



infinita
SECUNDARIA

Matemáticas **2**



castillo

A Macmillan Education
Company

SOLUCIONARIO



infinita
SECUNDARIA

Matemáticas **2**



castillo

A Macmillan Education
Company

SOLUCIONARIO

Índice

Unidad 1	1
Me preparo	2
S 1. Multiplicación de fracciones y decimales positivos	4
S 2. Multiplicación y división con fracciones y decimales positivos	5
S 3. Multiplicación y división de números positivos y negativos	10
S 4. Potencias con exponente entero	18
S 5. Raíces cuadradas	28
S 6. Propiedades de polígonos	34
S 7. Construcción de polígonos regulares	41
S 8. Conversión de unidades de SI y del sistema inglés	43
S 9. Histogramas, polígonos de frecuencias y gráficas de línea	51
Lo que aprendí	60
Convivo	62
Evaluación	62
Unidad 2	63
Me preparo	64
S 10. Proporcionalidad directa e inversa	66
S 11. Reparto proporcional	72
S 12. Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas	76
S 13. Métodos algebraicos de solución de sistemas de ecuaciones	82
S 14. Variación lineal y proporcionalidad inversa	87
S 15. Modelos de variación lineal y proporcionalidad inversa	93
S 16. Perímetro y área de polígonos regulares	95
S 17. Área del círculo	98
S 18. Medidas de tendencia central, rango y desviación media	101
Lo que aprendí	107
Convivo	109
Evaluación	109
Unidad 3	110
Me preparo	111
S 19. Sucesiones y equivalencia de expresiones	113
S 20. Figuras geométricas y equivalencias de expresiones	117
S 21. Volumen de prismas rectos	122
S 22. Volumen de cilindros rectos	125
S 23. Desarrollos planos de prismas y cilindros rectos	128
S 24. Probabilidad teórica	132
Lo que aprendí	137
Convivo	139
Evaluación	139
Matemáticas prácticas	139



Unidad 1

U1

Me preparo

Multiplicación y división con fracciones y decimales positivos

Multiplicación y división con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos



22.5 m

16 m

Problemas de potencias con exponente entero y raíces cuadradas

1. Contesta las siguientes preguntas.

- a) Escribe como fracción 0.45. $\frac{9}{20}$ ($\frac{45}{100}$ es una fracción equivalente).
- b) Escribe como decimal $\frac{4}{5}$. **0.8**
- c) Escribe con letra 0.00125. **Ciento veinticinco cien milésimos.**

2. Calcula lo que se pide.

a) Escribe las fracciones que aparecen en las operaciones como decimales y efectúalas.

• $1.25 + \frac{3}{4} + \frac{4}{10} + 2 \times \frac{3}{8} + 1.6 = 1.25 + 0.75 + 0.4 + 2 \times 0.375 + 1.6 = 4.75$

• $\frac{5}{8} + 3 \times \frac{8}{10} - 4.2 + 2 \times \frac{3}{8} + 1.6 = 0.625 + 3 \times 0.8 - 4.2 + 2 \times 0.375 + 1.6 = 1.175$

• $\frac{9}{25} + 1.24 - 10 + 8.84 + \frac{16}{25} = 0.36 + 1.24 - 10 + 8.84 + 0.6416 = 1.08$

b) Escribe los decimales que aparecen en las operaciones como fracciones y efectúalas.

• $0.2 + 0.5 + \frac{7}{10} + 1.6 = \frac{2}{10} + \frac{5}{10} + \frac{7}{10} + \frac{16}{10} = \frac{30}{10} = 3$

• $\frac{5}{8} + 0.25 - \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} - 1.5 = \frac{5}{8} + \frac{2}{8} - \frac{3}{8} + \frac{6}{8} - \frac{12}{8} = -\frac{1}{4}$

• $\frac{7}{25} - 1.04 - 4.2 + 8.6 + \frac{16}{25} = \frac{7}{25} - \frac{26}{25} - \frac{105}{25} + \frac{215}{25} + \frac{16}{25} = \frac{107}{25}$

c) Escribe cada una de las siguientes operaciones como una multiplicación y calcula su resultado.

• $-1.2 - 1.2 - 1.2 - 1.2 - 1.2 - 1.2 = 6(-1.2) = 0.6416 = -7.2$

• $-\frac{3}{4} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 5(-\frac{3}{4}) = -\frac{15}{4}$

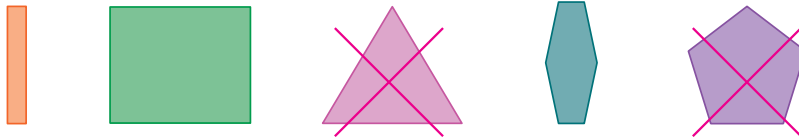
3. El siguiente terreno se usará para construir una casa. Responde las preguntas.

- a) Encuentra el área total del terreno. $(22.5 \text{ m})(16 \text{ m}) = 360 \text{ m}^2$
- b) En la imagen hay una zona marcada en verde, que será destinada a un jardín. Si es la cuarta parte del terreno, ¿a qué área corresponde? $(360 \text{ m}^2)/4 = 90 \text{ m}^2$
- c) Del área que se dedicará a la construcción, las dos terceras partes se reforzarán para construir un segundo piso. ¿Qué área tendrá éste? 180 m^2

4. Resuelve los siguientes problemas.

- a) Una población de 5 bacterias se quintuplica cada hora. ¿Cuántas bacterias habrá después de cuatro horas? **3125 bacterias**
- b) Se repartirán 64 litros de agua de naranja en 256 botellas iguales. Cada una quedó llena en su totalidad. Para calcular la capacidad de las botellas, ¿es correcto hacer $\frac{4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4 \times 4}$? ¿Cuál es el resultado? **Sí, es correcto. El resultado es $\frac{1}{4}$ de litro.**
- c) ¿Cuál es el lado de un cuadrado que tiene un área igual a 16 cm^2 ? **4 cm**
- ¿Cuál sería el valor del lado si el área fuera igual a 36 cm^2 ? **6 cm**

5. Indica cuáles de los siguientes polígonos son regulares.

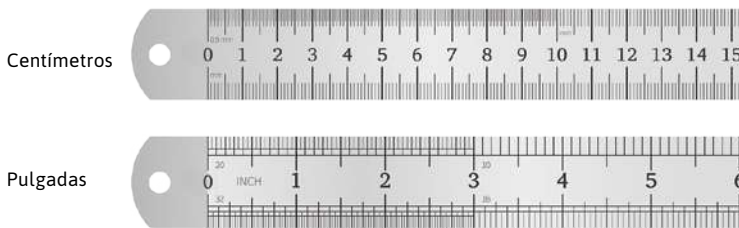


◀ Relaciones entre los ángulos de polígonos y construcción de polígonos regulares

6. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- a) Todos los triángulos equiláteros son polígonos regulares. Verdadera
- b) Los rombos que no son cuadrados son polígonos regulares. Falsa
- c) Los círculos son polígonos regulares. Falsa
- d) Cualquier pentágono tiene en total 5 diagonales. Verdadera

7. Observa la imagen y responde lo que se te pide.

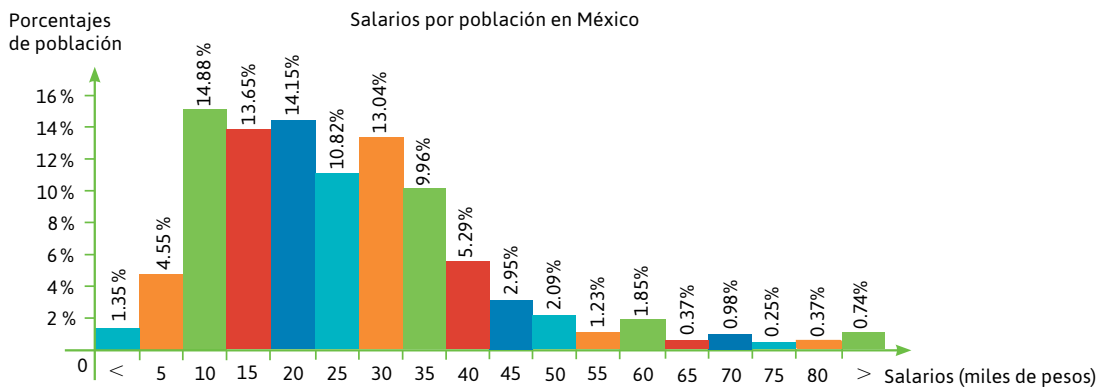


◀ Conversiones en múltiplos y submúltiplos del metro, litro, kilogramo y de unidades del sistema inglés

- a) ¿A cuántos centímetros equivale una unidad de la regla de abajo? 2.54 cm, aproximadamente
 - b) ¿A cuántas unidades de la regla de abajo equivalen 12 cm? 4.72 pulgadas, aproximadamente
8. A partir de la siguiente gráfica. (Fuente: <http://edutics.mx/wXY>), contesta las preguntas.

