internet.

1985

Finaliza un **trabajo conjunto,** en el que participan cientos de matemáticos a lo largo de 30 años, con la clasificación de los grupos finitos simples.

1987

La **criticalidad autoorganizada** se propone como respuesta al problema de cómo un universo complejo y variado puede surgir de unas pocas leyes simples.

1955

Jonas Salk presenta su vacuna contra la polio.

1961

Yuri Gagarin (Rusia) es el primer hombre en viajar al espacio.

1969

Primer **aterrizaje tripulado en la luna** (Apolo XI). Neil Armstrong y Buzz Aldrin son los primeros hombres que pisan la superficie lunar.

1974

Paul Berg detiene sus investigaciones en ingeniería genética sobre las bacterias al darse cuenta de los peligros potenciales, y coordina unas guías internacionales sobre ingeniería genética.

1974–83

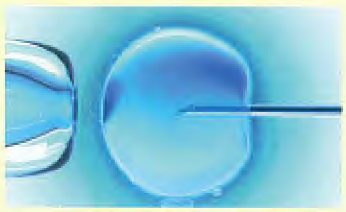
Subrahmanyan Chandrasekhar predice la existencia de los agujeros negros.

1976

Despega el supersónico avión **Concorde**.

1979

Nace el primer **niño probeta.**



Inseminación in vitro

1981

Se lanza el programa del **transbordador espacial** americano.

Se identifica el virus del **SIDA** (síndrome de inmunodeficiencia adquirida).

Stephen Hawking

1983

Se pone a la venta al público el primer **teléfono móvil.**

1953–59

Revolución cubana, encabezada por **Fidel Castro** y **Che Guevara**.

1957

Se abre el **Canal de Suez**.

Fundación de la **C.E.E.**

1961

Construcción del **muro de Berlín.**

Muro de Berlín

1962

Crisis de los misiles (Cuba). La guerra nuclear entre EE. UU. y la URSS por el armamento de Cuba se evita por poco.

1963

Asesinan a **J. F. Kennedy** en Dallas (Texas).

1965–73

Guerra de Vietnam.

1967–75

Guerra civil de Camboya.

1968

Asesinan al líder **defensor de los derechos civiles, Martin Luther King Jr.**

1979

Revolución iraní. Comienza un régimen fundamentalista islámico.

1979–89

Rusia invade Afganistán.

1980

Irak declara la guerra a Irán. El conflicto dura hasta 1988.

1986–7

El primer ministro soviético **Mijaíl Gorbachov** anuncia la *glásnost* y la *perestroika*: reformas económicas y liberales.

1987

El **mercado de valores de N. York** se desploma en el "lunes negro".

1988

270 personas mueren en el atentado del **vuelo Pan Am 103,** derribado en Lockerbie (Escocia).

1989

El ***Exxon Valdez*** vierte millones de litros de petróleo en la costa de Alaska.

1989–90

Caída del **muro de Berlín** y reunificación de Alemania.

1990

Liberan al líder antiapartheid

Bill Haley y Elvis Presley

DÉCADA DE 1960

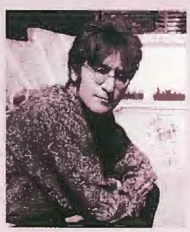
Los **Beatles** ganan fama internacional.

1962

Encuentran muerta a **Marilyn Monroe.**

1968

Se estrena **2001: una odisea en el espacio.**



John Lennon

1974

Aparece la música **punk rock.**

1980

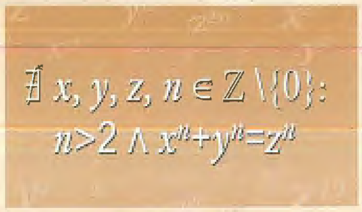
Asesinan a **John Lennon** en Nueva York.

DÉCADA DE 1980

Se populariza la **música rap.**

1985

Los conciertos de rock más grandes del mundo, **Live Aid,** tienen lugar en Londres y Philadelphia.



Último teorema de Fermat

1995

Andrew Wiles demuestra el último teorema de Fermat.

1996

El programa de ordenador **Equational Prover** demuestra por 1ª vez una conjetura matemática.

2000

El **Instituto Clay de Matemáticas** establece los 7 problemas del milenio, premiados con 1.000.000 $.

2006

La hipótesis de Poincaré:

Grigori Perelman resuelve el 1er problema del milenio, pero rechaza el galardón.

2011

Google ofrece π miles de millones de dólares por las patentes de una firma de la competencia.

1988

Stephen Hawking publica *Breve historia del tiempo,* que populariza la física y la cosmología.

1989

Sidney Altman and **Thomas R. Cech** reciben el Nobel por su descubrimiento de la función catalítica del ARN (ácido ribonucleico) en genética.

Tim Berners-Lee desarrolla la **World Wide Web**.

1996

Primera **clonación animal:** la oveja Dolly en **Escocia**.

Se introducen las **cosechas genéticamente modificadas.**

1997

Una **sonda exploratoria** aterriza en Marte.

1998

Comienzan los trabajos de la **Estación espacial internacional.**

1999

Los **ordenadores Apple** incorporan conexiones wifi.

2000

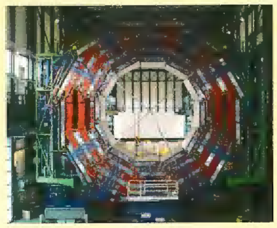
Se descifra el **código genético humano.**

2004

Fundación de la red social de internet **Facebook**.

2005

Un **oleoducto** conecta el mar Caspio con el Mediterráneo.



The Large Hadron Collider

2007

Se desarrolla un **chip de memoria orgánico** a partir de células nerviosas.

2008

Se termina el **gran colisionador de hadrones,** cerca de Ginebra.

2009

Se desarrollan **terapias genéticas** eficaces para algunas enfermedades.