- a) ¿De cuánto es el intervalo de cada clase? \$5 000.00
- b) ¿Cuál es el salario más común en México? \$10 000.00
- c) ¿Cuál es el salario que menos se paga en México? \$75 000.00
- d) ¿Entre qué sueldos se da la mayor diferencia de frecuencias? \$5 000.00 y \$10 000.00
- e) ¿Qué porcentaje suman los tres salarios con mayor frecuencia de pago? 42.68 %

◀ Recolección, registro y lectura de datos en histogramas, polígonos de frecuencias y gráficas de línea



S1 Multiplicación de fracciones y decimales positivos

L1 Multiplicación de fracciones y decimales

► Página 16

Inicio

- 2.75 kg
 - \$528.00
 - \$14.95
 - Los datos relevantes son: la cantidad de carne que se va a comprar y el precio por kilogramo de carne. Los datos que no son relevantes son: cuántas personas asistirán a la parrillada, que el evento se realizará el fin de semana y dónde se comprará la cecina.
 - Respuesta modelo (R. M.)** Se debe multiplicar el precio por kilogramo de carne (\$192.00, en este caso) y la cantidad de carne que se quiere comprar ($2\frac{3}{4}$ kg).
- Respuesta libre (R. L.).**

Desarrollo

Operaciones combinadas

- $\frac{3}{4}$ m/s = 0.75 m/s. 1.6 s = $\frac{16}{10}$ s = $\frac{8}{5}$ s.
 - $\frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5}$. $0.75 \times 1.6 = 1.2$.
 - Es el mismo número con diferente representación: $\frac{6}{5} = 1.2$
- R. L.**

► Página 17

- Se puede saber la correspondencia de los terrenos haciendo la equivalencia entre las fracciones y los números decimales.
 - R. L.** Para calcular el área de cada terreno (suponiendo que tienen forma rectangular), sólo se debe multiplicar la longitud de cada uno de sus lados, ya sea utilizando ambos números en su forma decimal o como fracción. Al final, los resultados deben ser equivalentes.
 - Ingeniero 1.

Terreno 1: $\frac{9}{10} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{40} = 0.675$, Terreno 2: $\frac{5}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{5}{32} = 0.15625$,
Terreno 3: $\frac{8}{5} \times \frac{7}{20} = \frac{14}{25} = 0.56$.

Ingeniero 2.
Terreno A: $1.25 \times 0.125 = 0.15625$, Terreno B: $1.6 \times 0.35 = 0.56$, Terreno C: $0.9 \times 0.75 = 0.675$.
El terreno 1 se refiere al terreno C, el terreno 2 se refiere al terreno A y el terreno 3 se refiere al terreno B.
 - R. L.**
 - R. L.**

Cierre

- R. L.** La conclusión más importante en esta sección debe ser la equivalencia de un número en su forma decimal y como fracción, además de la forma de realizar operaciones entre ellos.
- 26.8 km.
 - 2.8 litros.

Piensa y sé crítico

El objetivo de esta actividad es que los alumnos pongan en práctica sus habilidades desarrolladas durante esta secuencia. En sus respuestas, deben exponer la equivalencia entre 1.25 y $\frac{5}{4}$; también es importante que argumenten la razón por la cual, al multiplicar el precio de 1 L de agua por esas cantidades, se obtiene el precio de 1 250 mL de agua.

La estrategia de solución y su correcta exposición, así como el dominio de los conceptos estudiados en esta secuencia, deben ser aspectos a considerar para evaluar a los alumnos.

S2 Multiplicación y división con fracciones y decimales positivos

L1 División con números fraccionarios

► **Página 18**

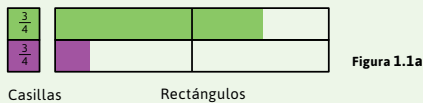
Inicio

1. a) No. Puede llenarse cada envase hasta los 0.65 L de agua (y no hasta los 0.75 L).
 b) Información relevante: cantidad total de agua, la cantidad de envases a llenar y la capacidad de cada envase. Información no relevante: que el agua es de jamaica y que se irán de excursión escolar.
 c) **R. M.** Multiplicar (en forma decimal) la capacidad de cada envase por el número total de envases $0.75 \text{ L} \times 10 = 7.5 \text{ L}$ para obtener que se necesitan 7.5 L para llenar todos los envases. Para que a todos les toque la misma cantidad de agua se divide la cantidad total de ésta entre el número total de envases ($7.5 \text{ L} \div 10 = 0.75 \text{ L}$).
2. **R. L.**

Desarrollo

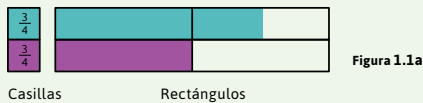
Repartos, fracciones y divisiones

1. a)



- 6.
- Una división de fracciones. **R. L.**
- $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = 6$.

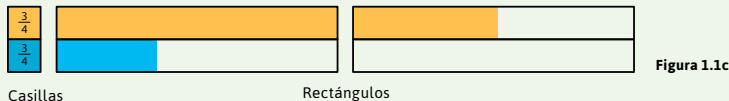
b)



► **Página 19**

- Uno y la mitad de uno.
- $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = 1.5$.

c)



- Cuatro y la mitad de uno.
- $\frac{3}{2} \div \frac{1}{3} = 4.5$
- d) **R. M.** En a), $\frac{3}{4}$ es el dividendo, $\frac{1}{8}$ es el divisor y 6 es el cociente. En b) $\frac{3}{4}$ es el dividendo, $\frac{1}{2}$ es el divisor y $\frac{3}{2}$ es el cociente. En c), $\frac{3}{2}$ es el dividendo, $\frac{1}{3}$ es el divisor y $\frac{9}{2}$ es el cociente. Sólo en el inciso a) el residuo es cero.

Recíproco, fracciones y divisiones

2. Se necesitan 5 L para impermeabilizar los cuatro techos marcados.

- a) • Exactamente 2.
 - $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}, 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}, \frac{5}{2} \div \frac{5}{4} = 2.$
 - $2\frac{1}{2}$ es el dividendo, $1\frac{1}{4}$ es el divisor y 2 es el cociente.
- b) • $\frac{5}{2}$
 - $\frac{4}{5}$
 - $\frac{4}{5} \times \frac{5}{2} = 2.$

► **Página 20**

- Es el mismo resultado. **R. M.** Indica que realizar una división de fracciones o hacer una multiplicación por el inverso, son operaciones equivalentes.
- c) 5 L.
- 3. a) Son los mismos resultados.

Tabla 1.2			
Listón (m) Dividendo	Pedazos (m) Divisor	Recíproco del divisor	Producto del dividendo por el recíproco del divisor
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{8}$	8	6
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{3}{2} = 1.5$
$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{9}{2} = 4.5$

- b) Son operaciones recíprocas.
- c) **R. M.** Si la operación de división no es inmediata, podemos calcular el inverso del divisor y multiplicarlo por el dividendo.
- d) • $3 \times 8 = 24$
 - $4 \times 1 = 4$
 - $\frac{24}{4} = 6$
- Es el mismo resultado que obtuvimos al realizar la división. **R. M.** Procedimiento:
 1. Tomamos el numerador de la primera fracción y lo multiplicamos por el denominador de la segunda fracción y escribimos el resultado como el numerador.
 2. Tomamos el denominador de la primera fracción y lo multiplicamos por el numerador de la segunda fracción y escribimos el resultado como el denominador.
 3. Simplificamos la fracción obtenida.

► **Página 21**

- **R. M.** Son resultados equivalentes. Implica que los dos procedimientos son correctos.
- e) **R. L.**

Factores de proporcionalidad, fracciones y divisiones

4. a) • 3

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{4}$
- 4
- Siempre se obtiene 1.

5. a) • $\frac{2}{5}$

- $\frac{5}{2}$
- Son recíprocos. Uno es el inverso multiplicativo del otro. Porque la multiplicación de ambos da por resultado 1.

b) • $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

- 2
- Son recíprocos. Es decir, uno es el inverso del otro.

► **Página 22**

c) **R. L.**

- Correcto. Una división es equivalente a una multiplicación por el recíproco (o inverso multiplicativo).
- **R. M.** En caso de que no se pueda hacer una división directa, se puede utilizar cualquiera de los siguientes procedimientos:
 1. Multiplicar el denominador por el inverso del denominador. Luego, simplificar.
 2. Multiplicar el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción y colocar el resultado en el numerador de la respuesta. Luego, multiplicar el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción y colocar el resultado en el denominador de la respuesta. Por último, simplificar.

d) **R. L.**

6. a) **R. M.** De la ecuación $a \times b = c$, se obtiene $a = \frac{c}{b}$ o $b = \frac{c}{a}$, donde a, b y c pueden ser números naturales, fraccionarios o decimales. Una condición es necesaria, que a y b \neq 0.

b)

Tabla 1.3. Información de factores aplicados a la animación		
a	b	a × b
5	$\frac{1}{4} = 0.25$	$\frac{5}{4}$
$\frac{1}{5} = 0.2$	0.4	$\frac{2}{25}$
$\frac{1}{3} = 0.\bar{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{15}$
0.625	$\frac{8}{7} = 1.\overline{142857}$	$\frac{5}{7}$

c) **R. L.**

► **Página 23**

Problemas de división de fracciones

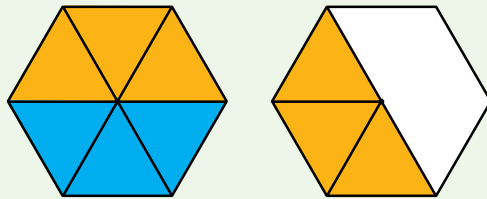
7.

- | | |
|-------------------|---------------------|
| a) $\frac{8}{25}$ | e) $\frac{17}{80}$ |
| b) $\frac{1}{2}$ | f) 7 |
| c) $\frac{20}{3}$ | g) $\frac{95}{32}$ |
| d) $\frac{3}{10}$ | h) $\frac{80}{111}$ |

8. 140 cuadritos.

9. No es correcto. Al servir 6 porciones de $\frac{1}{5}$ L se obtienen $6 \times \frac{1}{5}$ L = $\frac{6}{5}$ L = 1.2 L, que es un poco menos de la cantidad de helado que se compró (que es $1\frac{1}{4}$ L = 1.25 L). Al terminar de servir las 6 porciones sobrará 0.05 L de helado.

10. $1\frac{1}{2} \div 3 = \frac{3}{2} \div 3 = \frac{1}{2}$



Cierre

- R. L.** El alumno ahora conoce la forma en que se pueden escribir los números fraccionarios como: fracción propia, fracción impropia y de forma mixta. Además ya debe estar familiarizado con el concepto y procedimiento para multiplicar estos números. También se describieron varios procedimientos para realizar la operación de división que son equivalentes.
- a) 18 mezclas.
b) 6 mezclas cada uno.

L2 Problemas de multiplicación y división de fracciones

► **Página 24**

Inicio

- a) $\frac{373}{5}$ m².
b) Árboles frutales: $74.6 \div 8 = 9.325$ (9.325 m²). Plantas de ornato: $74.6 \div 6 = 12.433$ (12.433 m²).
Hortalizas: $74.6 \text{ m}^2 - 9.325 \text{ m}^2 - 12.433 \text{ m}^2 = 52.842 \text{ m}^2$.
c) Información relevante: el área total del terreno y las fracciones en las que se quiere dividir el terreno. Información no relevante: cualquier otro dato.
d) **R. M.** Se utilizó el mismo procedimiento para calcular las áreas que ocuparán los árboles frutales y las plantas de ornato (una división). Para las hortalizas se utilizó un procedimiento diferente (dos restas), aunque también hubiera sido correcto calcular: $(1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{6}) \times 74.6 = \frac{17}{24} \times 74.6 = 52.842$.
- R. L.**

Desarrollo

Aplicación de la multiplicación

1. a) $\$900.00 \times \frac{3}{4} = \675.00
 b) **R. M.** Se multiplica el precio de los zapatos por la fracción del precio que se pagará.
 c) **R. L.**
2. a) **R. M.** Se debe multiplicar el total de la carne que se compró por la fracción de la porción a utilizar. El procedimiento es equivalente a dividir el total de la carne que se compró entre el recíproco de la fracción de la porción.

► Página 25

- b) Tabla 1.4. Segunda columna: 3, 20, 4, 6, 5.

$$\text{Tercera columna: } \frac{11}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{11}{9}, \frac{11}{3} \times \frac{1}{20} = \frac{11}{60}, \frac{11}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{11}{12}, \frac{11}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{11}{18}, \frac{11}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{11}{15}.$$

$$\text{Cuarta columna: } \frac{11}{3} = \frac{11}{9}, \frac{11}{20} = \frac{11}{60}, \frac{11}{4} = \frac{11}{12}, \frac{11}{6} = \frac{11}{18}, \frac{11}{5} = \frac{11}{15}.$$

Quinta columna: 1.222, 0.183, 0.917, 0.611, 0.733.

- c) **R. M.** La división de dos fracciones es equivalente a la multiplicación de la primera fracción por el recíproco de la segunda fracción.
3. a) $b = \frac{1}{5} = 0.2$

$$\text{b) R. M. } A = \frac{bh}{2}. \text{ Entonces } b = \frac{2A}{h} = \frac{2 \left(\frac{5 \frac{3}{5}}{1 \frac{3}{4}} \right)}{\frac{7}{4}} = \frac{28}{5} = \frac{112}{35} = \frac{1}{5} = 0.2.$$

- c) **R. L.**

Cierre

1. **R. L.** Ahora el alumno debe tener la habilidad y el conocimiento suficiente para identificar en qué casos se debe utilizar la multiplicación o división de fracciones.
2. a) 20 paquetes.
 b) **R. M.** Se divide la masa total de las galletas entre la cantidad que debe contener cada paquete. Se expresa el resultado en su forma decimal y se trunca (es decir se toma en cuenta sólo el número antes del punto decimal descartando el numeral después del punto decimal).
 c) $\frac{2}{3}$ kg. Se pueden llenar 20 paquetes por completo y sobran $\frac{2}{3}$ kg.

Piensa y sé crítico

Utilice esta actividad para evaluar la asimilación de los temas vistos en esta secuencia. Tome en cuenta el procedimiento y razonamiento que empleen para determinar que la cantidad de agua contenida en la olla es inferior a 1.8 L.

La olla tiene una capacidad de $2 \frac{1}{2}$ L = $\frac{5}{2}$ L y está llena hasta $\frac{5}{8}$ de su capacidad. Tiene $\frac{5}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{25}{16} = 1.5625$ L de agua. Se requieren 1.8 L de agua para hacer una sopa, entonces no contiene suficiente agua. $1.8 = \frac{9}{5} \cdot \frac{9}{5} - \frac{25}{16} = \frac{19}{80} = 0.2375$. Por lo tanto, faltan 0.2375 L de agua para hacer una sopa de verduras.

S3 Multiplicación y división de números positivos y negativos

L1 Multiplicación de números positivos y negativos

► **Página 26**

Inicio ►

1. a) Llega a -3 .
- b) La persona ahora se sitúa en -6 .
- c) $0 + (-3) + (-3) = -6$
- d) $2 \times (-3) = -6$
- e) $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -15$ $5 \times (-3) = -15$
- f) Información relevante: cuántas unidades se mueve cada vez, cuántas veces repite el movimiento y dónde comienza. Información irrelevante: cualquier otro dato.
- g) **R. M.** El desplazamiento que recorre la persona puede ser positivo (si se mueve hacia la derecha) o negativo (si se mueve hacia la izquierda). Así que sólo hay que multiplicar el número de veces que repitió el desplazamiento por las unidades del recorrido, según las leyes de los signos.

Desarrollo ►

Multiplicación de un número negativo y otro positivo

1. a) $0 + (-1) + (-1) + (-1) + (-1) = -4$. $4 \times (-1) = -4$
- Llega al punto -4 .

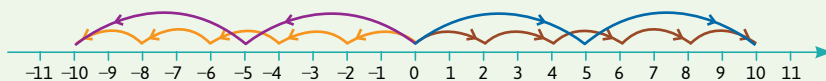
► **Página 27**

- b) Tabla 1.5. Primera columna, tercera fila: -4 .
 Segunda columna, segunda fila: 3 .
 Tercera columna: $(-2) + (-2)$, $(-5) + (-5) + (-5)$, $(-4) + (-4) + (-4) + (-4)$,
 $(-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7)$.
 Cuarta columna: $2 \times (-2)$, $3 \times (-5)$, $4 \times (-4)$, $5 \times (-7)$.
 Quinta columna: -4 , -15 , -16 , -35 .
- c) Tiene un número positivo (las veces que se repite el recorrido) y un número negativo (la magnitud y sentido del recorrido).

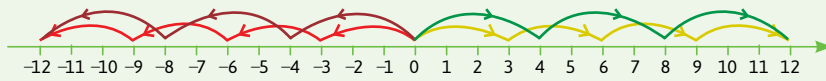
- Siempre que se multiplica un número positivo y uno negativo, el resultado es negativo.
- La multiplicación de dos números con signos distintos siempre es negativa.
- **R. L.**

2.
 - a) 
 - b) 
 - c) 
 - d) Las tres representaciones comienzan y terminan en el mismo punto.
 - e) Las tres operaciones dan el mismo resultado. Son tres representaciones del mismo número.

3. 5×-2 , -5×2 y 5×2



4×-3 , -4×3 y 4×3



a) **R. M.** 5×-2 y -5×2 son equivalentes ya que son iguales a -10 .

$5 \times 2 = 10$ es el simétrico de -10 .

4×-3 y -4×3 son equivalentes ya que son iguales a -12 .

$4 \times 3 = 12$ es el simétrico de -12 .

Los alumnos deberán añadir los puntos -12 y 12 a la recta numérica.

► **Página 28**



- A $-1.25. (-0.25) + (-0.25) + (-0.25) + (-0.25) + (-0.25) = -1.25. 5 \times (-0.25) = -1.25$.
- En ambos casos el resultado es -1.25 . Se puede comprobar en una recta numérica.
- $(-3) \times \frac{2}{3} = 3 \times (-\frac{2}{3}) = -(3 \times \frac{2}{3}) = -2$

c) **R. M.** En una multiplicación donde los dos factores tienen el mismo signo, el resultado es positivo. Si los factores tienen distintos signos, el resultado es negativo (asumiendo que ninguno de los dos factores es cero).

4. a)

Tabla 1.6									
Sucesión 1	3×6	2×6	1×6	0×6	$(-1) \times 6$	$(-2) \times 6$	$(-3) \times 6$	$(-4) \times 6$	$(-5) \times 6$
	18	12	6	0	-6	-12	-18	-24	-30
Diferencias	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Sucesión 2	2.5×3	2.5×2	2.5×1	2.5×0	$2.5 \times (-1)$	$2.5 \times (-2)$	$2.5 \times (-3)$	$2.5 \times (-4)$	$2.5 \times (-5)$
	7.5	5	2.5	0	-2.5	-5	-7.5	-10	-12.5
Diferencias	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
Sucesión 3	$3 \times \frac{2}{3}$	$2 \times \frac{2}{3}$	$1 \times \frac{2}{3}$	$0 \times \frac{2}{3}$	$-1 \times \frac{2}{3}$	$-2 \times \frac{2}{3}$	$-3 \times \frac{2}{3}$	$-4 \times \frac{2}{3}$	$-5 \times \frac{2}{3}$
	$\frac{6}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{6}{3}$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{10}{3}$
Diferencias	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$

b) • Positivo

• Negativo

c) **R. M.** En una multiplicación donde los dos factores tienen distintos signos el resultado es negativo (asumiendo que ninguno de los dos factores es cero).

d) **R. L.** Sólo queda resaltar que el cero nunca se debe escribir con signo, ya que no es considerado ni positivo ni negativo.