2010

Lanzamiento del **iPad de Apple**.

2011

Descubrimiento del planeta más similar a la Tierra hasta el momento: **Kepler 22b.**

Nelson Mandela en Sudáfrica después de 27 años en prisión.

1990–91

Desintegración de la U.R.S.S.

1990–94

Guerra civil en Ruanda.

1991–2001

Guerra civil de Yugoslavia.

1991

Primera guerra del Golfo. Una fuerza internacional libera Kuwait de la invasión iraquí de Sadam Hussein.

1994

Abre el **Eurotúnel**, que comunica Gran Bretaña con Francia.

Live Aid, estadio Wembley

Nelson Mandela elegido presidente en las primeras elecciones multirraciales de Sudáfrica.

1997

La **"gripe aviar"** causa pánico en todo el mundo.

2001

9-S: varios terroristas estrellan aviones secuestrados contra las torres gemelas del World Trade Center (N. York), y el Pentágono (Washington D. C.).

EE. UU. lidera la **"guerra al terrorismo"** contra los talibanes en Afganistán.

2003

II guerra del Golfo. EE. UU. lidera la invasión de Irak para derrocar a Sadam Husein.

Saddam Hussein

El virus del **SRAG** (síndrome respiratorio agudo grave) se extiende por todo el mundo.

2004

Ataque terrorista en varios trenes en Madrid.

Terremoto en el océano Índico: el subsiguiente tsunami mata a unas 200.000 personas en 11 países.

Rebeldes chechenos secuestran a cientos de niños en una escuela de Beslán (Rusia). Muchos mueren en el rescate.

2005

Irak celebra sus primeras elecciones libres en más de 50 años.

Ataques terroristas en Londres.

El **huracán Katrina** arrasa Nueva Orleans (EE. UU.).

Huracán Katrina

2008

La **crisis de la banca** en EE. UU. conduce a la recesión global.

Un **grupo terrorista** mata a 173 personas en Bombai (India).

2009–10

La **"gripe porcina"** provoca el pánico global.

2010

La plataforma petrolífera **Deepwater Horizon** explota en el Golfo de México.

N.º 5 (1948), de **Jackson Pollock,** se vende por la cifra récord de 140 millones de dólares.

2009

Muere **Michael Jackson**. Conocido como el "rey del pop", según el Libro Guiness de los récords fue el artista con mayor éxito de todos los tiempos.

2010

El Burj Khalifa de Dubái es el edificio más alto del mundo: 829,84 metros.

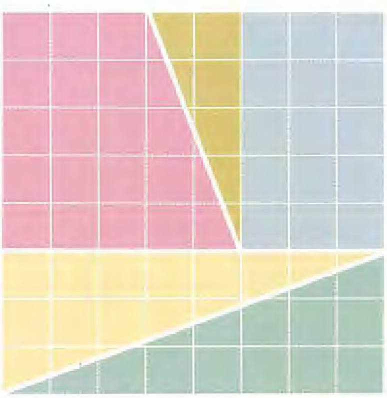
Enigmas matemáticos

LAS MATEMÁTICAS NO TIENEN POR QUÉ SER SERIAS. MUCHOS DE LOS DESCUBRIMIENTOS QUE HAN CAMBIADO EL MUNDO SURGIERON DE JUEGOS CON NÚMEROS. PRESENTAMOS AQUÍ ALGUNAS CURIOSIDADES, QUIZÁS INTRASCENDENTES, A MENUDO BONITAS, Y MUCHAS VECES REVELADORAS. PERO SOBRE TODO, SON DIVERTIDAS.

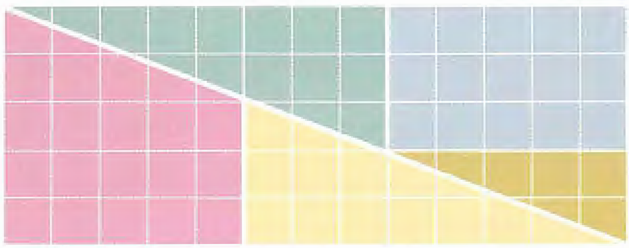
La paradoja de Hooper

LA SUCESIÓN DE FIBONACCI ESTÁ LLENA DE RELACIONES OCULTAS. Este juego apareció por primera vez en el libro de William Hooper de 1794, *Recreaciones racionales.*

Hay una curiosa relación entre tres números consecutivos cualesquiera de la sucesión de Fibonacci. La cifra que resulta de multiplicar el primer número por el tercero siempre es una unidad mayor o menor que el cuadrado del segundo, como en la secuencia: 5, 8, 13; $5 \times 13 = 8^2 + 1$. De otra manera: si reconvertimos un cuadrado de 8 x 8 en un rectángulo de 5 x 13, cuenta los cuadrados en cada figura; ¿de dónde sale el cuadrado de más? (Respuesta: las figuras no encajan a la perfección, y los fragmentos que sobran se suman hasta formar un cuadrado más).



8 x 8 = 64

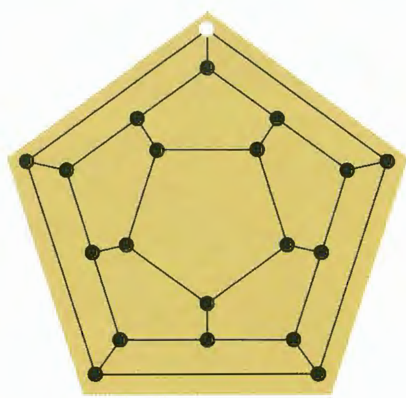


5 x 13 = 65

El juego del dodecaedro

ESTE JUEGO LO INVENTÓ WILLIAM ROSAN HAMILTON (MÁS CONOCIDO POR LOS CUATERNIONES) COMO PARTE DE SU INVESTIGACIÓN EN LA TEORÍA DE GRAFOS. Descubrió la clave matemática detrás de los circuitos en los que se podía trazar un recorrido desde uno de los vértices y pasando por todos los demás.