5. a) ... $-5, -10, -15, -20, -25$

► **Página 29**

b) ... $5 \times (-1), 5 \times (-2), 5 \times (-3), 5 \times (-4), 5 \times (-5)$

c) ... $-1 \times 5, -2 \times 5, -3 \times 5, -4 \times 5, -5 \times 5$

d) Los elementos de las tres sucesiones son los mismos.

e) ... $5, 10, 15, 20, 25$

f) ... $(-5) \times (-1), (-5) \times (-2), (-5) \times (-3), (-5) \times (-4), (-5) \times (-5)$

g) ... $-1 \times (-5), -2 \times (-5), -3 \times (-5), -4 \times (-5), -5 \times (-5)$

h) Los elementos de las tres sucesiones son los mismos.

- e) **R. L.** Sí, sólo haciendo la conversión de minutos y horas a segundos. Un minuto tiene 60 segundos y una hora tiene 3 600 segundos.
8. a) -96 f) 28.53
 b) -165 g) $\frac{15}{96}$
 c) -46.9 h) $-\frac{42}{5}$
 d) -35.4 i) -17.55
 e) -24.96 j) 41.23
9. a) -125
 b) 125
 c) -125
 d) 125
- e) **R. M.** Se debe resolver primero la multiplicación de los dos primeros factores, de la manera que ya se conoce. Luego, el resultado se multiplica por el tercer factor respetando las reglas de los signos.
 f) **R. L.**
10. **R. L.**

Cierre

1. **R. L.** El alumno ahora debe tener mayor agilidad para realizar operaciones con números positivos y negativos sin necesidad de contar la cantidad de desplazamientos sobre la recta numérica para cada operación, y debe poder recordar las leyes de multiplicación (y división).
2. a) Si recibe \$600.00 y gasta \$400.00 cada día, al final del día tendrá $\$600.00 - \$400.00 = \$200.00$. Después de una semana tendrá $\$200.00 \times 7 \text{ días} = \$1\,400.00$ por día. Al final del mes tendrá $\$200.00 \times 30 \text{ días} = \$6\,000.00$ por día.
- b) Positivo en los tres casos, porque el total de ingresos diario es una cantidad positiva. El número de días en una semana y en un mes también es positiva. La multiplicación de dos números positivos es positiva.

L2 División de números positivos y negativos

► **Página 32**

Inicio

1. a) Con un número negativo, ya que representa una cantidad que se resta.
 b) Cada uno de los tres personajes involucrados recibirá en su próximo sueldo S la cantidad de $S - (\$2\,910.00 \div 3) = -\970.00 .
 c) Información relevante: que se trata de un descuento, el precio del equipo y que se dividirá el precio entre tres personas. Información irrelevante: que se trata de un equipo de laboratorio químico, que el sueldo es quincenal y cualquier otro dato.
 d) **R. M.** Se debe dividir el costo del equipo entre tres personas, colocar el signo negativo antes de la cantidad para indicar que es un descuento y restarlo del ingreso quincenal.
2. **R. L.**

Desarrollo

División de números con signo

1. a) En cada salto recorre 3 unidades.
 b) $6 \times 3 = 18$
 c) Con una división.
 d) En cada salto recorre 3 unidades.
 e) $6 \times 3 = 18$

- f) Con una división.
- g) **R. L.** Es la misma operación en ambos casos.

► **Página 33**

h) **R. L.**

2. a)

Tabla 1.9 Algunos productos y sus divisiones relacionadas					
Producto	Divisiones relacionadas		Producto	Divisiones relacionadas	
$5 \times 1.25 = 6.25$	$6.25 \div 1.25 = 5$	$6.25 \div 5 = 1.25$	$5 \times -1.25 = -6.25$	$-6.25 \div -1.25 = 5$	$-6.25 \div 5 = -1.25$
$5.2 \times 3 = 15.6$	$15.6 \div 3 = 5.2$	$15.6 \div 5.2 = 3$	$-5.2 \times 3 = -15.6$	$-15.6 \div -5.2 = 3$	$-15.6 \div 3 = -5.2$
$1.2 \times 5.8 = 6.96$	$6.96 \div 5.8 = 1.2$	$6.96 \div 1.2 = 5.8$	$1.2 \times (-5.8) = -6.96$	$-6.96 \div -5.8 = 1.2$	$-6.96 \div 1.2 = -5.8$
$\frac{12}{5} \times 3 = \frac{36}{5}$	$\frac{36}{5} \div \frac{12}{5} = 3$	$\frac{36}{5} \div 3 = \frac{12}{5}$	$-\frac{12}{5} \times 3 = -\frac{36}{5}$	$-\frac{36}{5} \div -\frac{12}{5} = 3$	$-\frac{36}{5} \div 3 = -\frac{12}{5}$
$2 \times \frac{5}{8} = \frac{10}{8}$	$\frac{10}{8} \div \frac{5}{8} = 2$	$\frac{10}{8} \div 2 = \frac{5}{8}$	$2 \times -\frac{5}{8} = -\frac{10}{8}$	$-\frac{10}{8} \div -\frac{5}{8} = 2$	$-\frac{10}{8} \div 2 = -\frac{5}{8}$
$\frac{3}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$	$\frac{15}{32} \div \frac{5}{8} = \frac{3}{4}$	$\frac{15}{32} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{8}$	$\frac{3}{4} \times -\frac{5}{8} = -\frac{15}{32}$	$\frac{15}{32} \div -\frac{5}{8} = -\frac{3}{4}$	$\frac{15}{32} \div -\frac{3}{4} = -\frac{5}{8}$
$-4 \times -5 = 20$	$20 \div -5 = -4$	$20 \div -4 = -5$	$-0.4 \times -0.2 = 0.08$	$0.08 \div -0.2 = -0.4$	$0.08 \div -0.4 = -0.2$

- b) Si el numerador y denominador tienen el mismo signo, el resultado es positivo. Si el numerador y el denominador tienen signos distintos, el resultado es negativo.
- c) El resultado es un número positivo.
- d) **R. M.** Si el numerador y denominador de la división tienen el mismo signo, el resultado es positivo. Si el numerador y denominador de la división tienen signos distintos, el resultado es negativo.

3.

Tabla 1.10		
División	Inverso multiplicativo del divisor	Producto del dividendo por el inverso multiplicativo del divisor
$18 \div (-3) = -6$	$-\frac{1}{3}$	-6
$(-35) \div (-7) = 5$	$-\frac{1}{7}$	5
$(-\frac{2}{3}) \div 6 = -\frac{2}{18} = -\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{2}{18} = -\frac{1}{9}$
$-4 \div \frac{1}{5} = -20$	5	-20
$(-\frac{3}{8}) \div \frac{4}{5} = -\frac{15}{32}$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{15}{32}$
$(-\frac{5}{6}) \div (-\frac{4}{9}) = \frac{45}{24} = \frac{15}{8}$	$-\frac{9}{4}$	$\frac{45}{24} = \frac{15}{8}$

► **Página 34**

- a) **R. M.** En ambas operaciones el resultado es el mismo.
- b) **R. M.** No es lo mismo: al hacer la segunda sugerencia lo que se obtiene es el recíproco del resultado.
- c) Se mantienen, porque la operación de división es equivalente a la operación de multiplicación con el inverso multiplicativo.
- d) **R. L.**

Problemas de cociente de números con signo

- 4. a) 8 g) 84.7
- b) 8 h) 84.7

- c) 8 i) -6
 d) 8 j) -6
 e) 9 k) 3
 f) -9 l) 3

- **R. M.** Observamos que se cumple la regla de los signos y que una división es equivalente a la multiplicación del dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.
- **R. L.** Porque la multiplicación y la división son operaciones inversas.
- **R. L.** Podemos observar lo siguiente:

$$\text{Dividendo} \div \text{Divisor} = \text{Cociente}$$

$$\text{Cociente} \times \text{Divisor} = \text{Dividendo}$$

$$\text{Dividendo} \div \text{Cociente} = \text{Divisor}$$

► Página 35

5. a) -9 f) -6.32
 b) -4 g) $-\frac{9}{14}$
 c) 1.7 h) 5.44
 d) 1.38 i) 1.25
 e) -2 j) -1.7

6. a) $\bullet -\frac{1}{5} \text{ y } \frac{1}{5}$ $\bullet -\frac{1}{5} \text{ y } \frac{1}{5}$

- b) No. Por ejemplo, en $(-5) \div ((-5) \div (-5))$, se obtiene $(-5) \div 1 = -5$
 c) Sí. En el caso de la división (como en el de la resta), los operadores repetidos se efectúan en el orden en el que se leen (de izquierda a derecha). Es importante colocar los paréntesis en los lugares adecuados para indicar cuáles operaciones deben efectuarse primero.
 d) **R. M.** En este caso, siempre se debe realizar primero la operación de la izquierda y luego dividir el resultado entre el número de la derecha (a menos de que los paréntesis indiquen lo contrario).
 e) **R. L.**

7. **R. L.**

Cierre

- R. L.** El alumno debe contar ahora con las herramientas necesarias para multiplicar y dividir con números positivos y negativos, infiriendo los pasos a seguir de acuerdo con cada problema.
- a) Es la distancia que le falta recorrer para completar su entrenamiento.
 b) -10 km
 c) Se realiza la operación de división (distancia entre tiempo). El signo del resultado indica que el corredor se mueve hacia la dirección marcada con la distancia negativa respecto al sistema de referencia elegido.
 d) 2.78 horas, aproximadamente 2 horas con 47 minutos.
 e) **R. M.** Al igual que en el inciso c), se divide la distancia recorrida entre el tiempo transcurrido, para obtener la velocidad del corredor. Posteriormente se divide la distancia para alcanzar la meta entre la velocidad del corredor, para calcular el tiempo que tardará en llegar. El signo del resultado indica el tiempo que le tomará llegar a la meta.