Busca un trayecto que en este dodecaedro, comience en un vértice y acabe en el mismo punto, pasando por los otros 19 solo una vez.



La criba de Eratóstenes

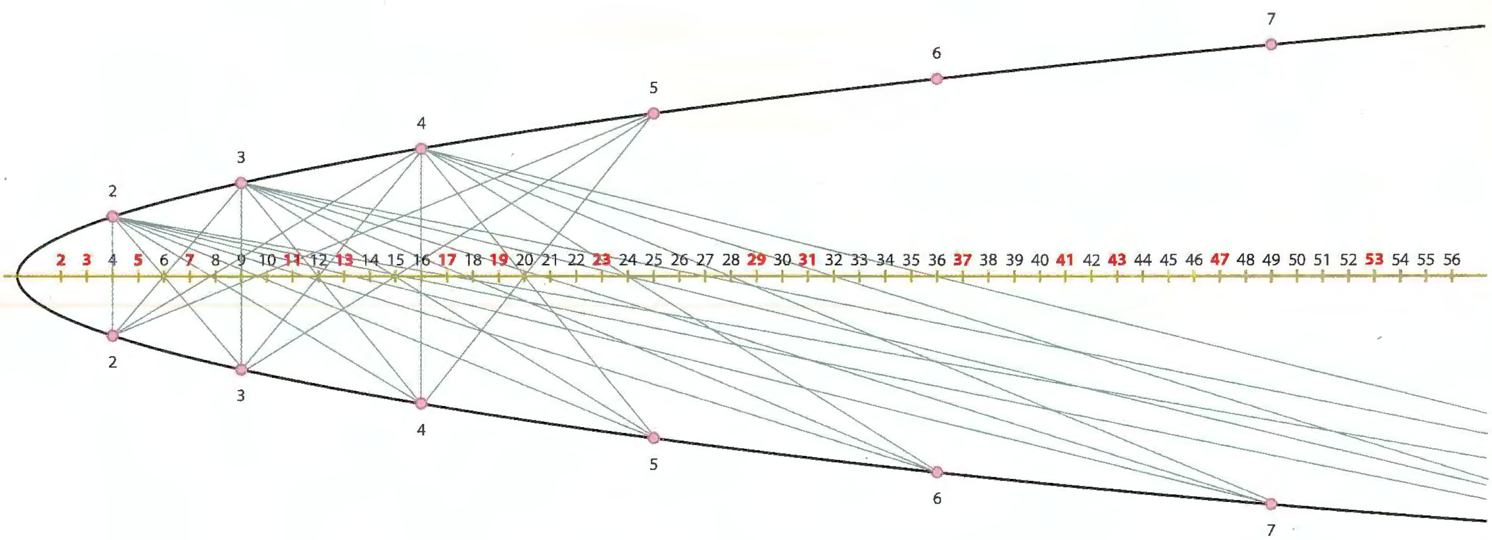
En el s. II a. C., el filósofo griego Eratóstenes desarrolló una "criba" matemática para hallar números primos. 2.200 años después, esta criba ha sido reconfigurada muchas veces. La que exponemos aquí emplea una gran curva parabólica que muestra cómo las sucesivas multiplicaciones van pasando por encima de los números compuestos y solo los misteriosos números primos quedan libres.

1 Las dos ramas de la parábola están divididas por un eje horizontal, que tiene escrita una secuencia de números enteros mayores que 1. El número 1 no se incluye porque no es ni primo ni compuesto. De hecho, es la unidad a partir de la cual se crean todos los números.

2 Los números naturales también se escriben a lo largo de los dos brazos de la parábola y se dibuja una línea perpendicular que corresponde al cuadrado de cada uno de ellos: hay una línea que une el 2, a través del 4 del eje, con el 2 del otro lado de la parábola; el 3 pasa por el 9, el 4 por el 16, y así sucesivamente.

3 Cuando todos los números del eje están unidos a sus raíces cuadradas en la parábola, cada punto de uno de los brazos se une con todos los demás del otro brazo. Cada segmento corta el eje por el producto de los dos números que quedan unidos. Por ejemplo, el segmento que une el 2 con el 3 corta el eje por el número 6.

4 Cuando están hechas todas las intersecciones posibles, los únicos puntos del eje que no tengan ningún segmento cruzándolos serán los números primos.



Los extraños números primos

NO HAY PATRONES EN LOS NÚMEROS PRIMOS, PERO ESTO NO NOS HA IMPEDIDO DEJAR DE BUSCARLOS. Aquí tenemos algunos de los más raros que han aparecido. ¿Significan algo? En realidad nadie lo sabe.

1 El número 11111111111111111111111 (veintitrés unos seguidos) es primo.

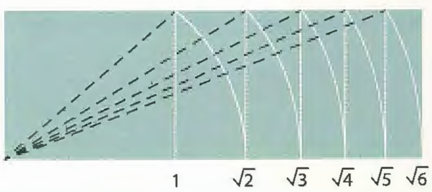
2 El número 91 es compuesto (91 = 13 x 7), pero si introducimos secuencias de nueves y ceros en medio de este número, los que resultan van turnándose entre primos y compuestos:
91, compuesto.
9901, primo.
999001, compuesto.
99990001, primo.
9999900001, compuesto.
999999000001, primo.
99999990000001 ,compuesto.
9999999900000001, primo.
999999999000000001, compuesto
Pero el siguiente, 99999999990000000001, ¡también es compuesto!

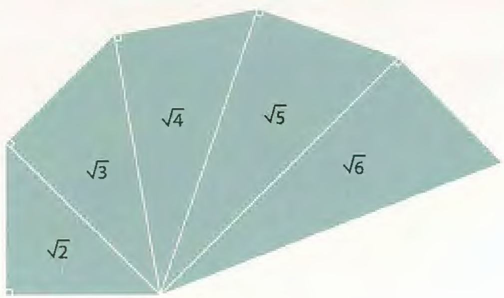
3 313 es el único primo palíndromo (que se lee igual de derecha a izquierda que de izquierda a derecha) de tres dígitos. Esta propiedad se mantiene en base 2 y en base 10, y es el único número primo de tres dígitos que la cumple: $313_{10} = 100111001_2$. Curiosamente, $100.111.001_{10}$ es también un número primo.

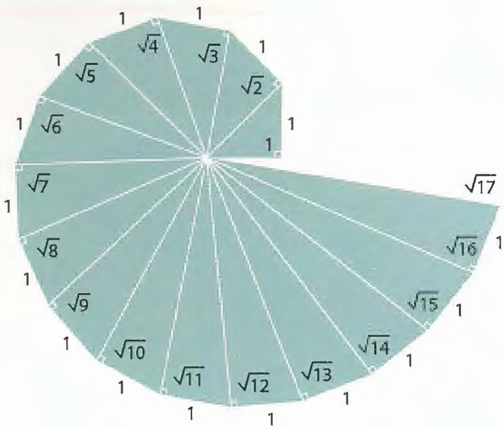
La espiral de Teodoro

TAMBIÉN CONOCIDA COMO ESPIRAL DE RAÍCES CUADRADAS, ESTA ESTRUCTURA TOMA SU NOMBRE DE TEODORO DE CIRENE, UN FILÓSOFO GRIEGO DEL S. V QUE AFRONTÓ el espinoso problema de los números irracionales cuando empezó a disminuir la influencia de la escuela pitagórica. ¿Te resulta familiar? Puede verse reflejada en muchas formas de la naturaleza.

Esta espiral está formada por una serie de triángulos rectángulos, todos con uno de los catetos de la misma medida. El otro cateto tiene la longitud de la hipotenusa del triángulo que lo precede.







El problema del trigo y el tablero de ajedrez

CUENTA LA LEYENDA QUE, CUANDO UN ANTIGUO MAESTRO INDIO DE AJEDREZ (ALGUNOS DICEN QUE SU INVENTOR), PRESENTÓ ESTE JUEGO A SU REY, HIZO UN TRATO CON ÉL. Si el rey hubiera respetado el acuerdo, tendría que haber dado al maestro todo su reino, y aún estaría en deuda con él.

El maestro de ajedrez pidió que se pusiera un grano de trigo en la primera casilla del tablero, y en cada una de las siguientes el doble que en la anterior, de manera que hubiera dos en la segunda, cuatro en la tercera, y así sucesivamente, y que se le diera el total. ¿Cuántos granos de trigo le debía el rey al llegar a la casilla 64?

18.446.744.073.709.551.615, o 18,4 trillones de granos (más de los que hay en la Tierra).

1	2	4	8	16	32	64	128
256	512	1024	2048	4096	8192	16384	32768
65536	131 072	262 144	524 288	1 048 576	2 097 152	4 194 304	8 388 608
16 777 216	33 554 432	67 108 864	134 217 728	268 435 456	536 870 912	1 073 741 824	2 147 483 648
4 294 967 296	8 589 934 592	17 179 869 184	34 359 738 368	68 719 476 736	137 438 953 472	274 877 906 944	549 755 813 888
1 099 511 627 776	2 199 023 255 552	4 398 046 511 104	8 796 093 022 208	17 592 186 044 416	35 184 372 088 832	70 368 744 177 664	140 737 488 355 328
281 474 976 710 656	562 949 953 421 312	1 125 899 906 842 624	2 251 799 813 685 248	4 503 599 627 370 496	9 007 199 254 740 992	18 014 398 509 481 984	36 028 797 018 963 968
72 057 594 037 927 936	144 115 188 075 855 872	288 230 376 151 711 744	576 460 752 303 423 488	1 152 921 504 606 846 976	2 305 843 009 213 693 952	4 611 686 018 427 387 904	9 223 372 036 854 775 808

Números “taxicab”

RARA VEZ UNA VISITA DE UN PROFESOR A UN ESTUDIANTE QUE ESTÁ EN EL HOSPITAL DA COMO RESULTADO UN NUEVO CONJUNTO DE NÚMEROS. Pero un genio como el de Srinivasa Ramanujan es igualmente raro, como lo son sus números taxicab.

Cuando el catedrático de matemáticas de Cambridge Godfrey Hardy visitó a su protegido, Srinivasa Ramanujan, un genio hindú de las matemáticas, que estaba en un sanatorio en Putney (Londres), en 1917, con síntomas de tuberculosis, Hardy comentó que el taxi que lo había traído desde la estación era el número **1-7-2-9**. Dijo que era un número muy aburrido (quizás con la intención de iniciar una insustancial charla matemática). Ramanujan no estuvo de acuerdo: “Es el número más pequeño que puede expresarse como la suma de dos cubos de dos formas diferentes”.

$\mathbf{1{,}729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3}$

Hasta la fecha solo se han encontrado seis números “taxicab”.

Ta(1) = **2**

Ta(2) = **1.729**

Ta(3) = **87.539.319**

Ta(4) = **6.963.472.309.248**

Ta(5) = **48.988.659,276.962.496**

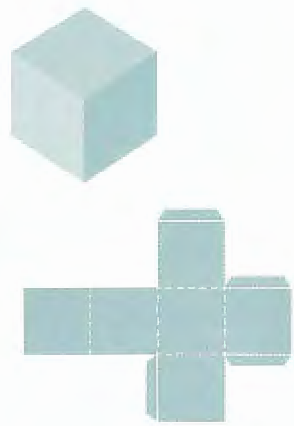
Ta(6) = **24.153.319.581.254.312.065.344**

Sólidos platónicos

ESTOS FAMOSOS SÓLIDOS REGULARES ESTÁN FORMADOS POR CARAS IDÉNTICAS, TAMBIÉN REGULARES. Solo hace falta paciencia y habilidad para crearlos.