L3 Multiplicación y división de números positivos y negativos

► Página 36

Inicio

- a) En el negocio se está perdiendo dinero. Han transcurrido 3 meses.
 b) El negocio ahora opera con ganancias. En cuatro meses se recuperan las pérdidas y se tiene un saldo de \$0.00.
 c) **R. L.**

- d) Información relevante: el balance mensual y las pérdidas y ganancias acumuladas. Información irrelevante: cualquier otro dato.
- e) **R. M.** Se divide la cantidad total de dinero perdido entre el balance mensual para obtener cuánto tiempo lleva el negocio acumulando pérdidas. Luego (después del cambio de giro), se divide la cantidad de dinero que se quiere recuperar entre el ingreso mensual, y se obtiene el tiempo que se debe de trabajar.

2. **R. L.**

Desarrollo

Generalización de reglas de productos y cocientes

1. a) **R. M.** Se multiplican los valores absolutos de los dos números y se escribe el resultado con signo negativo.
- b) **R. M.** Se dividen los valores absolutos de los dos números y se escribe el resultado con signo positivo.
- c) **R. M.** Se realiza una división común con el valor absoluto de todos los factores y se escribe el resultado con signo negativo.
- d) **R. M.** Se multiplica el resultado de la fracción en su forma decimal por el segundo decimal.
- e) **R. L.**

► **Página 37**

b) **R. L.**

2. a) -14 f) $-\frac{4}{21}$
 b) 14.4 g) -0.4
 c) 6 h) $\frac{10}{9}$
 d) 3.5 i) $\frac{3}{500}$
 e) -0.4067 j) -4.25

- Despejando la cantidad faltante.
- En las operaciones con resultado positivo, los otros dos factores tienen el mismo signo.
- En las operaciones con resultado negativo, los dos factores tienen signos distintos.
- **R. L.**

Jerarquía de operaciones

3. **R. L.** Permita que los alumnos analicen por sí mismos ambas operaciones.

► **Página 38**

- a) La operación se puede escribir de la siguiente forma:

$$(-8 + 1) - \left(6 \times \frac{(-5)}{(-2)} \right) = -7 - 15 = -22$$

Miguel no obtuvo el resultado correcto porque realizó las operaciones de suma y resta antes que las operaciones de multiplicación y división.

- b) -22 . Primero se hacen las operaciones de multiplicación y división, y luego las de suma y resta, respetando las leyes de los signos.
- c) La jerarquía de operaciones es la misma en ambos casos. Sólo se deben respetar las leyes de los signos al realizar cada paso.
- d) **R. L.**

4. a) 5 d) $\frac{64}{5} = 12.8$
 b) -14 e) -3.9
 c) $-4 = -13.5$ f) $\frac{45}{8}$

- Agrupando primero las operaciones de multiplicación, luego las de división, y por último las de suma y resta.
- Realizar primero las operaciones dentro de los paréntesis, respetando el orden de multiplicación, división, suma y resta.
- **R. L.**
- **R. L.**

► **Página 39**

Problemas de productos y cocientes de números positivos y negativos

5. a) $-6 < 4$ e) $-12 = -12$
 b) $1 < 2.1$ f) $7 < 40$
 c) $-\frac{13}{20} > -\frac{1}{5}$ g) $-\frac{5}{8} < -\frac{1}{40}$
 d) $\frac{7}{8} > -\frac{7}{8}$ h) $-2 = -2$

6. -12
 7. -20°C
 8. María pensó en el número -6.
 9. **R. L.**

Cierre ►

1. **R. L.** El alumno debe contar ahora con las herramientas necesarias para multiplicar y dividir con números positivos y negativos, infiriendo los pasos a seguir de acuerdo con cada problema.
2. a) Desciende 3 metros por minuto.
 b) En media hora desciende 90 m debajo del nivel del mar (-90 m). En dos horas llega a -360 m.
 c) **R. M.** Se divide la distancia que desciende la batisfera entre el tiempo transcurrido, para obtener la velocidad de inmersión. Por último, multiplicamos esta velocidad por el tiempo indicado, para obtener la profundidad. En este caso, el resultado se expresa con números negativos para indicar la distancia debajo de la superficie del mar.

Piensa y sé crítico

Esta actividad pretende fomentar el análisis crítico de los alumnos. Deben ser capaces de responder las preguntas utilizando los conocimientos adquiridos en esta secuencia. La buena argumentación de las respuestas es un instrumento válido de evaluación.

Si multiplicamos un número (distinto de cero) por -1 , obtendremos el mismo número pero negativo. Si multiplicamos un número negativo por -1 , obtendremos el mismo número pero positivo.

b) **R. M.** Cuando una potencia es par, el resultado siempre es positivo. Cuando una potencia es impar, se conserva el signo de la base.

9. $12^3 = 1728$ botellas de aceite.

10.a) 6^{26}

c) $(1.3)^{12}$

b) $(-3)^9$

d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{16}$

Cierre

- R. L.** Ahora los alumnos deben poder realizar cálculos sencillos con potencias de forma más rápida, sin necesidad de escribir las operaciones como sumas repetidas.
- Se debe tomar en cuenta que en el día 1, sólo una persona tenía la aplicación; y que en el día 2, tres personas más habían instalado la aplicación. Entonces, en el cuarto día las personas que tienen la aplicación instalada son $1 + 3 + 9 + 27 = 40$.

L2 Potencia de una potencia entera

► **Página 44**

Inicio

- En el primer cultivo: $(2^4)^2 = 16^2 = 256$ bacterias. En el segundo cultivo: $(2^3)^3 = 8^3 = 512$ bacterias. Entonces en el segundo cultivo tenemos más bacterias.
 - En el primer cultivo: $256^2 = 65536$ bacterias. En el segundo cultivo: $512^3 = 134217728$ bacterias. Entonces, en el segundo cultivo tenemos más bacterias.
 - Información relevante: la cantidad de bacterias en cada cultivo en un momento dado y la forma en la que crece el cultivo en el tiempo. Información no relevante: qué tipo de bacterias son y cualquier otro dato.
 - R. M.** Se ocupan exponentes al escribir las operaciones, se usan paréntesis para agrupar las operaciones y se resuelven en el orden adecuado.
- R. L.**

Desarrollo

Potencias de potencias

- 27
 - $(3^3)^2 = 27^2 = 729$
 - $3^6 = 729$
 - Los resultados son iguales. Se debe observar que las potencias de potencias corresponden a la base elevada a la multiplicación de los exponentes.
 - R. L.** $(a^b)^c = a^{b \times c}$
 - R. L.**
- Incorrecta. $(3^3)^2 = 729$. $3^3 + 3^2 = 27 + 9 = 36$
 - Incorrecta. $(3^3)^2 = 729$. $3^3 \times 2 = 27 \times 2 = 54$
 - Correcta. $(3^3)^2 = 729$. $3^3 \times 3^3 = 27 \times 27 = 729$

► **Página 45**

3.

Tabla 1.14				
Potencia de potencia	Base a^n	Exponente m de la base	Desarrollo del producto	Expresión como potencia a^p
$(7^2)^4$	7^2	4	$(7^2) \times (7^2) \times (7^2) \times (7^2) = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$	7^8
$(6^3)^2$	6^3	2	$6^3 \times 6^3 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$	6^6
$((-2^3))^3$	-2^3	3	$(-2^3) \times (-2^3) \times (-2^3) = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$	$(-2)^9$
$((0.1)^2)^3$	$(0.1)^2$	3	$(0.1)^2 \times (0.1)^2 \times (0.1)^2 = 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1$	0.1^6
$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^3$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	3	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^6$

- a) El exponente p es el producto de n y m .
 b) **R. M.** Cuando se eleva una base a a un exponente n y éste, a su vez, se eleva a un exponente m , la operación es equivalente a escribir la base a elevada al exponente $n + m$. Es decir $(a^n)^m = a^{n+m}$.
 c) **R. L.**

► **Página 46**

Problemas de potencia de una potencia

4. a) $(2^2)^2 = (4)^2 = 16 = 2^4$ c) $(2^3)^2 = (8)^2 = 64 = 2^6$
 b) $(2^2)^3 = (4)^3 = 64 = 2^6$ d) $(2^3)^3 = (8)^3 = 512 = 2^9$
 • $(2^3)^3$
 • **R. L.**
5. a) $(3^2)^2 = 9^2 = 81 = 3^4$
 b) $(4^3)^4 = 64^4 = 16\,777\,216 = 4^{12}$
 c) $((-5)^3)^4 = (-125)^4 = 244\,140\,625 = (-5)^{12}$
 d) $((-4)^5)^4 = (1024)^4 = 1\,099\,511\,627\,776 = (-4)^{20}$
 e) $((0.2)^5)^2 = (0.00032)^2 = 0.000\,000\,1024 = (0.2)^{10}$
 f) $((0.5)^3)^6 = (0.125)^6 = 0.000\,003\,814\,697\,265\,625 = (0.5)^{18}$
 g) $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^4\right)^9 = \left(\frac{1}{256}\right)^4 = \frac{1}{4722366482869645213696} = \left(\frac{1}{4}\right)^{36}$
 h) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^3\right)^3 = \left(\frac{1}{27}\right)^3 = \frac{1}{19683} = \left(\frac{1}{3}\right)^9$
6. a) $3^{12} > 3^6$ d) $(-3)^4 = 3^4$ g) $\left(\frac{1}{2}\right)^6 > \left(\frac{1}{4}\right)^6$
 b) $3^6 = 3^6$ e) $(-3)^4 > -(3^4)$ h) $(0.4)^{12} < (0.4)^{10}$
 c) $3^6 < 3^9$ f) $(-3)^9 = -(3^9)$ i) $\left(\frac{1}{3}\right)^6 > (0.2)^6$
7. a) $4 \times 44 = 1\,024$. $44^4 = 3\,758\,096$. $4^4 \times 4^4 = 65\,536$. $(4^4)^4 = 4294967296$

8. a) $4^2 \times 4^2 \times 4^2 = (4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4) = 4^6$
 b) **R. M.** $(4^2) \times (4^2) \times (4^2) = (4 \times 4)^3 = (4^2)^3 = 4^6$
 c) **R. L.** Se debe apreciar que los exponentes de los exponentes cumplen la regla de la multiplicación de los exponentes.