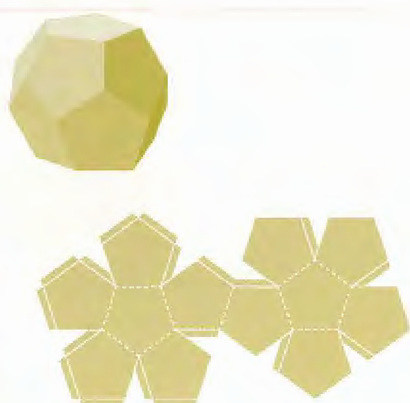
Los poliedros están formados por triángulos equiláteros, cuadrados y pentágonos regulares. Usando estas formas, reproduce estos modelos para crear tu propio conjunto de sólidos platónicos.

Tetraedro



Cubo

Octaedro



Dodecaedro

Icosaedro

Números pitagóricos

PARA PITÁGORAS Y SUS SEGUIDORES, TODO EMPEZABA Y TERMINABA CON LOS NÚMEROS. Los antiguos matemáticos tenían sus propias familias y clases de números, basadas tanto en la superstición como en las matemáticas.

Los números naturales se dividían en cuatro clases:

- Parmente par: números pares cuya mitad es par.
- Imparmente par: números pares cuya mitad es impar.
- Parmente impar: números que, al dividirse entre un número impar, dan un número par.
- Imparmente impar: números impares que solo tienen divisores impares.

Los números en el espacio

Los *números lineales* son en términos pitagóricos aquellos que no tienen divisores (de hecho, los números primos).

Los *números planos* son el producto de dos números que forman sus lados (en un plano).

Los *números sólidos* son el producto de tres números que forman sus lados (en el espacio).

Los números cuadrados son el producto de un número multiplicado por sí mismo.

Los *números cúbicos* son el producto de un número multiplicado por sí mismo dos veces.

La estructura de los números

Los *números deficientes* son aquellos mayores que la suma de sus divisores. P. ej., 4 es deficiente porque sus únicos divisores exactos son 1 y 2.

Los *números abundantes* son aquellos menores que la suma de sus divisores. El 12 es abundante (1, 2, 3, 4 y 6 suman 16.)

Los *números perfectos* son aquellos iguales a la suma de sus divisores (p. ej.: 6 = 1 + 2 + 3).

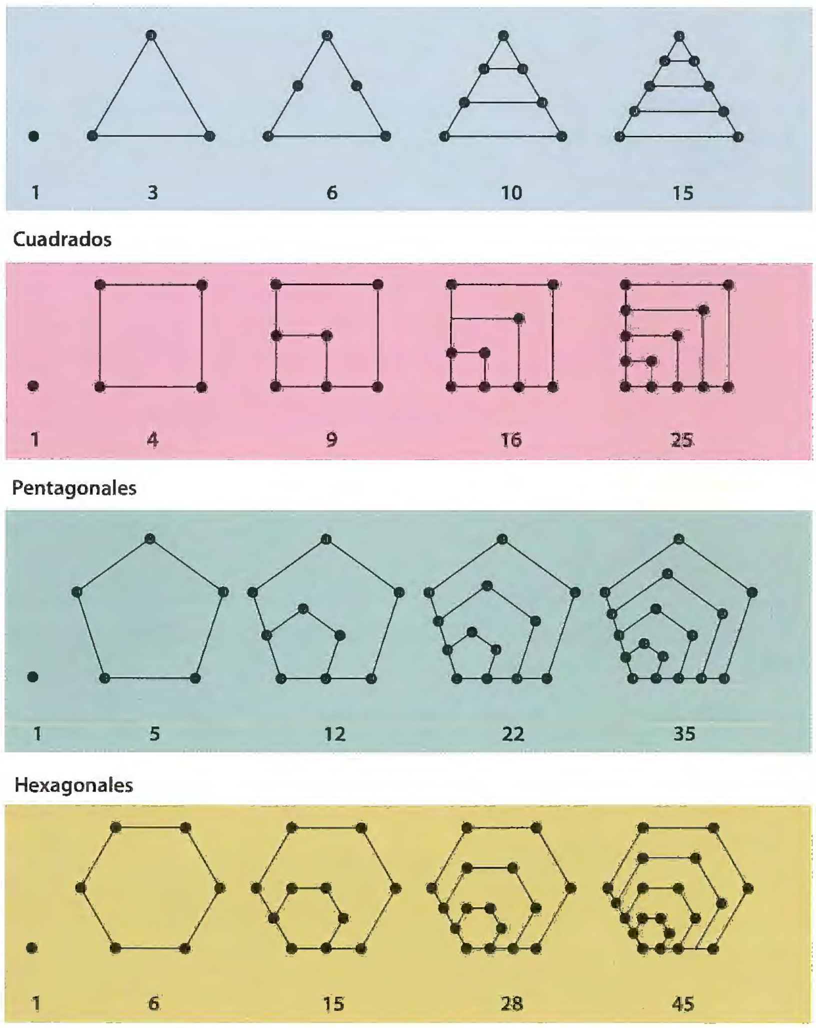
Los números amigables

Son dos números donde cada uno de ellos es igual a la suma de los divisores del otro. Los pitagóricos solo conocían el **220** y el **284**.

284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 (suma de los divisores de **220**)
220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142 (los divisores de **284**)

Números poligonales

Triangulares



Pi, *e* y phi

ESTAS TRES CONSTANTES MATEMÁTICAS SON TRASCENDENTALES: NO SOLO NO TERMINAN NUNCA, SINO QUE SUS DECIMALES NUNCA FORMAN PATRONES REPETITIVOS. La extraordinariamente equilibrada frecuencia de los dígitos en el primer millón de decimales de π ilustra justamente eso. ¿O quizás estemos pasando algo por alto? Compruébalo por ti mismo.

Frecuencia de dígitos en π

0	**99.999.485.134**
1	**99.999.945.664**
2	**100.000.480.057**
3	**99.999.787.805**
4	**100.000.357.857**
5	**99.999.671.008**
6	**99.999.807.503**
7	**99.999.818.723**
8	**100.000.791.469**
9	**99.999.854.780**
Total	**1.000.000.000.000**

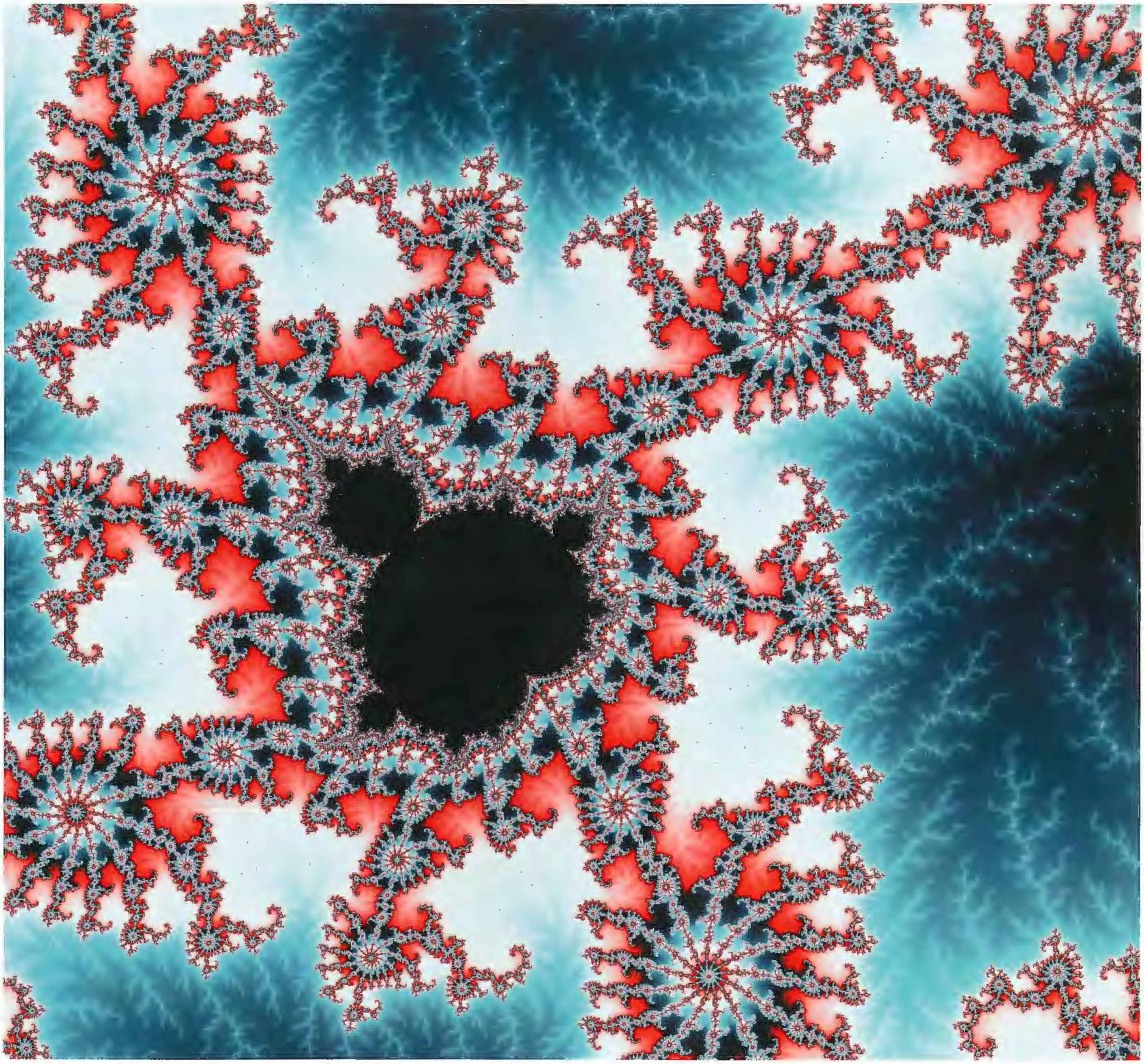
π = 3,1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923
078164062862089986280348253421170679821480865132823066470938446095505
822317253594081284811174502841027019385211055596446229489549303819644
288109756659334461284756482337867831652712019091456485669234603486104
543266482133936072602491412737245870066063155881748815209209628292540
917153643678925903600113305305488204665213841469519415116094330572703657595919530921861173819 3
261179310511854807446237996274956735188575272489122793818301194912983367336244065664308602139
494639522473719070217986094370277053921717629317675238467481846766940513200056812714526356082
778577134275778960917363717872146844090122495343014654958537105079227968925892354201995611212
902196086403441815981362977477130996051870721134999999837297804995105973173281609631859502445
945534690830264252230825334468503526193118817101000313783875288658753320838142061717766914730
359825349042875546873115956286388235378759375195778185778053217122680661300192787661119590921
642019893809525720106548586327886593615338182796823030195203530185296899577362259941389124972
177528347913151557485724245415069595082953311686172785588907509838175463746493931925506040092
770167113900984882401285836160356370766010471018194295559619894676783744944825537977472684710
404753464620804668425906949129331367702898915210475216205696602405803815019351125338243003558
764024749647326391419927260426992279678235478163600934172164121992458631503028618297455570674