► **Página 47**

9. a) **R. M.** Como es un paralelepípedo, el volumen se calcula multiplicando la longitud de cada lado. Como además es un cubo, el volumen será la longitud del lado elevada al cubo.
 b) $V = (2^4 \text{ m})^3 = 2^{12} \text{ m}^3$
 c)

Tabla 1.15			
Medida de arista	Expresión para calcular volumen	Desarrollo del producto	Potencia resultado
4^2	$(4^2)^3$	$(4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4)$	4^6
9^5	$(9^5)^3$	$(9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9) \times (9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9) \times (9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9)$	9^{15}
$(-5)^3$		no tiene sentido una medida negativa	
$(2.3)^2$	$((2.3)^2)^3$	$(2.3 \times 2.3) \times (2.3 \times 2.3) \times (2.3 \times 2.3)$	2.3^6
$\left(\frac{2}{3}\right)^2$	$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3$	$\left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right)$	$\left(\frac{2}{3}\right)^6$

d) **R. L.**

Cierre

1. **R. L.** Al utilizar las reglas de los exponentes adecuadamente, podemos ahorrarnos procedimientos engorrosos al realizar cálculos, o escribir números de manera más simple.
 2. a) **R. M.** Convertir primero de megabytes a kilobytes, luego de kilobytes a bytes, y por último de bytes a bits.
 b) **R. L.**
 c) $(2^3)^2$ terabytes = 2^6 terabytes = $2^6 \times 2^{10}$ gigabytes = 2^{16} gigabytes = $2^{16} \times 2^{10}$ megabytes = 2^{26} megabytes = $2^{26} \times 2^{10}$ kilobytes = 2^{36} kilobytes = $2^{36} \times 2^{10}$ bytes = 2^{46} bytes = $2^3 \times 2^{46}$ bits = 2^{49} bits.
 d) **R. L.** Actualmente existen unidades de almacenamiento supermasivas para grandes bases de datos (como las que utilizan Google, Facebook o NASA), que son del orden de exabytes.

L3 **Cociente de potencias enteras de la misma base**

► **Página 48**

Inicio

1. a) 512 pisetas. b) 256 pisetas. c) 64 pisetas.
 d) Información relevante: la capacidad del contenedor industrial y la capacidad de cada piqueta. Información no relevante: el tipo de líquido que se maneja, en dónde se encuentra el contenedor y cualquier otro dato.
 e) **R. M.** Se divide la cantidad de agua destilada en el contenedor industrial entre la capacidad de las pisetas que se utilizarán para trasvasar el líquido. Resultan más fáciles los cálculos utilizando las reglas de los exponentes estudiadas hasta ahora.

2. R. L.

Desarrollo

Cociente de potencias enteras

1. a) 3^1 b) $81 = 3^4$ y $27 = 3^3$ c) $\frac{3^4}{3^3}$ d) $\frac{3^4}{3^3} = 3^1$

e) El exponente del resultado es el exponente del numerador menos el exponente del denominador (es importante que el número en la base sea el mismo).

f) $\frac{256}{64} = \frac{2^8}{2^6} = 2^2 = 4$

2. a) Incorrecto b) Correcto c) Incorrecto

► **Página 49**

3.

Tabla 1.16			
Cociente de potencias $\frac{a^n}{a^m}$	Desarrollo del cociente	Resultado	Expresión como potencia a^p
$\frac{4^4}{4^2}$	$\frac{4 \times 4 \times 4 \times 4}{4 \times 4}$	16	4^2
$\frac{5^6}{5^3}$	$\frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5}$	125	5^3
$\frac{(-5)^5}{(-5)^3}$	$\frac{(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)}{(-5) \times (-5) \times (-5)}$	25	$(-5)^2$
$\frac{(0.2)^4}{0.2}$	$\frac{0.2 \times 0.2 \times 0.2 \times 0.2}{0.2}$	0.008	$(0.2)^3$
$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^5}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$	$\frac{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)}$	$\frac{1}{4}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$

a) **R. M.** En todos los casos podemos ver que la base en el numerador, el denominador y el resultado es la misma; también podemos ver que el exponente del resultado 'p' es la resta del exponente del numerador menos el exponente del denominador.

b) **R. L.** $\frac{a^n}{a^m} = a^n - a^m$.

c) **R. L.** Es posible que al proponer ejemplos, los alumnos lleguen a un resultado con exponente negativo. El profesor debe aclarar lo que indica el signo negativo en este caso.

► **Página 50**

Cociente de potencias enteras de la misma base y mismo exponente

4.

Tabla 1.17			
Cociente de potencias $\frac{a^n}{a^n}$	Desarrollo del cociente	Resultado	Expresión como potencia a^p
$\frac{2^4}{2^4}$	$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2}$	1	2^0
$\frac{3^3}{3^3}$	$\frac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3}$	1	3^0
$\frac{(-6)^5}{(-6)^5}$	$\frac{(-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6)}{(-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6)}$	1	$(-6)^0$
$\frac{(0.5)^4}{(0.5)^4}$	$\frac{0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5}{0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5}$	1	$(0.5)^0$
$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^6}{\left(\frac{1}{2}\right)^6}$	$\frac{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)}$	1	$\left(\frac{1}{2}\right)^0$

- a) $p = n - n = 0$
- b) **R. L.** El exponente del resultado siempre es cero porque los exponentes del numerador y del denominador son iguales; al restarlos, el resultado es cero.
- c) $a^0 \times a^4 = 1 \times a^4 = a^4$. $a^0 \times a^5 = 1 \times a^5 = a^5$. $a^0 \times a^6 = 1 \times a^6 = a^6$. $a^0 \times a^7 = 1 \times a^7 = a^7$. Podemos deducir que cualquier número distinto de cero elevado a la potencia 0, siempre es 1.
- d) El resultado al dividir dos números iguales siempre es 1, que es el mismo resultado al elevar ese número a la potencia cero.
- e) **R. L.**

► **Página 51**

Problemas de cociente de potencias

- 5. a) **R. M.** Como el área de un rectángulo se calcula multiplicando la longitud de la base por la longitud de la altura, entonces la longitud de la altura es igual al área del rectángulo entre la longitud de la base. Es decir, si $A = b \times h$, entonces $h = \frac{A}{b}$.
- b) $3^{10-7} \text{ cm} = 3^3 \text{ cm} = 27 \text{ cm}$
- c) $4^5 \text{ cm} = 1\,024 \text{ cm}$
- d) **R. M.** Dividimos el área del rectángulo entre la longitud de su altura. Utilizamos las propiedades de los exponentes vistos hasta ahora para simplificar los cálculos.

6.

Tabla 1.18				
Volumen cajas pequeñas	Expresión como potencia	Cociente	Operación con exponentes	Número de cajas pequeñas
4 cm ³	2 ² cm ³	$\frac{2^9}{2^2}$	2 ⁹⁻²	2 ⁷ = 128
16 cm ³	2 ⁴ cm ³	$\frac{2^9}{2^4}$	2 ⁹⁻⁴	2 ⁵ = 32
2 cm ³	2 ¹ cm ³	$\frac{2^9}{2^1}$	2 ⁹⁻¹	2 ⁸ = 256
1 cm ³	2 ⁰ cm ³	$\frac{2^9}{2^0}$	2 ⁹⁻⁰	2 ⁹ = 512
64 cm ³	2 ⁶ cm ³	$\frac{2^9}{2^6}$	2 ⁹⁻⁶	2 ³ = 8
512 cm ³	2 ⁹ cm ³	$\frac{2^9}{2^9}$	2 ⁹⁻⁹	2 ⁰ = 1

Cierre

- El alumno debería entender la división de números con la misma base como una resta de sus exponentes para resolver las operaciones de una manera más práctica.
- $243 \times 9 = 2\ 187$ huevos. $3^5 \times 3^2 = 3^7 = 2\ 187$ huevos.
 - $2\ 187 \div 30 = 72.9$. Por lo tanto, se requieren 73 empaques (72 llenos y 24 huevos). $\frac{3^7}{30} = \frac{3^7}{3^1 \times 10} = \frac{3^7}{3^1} \times \frac{1}{10} = 3^{7-1} \times \frac{1}{10} = 3^6 \times \frac{1}{10} = \frac{729}{10} = 72.9$. Por lo tanto, se requieren 73 empaques.
 - R. L.

L4 Potencias con exponente negativo y notación científica

Página 52

Inicio

- $\frac{10^2 \text{ m}^2}{10^3} = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ m}^2$
 - 10^{-1} m^2
 - Información relevante: el área total del cuadro grande y el número de cuadritos en el que se quiere segmentar. Información no relevante: cualquier otro dato.
 - R. M. Se divide el área total del cuadrado entre el número de cuadritos en que se quiere segmentar. Resulta más fácil calcular utilizando las reglas de los exponentes estudiadas hasta ahora.
- R. L.

Desarrollo

Potencias con exponente negativo

- $\frac{64}{256} = \frac{2^6}{2^8} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = 0.25$
 - R. M. El exponente del denominador (divisor) es mayor que el exponente del numerador (dividendo). Mientras que el exponente del cociente obtenido es negativo.

2.