e **= 2,71828**1828459045235360287471352662497757247093699959574966967627724076630353547594571382178
525166427427466391932003059921817413596629043572900334295260595630738132328627943490763233829 8
807531952510190115738341879307021540891499348841675092447614606680822648001684774118537423454 4
243710753907774499206955170276183860626133138458300075204493382656029760673711320070932870912 7
443747047230696977209310141692836819025515108657463772111252389784425056953696770785449969967 9
468644549059879316368892300987931277361782154249992295763514822082698951936680331825288693984 9
646510582093923982948879332036250944311730123819706841614039701983767932068328237646480429531 1
802328782509819455815301756717361332069811250996181881593041690351598888519345807273866738589 4

phi = 1,6180339887498948482045868343656381177203091798057628621354486227052604628189024970720720
418939113748475408807538689175212663386222353693179318006076672635443338908659593958290563832
266131992829026788067520876689250171169620703222104321626954862629631361443814975870122034080
588795445474924618569536486444924104432077134494704956584678850987433944221254487706647809158
846074998871240076521705751797883416625624940758906970400028121042762177111777805315317141011
704666599146697987317613560067087480710131795236894275219484353056783002287856997829778347845
878228911097625003026961561700250464338243776486102838312683303724292675263116533924731671112

El conjunto de Mandelbrot

ESTE FRACTAL PODRÍA CONFUNDIRSE FÁCILMENTE CON UNA CRIATURA DE LOS SESENTA, CON ESA ESTÉTICA PSICODÉLICA DE TIENDA DE "MARÍA". Sin embargo, se representó por primera vez en una impresión informática en 1978, aunque las ejecuciones a todo color tendrían que esperar casi una década. Aparte de eso, la imagen habla por sí sola.



Cuadrados mágicos

EN ESTE, UNO DE LOS ROMPECABEZAS MATEMÁTICOS MÁS ANTIGUOS, lo divertido no es hacer las sumas (a izquierda, a derecha, arriba y abajo, incluso en diagonal, todas dan el mismo resultado) sino juntar los cuadrados.

Cada cuadrado tiene una constante mágica: el número que suman todos los demás de una fila. La fórmula es $n(n^2 + 1)/2$, donde n es el "orden" o número de cifras en cada fila, columna o diagonal, y se emplean los números del 1 a n^2. Estos son cuadrados de orden 3 a 9, incluyendo el original, el cuadrado de Lho Shu (orden 3), que se creía revelado por las marcas (trigramas chinos) en el caparazón de una tortuga que salió de un río.

15

4	9	2
3	5	7
8	1	6

34

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

65

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

111

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

175

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	32	8

260

8	58	59	5	4	62	63	1
49	15	14	52	53	11	10	56
41	23	22	44	45	19	18	48
32	34	35	29	28	38	39	25
40	26	27	37	36	30	31	33
17	47	46	20	21	43	42	24
9	55	54	12	13	51	50	16
64	2	3	61	60	6	7	57

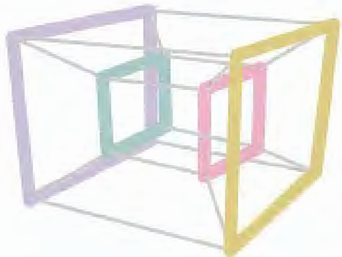
369

37	78	29	70	21	62	13	54	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45

Rotación de un teseracto

PUEDE QUE HAGA FALTA MIRARLO UN RATO. UN TESERACTO ES UN CUBO EN CUATRO DIMENSIONES. UNA LÍNEA TIENE UNA DIMENSIÓN, UN CUADRADO TIENE DOS DIMENSIONES, Y UN CUBO TIENE TRES. ¿Y por qué no más? Comó cabría esperar, un objeto con cuatro dimensiones tiene algunas propiedades muy interesantes.

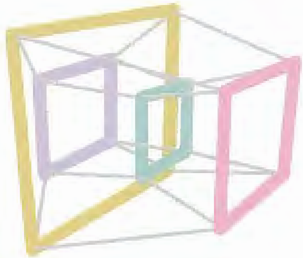
Una estructura en 4D supera la percepción humana. Incluso representar un cubo en 3D sobre una página de dos dimensiones requiere habilidades para el dibujo, de modo que una forma en 4D sobre una superficie plana es un doble reto (o más bien un reto al cuadrado). Imagina un cubo interior con cuatro cubos más saliendo de él para formar un cubo externo. ¿Lo tienes? Ahora observa cómo las esquinas, las aristas y las caras pueden adoptar cualquiera de las posiciones dentro del teseracto. Estás entrando en la cuarta dimensión.