Tabla 1.19			
Cociente de potencias $\frac{a^n}{a^m}$	Desarrollo del cociente	Resultado	Expresión como potencia
$\frac{4^2}{4^4}$	$\frac{4 \times 4}{4 \times 4 \times 4 \times 4}$	$\frac{16}{256} = \frac{1}{16}$	$\frac{1}{16} = \frac{1}{4^2}$
$\frac{5^3}{5^6}$	$\frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}$	$\frac{125}{15625} = \frac{1}{125}$	$\frac{1}{125} = \frac{1}{5^3}$
$\frac{(-3)^3}{(-3)^5}$	$\frac{(-3) \times (-3) \times 36}{(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)}$	$\frac{-27}{-243} = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$
$\frac{0.6}{0.6^4}$	$\frac{0.6}{0.6 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.6}$	$\frac{0.6}{0.1296} = \frac{1}{0.216}$	$\frac{1}{0.216} = \frac{1}{(0.6)^3}$
$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{1}{2}\right)^5}$	$\frac{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)}$	$\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{32}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)} = 4$	$\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2^2}\right)} = 2^2$

► **Página 53**

a) **R. M.** El exponente del denominador del resultado es la resta del exponente del denominador menos el exponente del numerador.

b) **R. L.** $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ si $n > m$. $\frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}}$ si $n < m$

c) **R. L.**

3. Tabla 1.20:

Segunda columna: $\frac{1}{4^2}, \frac{1}{5^3}, \frac{1}{(-3)^2}, \frac{1}{0.6^3}, \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$.

Tercera columna: $4^{2-4}, 5^{3-6}, (-3)^{3-5}, 0.6^{1-4}, \left(\frac{1}{2}\right)^{3-5}$.

Cuarta columna: $4^{-2}, 5^{-3}, (-3)^{-2}, 0.6^{-3}, \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$.

a) **R. M.** Son iguales pero con signo contrario.

b) **R. L.**

► **Página 54**

4. a) Incorrecta

b) Correcta

c) Incorrecta

d) **R. L.**

Reglas generales para potencias con exponente entero

5. a) $3^{15} = 14\ 348\ 907$

e) 1

b) $2^{15} = 32\ 768$

f) $(-2)^{20} = 1\ 048\ 576$

c) $(2.2)^{12} = 12\ 855\ 00263$

g) $5^3 = 125$

d) $3^{-4} = \frac{1}{81} = 0.012345679$

h) $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

Notación científica

6. a)

- 1357246.9×10^1 • 135724.69×10^2 • 13572.469×10^3
- 1357.2469×10^4 • 135.72469×10^5 • 13.572469×10^6

b) Se espera que los alumnos agreguen un cero al inicio del primer inciso.

- $0.0000003487 \times 10^{-1}$ • $0.000003487 \times 10^{-2}$ • $0.00003487 \times 10^{-3}$
- 0.0003487×10^{-4} • 0.003487×10^{-5} • 0.03487×10^{-6}

c) **R. M.** Si el exponente sobre el 10 es positivo, sólo debemos recorrer el punto decimal hacia la derecha (agregando los ceros que sean necesarios). Si el exponente sobre el 10 es negativo, debemos recorrer el punto decimal hacia la izquierda (agregando los ceros necesarios).

► **Página 55**

7. Tabla 1.21:

Tercera columna: 8, 7, 7, 2, 5.

Cuarta columna: 1.259×10^8 , 5×10^{-7} , 4.0075×10^7 , 6.23×10^{-2} , 6.32×10^{-5} .

a) **R. M.** Si el número a es mayor que 10, entonces se divide el número n veces entre 10 hasta que quede un valor b entre 1 y 10. Entonces la notación científica de a es $a = b \times 10^n$. Si el número a está entre 0 y 1, entonces se multiplica el número n veces por 10 hasta que quede un valor b entre 1 y 10. Entonces la notación científica de a es $a = b \times 10^{-n}$. Si el número a que se va a representar está entre 1 y 10, no se hace nada. Si el número a es negativo, entonces se toma el valor absoluto de a y se repite el procedimiento anterior. Al final se agrega el signo negativo al inicio del número. Los resultados pueden ser $a = -b \times 10^n$ o $a = -b \times 10^{-n}$, según el caso.

8. a) 370 000 000 000

b) 0.000 000 002 25

9. La escritura 0.256×10^8 es incorrecta. La correcta es $2.56 \times 10^7 = 25\,600\,000$, por lo que también es incorrecta la notación desarrollada.

10. **R. L.**

Cierre ►

1. El alumno deberá entender las reglas generales de potencias con exponente entero.

2. $10^{11} \times 10^{12} = 10^{12+11} = 10^{23}$ estrellas.**Piensa y sé crítico**

En esta actividad es más importante la lógica y los procedimientos de solución que los alumnos utilicen, de acuerdo con los conocimientos adquiridos en esta secuencia, que el resultado mismo. Fomente el análisis crítico y organice un debate entre los alumnos para que expongan sus puntos de vista.

► **Página 57****Analiza y resuelve**

- En la primera actividad, fomente la reflexión antes de resolver el problema. Los alumnos deben tener la capacidad de deducir que basta con una sencilla división entre potencias con la misma base para resolver el planteamiento. La respuesta a la que deben llegar es que los dígitos del número googol separados un centímetro entre sí abarcarían un total de 1 095 km.
- 9.3×10^{90}

S5 Raíces cuadradas

L1 Significado de la raíz cuadrada

► **Página 58**

Inicio

- 5 cm de largo por 5 cm de ancho.
 - 14 cm de largo por 14 cm de ancho.
 - R. M.** Una caja es de 5 cm por lado y otra es de 4 cm de lado.
 - Información relevante: la cantidad de canicas que se debe acomodar en cada caja, que las cajas son cuadradas y el diámetro de las canicas. Información irrelevante: que las cajas son de cartón y cualquier otro dato.
 - R. L.** Dado que las cajas son cuadradas, se debe calcular la raíz cuadrada del número de canicas que se quiere almacenar y luego multiplicar el resultado por el diámetro de las canicas.
- R. L.**

Desarrollo

La raíz cuadrada y la potencia cuadrada

- 64 m² b) 8 m c) **R. M.** 8² m² = 2⁶ m²
 - El área del cuadrado es el cuadrado de su longitud.
- Si el lado de un cuadrado mide a , el área del cuadrado es $A = a \times a = a^2$.
 - Loseta de 20 cm de lado: $A = (20 \text{ cm}) \times (20 \text{ cm})^2 = 400 \text{ cm}^2$. Loseta de 25 cm de lado: $A = (25 \text{ cm}) \times (25 \text{ cm}) = 625 \text{ cm}^2$. Loseta de 30 cm de lado = $A = (30 \text{ cm}) \times (30 \text{ cm}) = 900 \text{ cm}^2$
 - La primera tiene 20² cm² de área, la segunda tiene 25² cm² de área y la tercera tiene 30² cm² de área.

► **Página 59**

- R. M.** Determinando un número a tal que multiplicado por sí mismo dé por resultado el área.
 - Área: 100 cm², lado: 10 cm. Área: 225 cm², lado: 15 cm. Área: 2500 cm², lado: 50 cm.
 - Área: 100 cm², 10² cm². Área: 225 cm², 15² cm². Área: 2500 cm², 50² cm².
- 16 b) 25 c) 9
 - R. L.**
-

Tabla 1.22

a	a^2	$\sqrt{a^2}$
4	16	4
5	25	5
6	36	6
7	49	7
8	64	8
9	81	9
10	100	10

- Se obtiene el número original.
- Que son operaciones inversas.
- R. M.** $\sqrt{81} = 9$ porque $9^2 = 81$. $\sqrt{121} = 11$ porque $11^2 = 121$. $\sqrt{400} = 20$ porque $20^2 = 400$

► **Página 60**

d) **R. L.**

6.

a	16	36	64	100	144	169	225
$b = \sqrt{a}$	4	6	8	10	12	13	15
b^2	$4^2 = 16$	36	64	100	144	169	225
$(\sqrt{a})^2$	$(4)^2 = 16$	36	64	100	144	169	225

a) Iguales

b) Igual

c) Iguales

d) Igual

e) **R. M.**

f) **R. L.**

7. **R. M.** Cuando a es un número entero positivo las tres expresiones son iguales. Por ejemplo, si $a = 9$, entonces $(\sqrt{9})^2 = 3^2 = 9$ y $\sqrt{(9^2)} = \sqrt{81} = 9$. Pero si a es negativo, entonces no cumple la igualdad ya que, por ejemplo, en la primer expresión queda $(\sqrt{-9})^2$, que no se puede resolver con los métodos vistos hasta ahora. En la segunda y tercera expresión queda $\sqrt{(-9)^2} = \sqrt{81} = 9$ y -9 , respectivamente.
8. a) **R. M.** El cuadrado tiene lados que miden 7 cm. Lo sabemos porque, para un cuadrado, $A = l^2$, entonces $l = \sqrt{A}$. Entonces $l = \sqrt{49} = 7$.
- b) **R. M.** La longitud de un lado del cuadrado es igual a la raíz cuadrada del área del cuadrado.
- c) **R. M.** El área de un cuadrado es la longitud de uno de sus lados elevada al cuadrado.
- d) Estamos describiendo la misma ecuación, pero despejando distintos términos.
- e) **R. M.** El área de un cuadrado es un cuadrado perfecto siempre que la longitud de uno de sus lados sea un número entero.

► **Página 61**

Problemas de raíces cuadradas

9. a) Si $16 = 4^2$, entonces $\sqrt{16} = 4$

b) Si $25 = 5^2$, entonces $\sqrt{25} = 5$

c) Si $81 = 9^2$, entonces $\sqrt{81} = 9$

d) Si $49 = 7^2$, entonces $\sqrt{49} = 7$

10. a) Resuelto en el libro.

b) $\sqrt{529} = \sqrt{23 \times 23} = \sqrt{23^2} = 23$

c) $\sqrt{784} = \sqrt{28 \times 28} = \sqrt{28^2} = 28$

11. a) 120 no es un cuadrado perfecto.

b) 289 sí es un cuadrado perfecto: $17^2 = 289$.