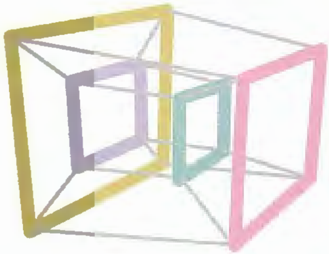
1

2

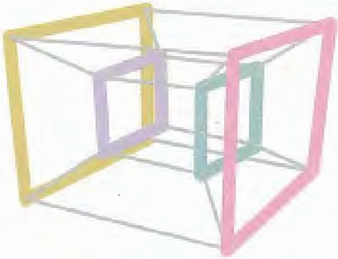
3



4



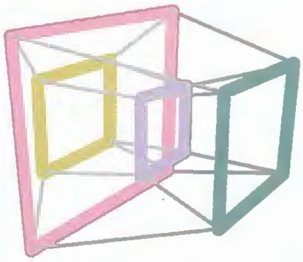
5



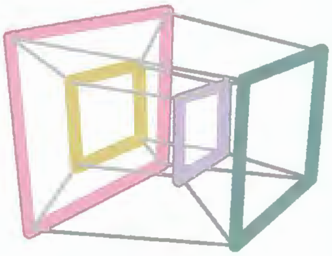
6

7

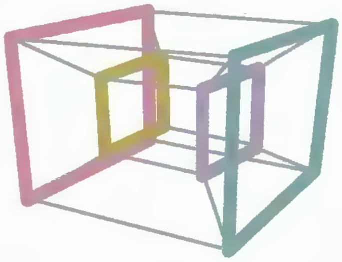
8



9



10



11

12

Símbolos matemáticos

NO SON SOLO + Y –. HAY MUCHOS OTROS SÍMBOLOS QUE SE USAN EN MATEMÁTICAS COMO ABREVIATURAS Y DE FORMA REPETIDA. Es comprensible que pueda resultar confuso. Quizás esta tabla ayude a desmitificar esas complejas ecuaciones.

Estos símbolos se han desarrollado durante cientos de años. Irónicamente, algunas de las operaciones más sencillas, como la multiplicación, aún no tienen una convención precisa: tanto × como · son igualmente válidos. De forma similar, en los países angloparlantes los decimales se marcan con un punto (1.23).

ARITMÉTICA

Símbolo	Nombre	Significado o ejemplo
=	igual	igualdad
≠	distinto a	desigualdad
>	desigualdad estricta	mayor que
<	desigualdad estricta	menor que
≥	desigualdad amplia	mayor o igual que
≤	desigualdad amplia	menor o igual que
( )	paréntesis	calcular primero
+	más	adición
–	menos	sustracción
±	más - menos	más y menos
∓	menos – más	menos y más
*	asterisco	multiplicación
×	por	multiplicación
·	punto	multiplicación
÷	división	división
/	barra	división
–	raya horizontal	fracción
mod	módulo	resto de división
.	punto base	separador decimal
a^b	potencia	exponente, $3^2 = 9$
$\sqrt{a}$	raíz cuadrada	$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$
$\sqrt[3]{a}$	raíz cúbica	
$\sqrt[4]{a}$	raíz cuarta	
$\sqrt[n]{a}$	raíz enésima	

Símbolo	Nombre	Significado o ejemplo
%	por ciento partes por cien	centésima parte
‰	partes por mil	milésima parte
ppm	partes por millón	millonésima parte
ppb	partes por billón	billonésima parte
ppt	parts per trillón	trillonésima parte

GEOMETRÍA

Símbolo	Nombre	Significado o ejemplo
∠	ángulo	∠ABC = 30°
∡	medida de ángulo	∡ABC = 30°
∟	ángulo recto	= 90°
°	grado	360° en un círculo
′	arcominuto	1° = 60′
″	arcosegundo	1′ = 60″
CD	línea	del punto C al punto D
⊥	perpendicular	líneas perpendiculares (90° ángulo)
||	paralelo	líneas paralelas
≅	congruente	equivalente en términos geométricos
~	similar	misma forma pero no mismo tamaño
$\|a-b\|$	distancia	distancia entre dos puntos
π	constante pi	π = 3.141592654...
rad	radianes	360° = 2π rad
grad	gradianes	360° = 400 grad

ÁLGEBRA

Símbolo	Nombre	Significado o ejemplo
x	variable x	valor desconocido
$\equiv$	equivalente	idéntico a
$:=$	igual por definición	igual por definición
$\sim$	aprox. igual	aproximación débil
$\approx$	aprox. igual	aproximación fuerte
	proporcional a	
∞	lemniscata	infinitud
$\ll$	mucho menor que	$1 \ll 9876544321$
$\gg$	mucho mayor que	$987654321 \gg 1$
$x!$	factorial	factorial;3! = 1*2*3 = 6
$\lvert x \rvert$	barras verticales	valor absoluto
$f(x)$	función de x	convierte x en f(x)
Δ	delta	cambio / diferencia
Σ	sigma	sumatorio
$\Sigma\Sigma$	sigma sigma	sumatorio doble
Π	pi mayúscula	producto de los valores
e	e constante / número de Euler	$e = 2.718281828...$
γ	constante de Euler–Mascheroni	$\gamma = 0.527721566...$
$\cdot$	punto	producto escalar
$\times$	equis	producto vectorial
$\lVert x \rVert$	doble barra vertical	norma vectorial

ANÁLISIS

Símbolo	Nombre	Significado o ejemplo
lim	límite	límites de una función
ε	epsilon	representa un número pequeño, cercano a cero
$\partial x/\partial y$	derivada	derivada—notación de Leibniz
$\int$	integral	opuesto a la derivación
$\iint$	integral doble	integral de la función de 2 variables
$\iiint$	integral triple	integral de la función de 3 variables
$\oint$	contorno cerrado / integral de línea	
$\oiint$	integral de superficie cerrada	
i	unidad imaginaria	$i \equiv \sqrt{-1}$

LÓGICA

Símbolo	Nombre	Significado o ejemplo
$\wedge$	conjunción	y
$\vee$	disyunción	o
$\neg$	no	no - negación
$\sim$	tilde	negación
$\forall$	para todo	
$\exists$	existe	
$\nexists$	no existe	
$\therefore$	por tanto	
$\because$	dado que	
δ	función delta	

ESTADÍSTICA

Símbolo	Nombre	Significado o ejemplo
$P(A)$	probabilidad	probabilidad de que suceda A
$P(A \cap B)$	intersección de probabilidad	probabilidad de que suceda A y B
$P(A \cup B)$	unión de probabilidad	probabilidad de que suceda A o B
$P(A \mid B)$	función condicional	probabilidad de que suceda A dado un suceso B
μ	media de población	media valores de población
$Bin(n,p)$	distribución binomial	
$Poisson(\lambda)$	distribución de Poisson	
$Geom(p)$	distribución geométrica	