12. a) Resuelto en el libro.

b) $\sqrt{8^6} = \sqrt{(8^3)^2} = 8^3 = 512$

c) $\sqrt{7^4} = \sqrt{(7^2)^2} = 7^2 = 49$

d) $\sqrt{15^6} = \sqrt{(15^3)^2} = 15^3$

e) $\sqrt{25^2} = 25$

f) $\sqrt{17^8} = \sqrt{(17^4)^2} = 17^4 = 83521$

13. Resuelto en el libro.

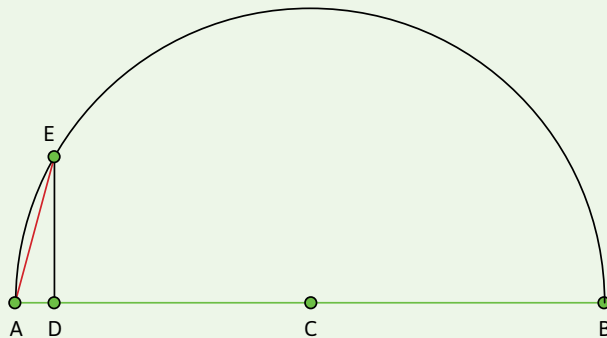
b) $\sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{9 \times 25} = \sqrt{225} = 15$ o bien $\sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{(3 \times 5)^2} = 3 \times 5 = 15$.

c) $\sqrt{2^4 \times 3^4} = \sqrt{16 \times 81} = \sqrt{1296} = 36$ o bien $\sqrt{2^4 \times 3^4} = \sqrt{(2 \times 3)^4} = \sqrt{((2 \times 3)^2)^2} = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$.

- b) **R. M.** Los números cuyos cuadrados se acercan más al 6 pueden ser 2.4 y 2.5.
 - Si $5.76 < 6 < 6.25$, entonces $2.4 < \sqrt{6} < 2.5$.
- c) Escribiendo una tabla similar a la anterior pero con valores: 2.40, 2.41, 2.42, ..., 2.5
 - **R. M.** Los números con dos cifras decimales entre 2.4 y 2.5 cuyo cuadrado está más próximo a 6 son 2.44 (se tiene que $2.442 = 5.9536$) y 2.45 (en este caso $2.452 = 6.0025$).

► **Página 64**

- d) **R. M.** $\sqrt{6} = 2.449489742783178$. El valor es el mismo hasta la segunda cifra decimal: 2.44.
- e) **R. L.**
- 4. a) **R. M.** Se puede comenzar dibujando un rectángulo de 5 u de largo por 3 u de altura.
 - b) **R. M.** Para la construcción del inciso a, la suma de las longitudes es 8 u y su promedio es 4 u.
 - c) **R. M.** Siguiendo con el ejemplo propuesto, si la base es 4 u, la altura será de 3.75 u. El área será $4 \times 3.75 = 15 \text{ u}^2$.
 - d) **R. M.** Esta vez, la suma de los lados es 7.75 u y su promedio es 3.875 u.
 - e) **R. M.** El valor en la calculadora es $\sqrt{15} = 3.872983346207417$. La aproximación coincide en dos cifras decimales.
 - f) **R. M.** La base mide 3.875 u y la altura mide 3.871 u. La suma es 7.7460 u y el promedio es 3.8729 u. Esta vez la aproximación coincide en cuatro cifras decimales.
 - g) **R. M.** A medida que se repite el algoritmo, los rectángulos se asemejan más a un cuadrado.
 - h) **R. L.**
 - i) **R. L.**
- 5. a)-d)



► **Página 65**

- e) **R. M.** El segmento mide aproximadamente 3.87 cm.
- f) **R. M.** Los dos valores son casi iguales.
- g) **R. L.**

Problemas de aproximación de raíces cuadradas

- 6. a) 4 b) 4 c) 5 d) 5
- 7. a) Resuelto en el libro. c) $5 < \sqrt{28} < 6$
 b) $4 < \sqrt{21} < 5$ d) $5 < \sqrt{30} < 6$
- 8. a) Resuelto en el libro.
 b) Como $4 < 5 < 9$, entonces $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$, es decir, $2 < \sqrt{5} < 3$
 c) Como $25 < 28 < 36$, entonces $\sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36}$, es decir, $5 < \sqrt{28} < 6$
- 9. a) 7.4 c) 9.1 e) 11.2 g) 13.2
 b) 8.3 d) 10.4 f) 12.3 h) 14.4
- 10. a) 2.65 b) 3.16 c) 3.46
- 11. a) $3 > \sqrt{3} \approx 1.73 > 0.3 > 0.003$
 b) $2 > \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 0.7 > 0.2 > (0.2)^2 = 0.04$
- 12. **R. L.**

Cierre

- R. L.** Hay diversas maneras de aproximar el valor de la raíz cuadrada de un número positivo. Los alumnos preferirán la que les resulte más fácil de comprender y ejecutar. Procure que los alumnos puedan manejar al menos dos procedimientos para aproximar raíces cuadradas.
- 120 m

L3 Cuadrados y raíces cuadradas

▶ Página 66

Inicio

- Ambos obtuvieron 25 m².
 - R. L.** Considerar el sistema de referencia. Tal vez los alumnos usen números negativos para denotar distancias bajo el nivel del suelo.
 - R. M.** Tanto 5 como -5 son raíces cuadradas del número 25 pues $5^2 = (-5)^2 = 25$.
 - Información relevante: el área de la pared y que ésta tiene forma cuadrada. Información no relevante: que se trata de la pared de una cisterna.
 - R. L.**
- R. L.**

Desarrollo

Raíces de números positivos

- Tabla 1.26, segunda fila: 4, 4, 9, 9, 16, 16, 25, 25, 36, 36, 49, 49

Tabla 1.27, segunda fila: 0.01, 0.01, 0.04, 0.04, 0.09, 0.09, 0.16, 0.16, 0.25, 0.25, 0.36, 0.36

Tabla 1.28, segunda fila: $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \frac{1}{25}, \frac{1}{36}, \frac{1}{36}, \frac{1}{49}, \frac{1}{49}$

 - Que el cuadrado de un número a (positivo) siempre es el mismo resultado que el cuadrado del número $-a$ (negativo).
 - R. M.** El 4 tiene dos raíces cuadradas: 2 y -2 . Las raíces de 0.01 son 0.1 y -0.1 . La fracción $\frac{1}{4}$ tiene como raíces $-\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{2}$.

▶ Página 67

- R. M.** Todos los números positivos tienen dos raíces cuadradas: ambas del mismo valor numérico pero con signos diferentes.
- R. L.**

Potencia cuadrada y raíz cuadrada

- Tabla 1.29. Segunda fila: 64, 64, 144, 144, 400, 400, 2.25, 2.25, 12.96, 12.96, $\frac{1}{100}, \frac{1}{100}, \frac{1}{225}, \frac{1}{225}$.

Tabla 1.29. Tercera fila: 8, 8, 12, 12, 20, 20, 1.5, 1.5, 3.6, 3.6, $\frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{15}$.

 - R. M.** Resulta el número original.
 - R. M.** Resulta el número original pero con signo positivo.
 - R. M.** Cuando un número (positivo o negativo) se eleva al cuadrado y después se extrae la raíz cuadrada, se obtiene el valor absoluto del número original.
 - R. L.** Si $a = 8$, entonces $\sqrt{8^2} = \sqrt{64} = 8$. Si $a = -6$, entonces $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$.
 - R. L.**

▶ **Página 68****Gráficas de potencia cuadrada y raíz cuadrada**3. Tabla 1.30. Segunda fila: $-2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2$ Tabla 1.31. Segunda fila: $4, 2.25, 1, 0.25, 0, 0.25, 1, 2.25, 4$ Tabla 1.32. Segunda fila: $0, \approx 0.7, 1, \approx 1.2, \approx 1.4$ Tabla 1.32. Tercera fila: $0, \approx -0.7, -1, \approx -1.2, \approx -1.4$ a) **R. L.**

b) La variación es lineal (una recta).

c) Los puntos de la tabla 1.31 corresponden a una parábola vertical.

d) Los puntos de la tabla 1.32 corresponden a una parábola horizontal.

e) **R. L.** La gráfica A es simétrica respecto al eje y. La gráfica B es simétrica respecto al eje x.f) **R. M.** Las gráficas coinciden al doblar el papel.g) **R. L.**▶ **Página 69****Problemas de potencias y raíces cuadradas**

4. a) $\sqrt{21} = \pm 4.58$

b) $\sqrt{18} = \pm 4.24$

5. a) Si $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$, entonces $\sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5}$

c) Si $\left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}$, entonces $\sqrt{\frac{1}{81}} = \pm \frac{1}{9}$

b) Si $\left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}$, entonces $\sqrt{\frac{1}{49}} = \pm \frac{1}{7}$

d) Si $(1.3)^2$, entonces $\sqrt{1.69} = \pm 1.3$

6. a) Si los lados de un cuadrado miden 2.2 u, entonces su área es de $4.84 u^2$.b) Si los lados de un cuadrado miden $\frac{3}{4} u$, entonces su área es de $\frac{9}{16} u^2$.c) Si los lados de un cuadrado miden 25 u, entonces su área es de $625 u^2$.7. a) **R. M.** No; de hecho cada número positivo tiene una raíz positiva y otra negativa.b) **R. M.** No; siempre que se eleva al cuadrado un número, el resultado es positivo.8. **R. L.****Cierre**

1. **R. L.** Las operaciones de elevar al cuadrado y aplicar raíz cuadrada son operaciones inversas, pero hay que considerar el signo del número en el caso de aplicar raíz cuadrada y luego elevar al cuadrado. Por otro lado, la raíz cuadrada de un número positivo tiene dos valores posibles.

$$2. s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{2+5+6}{2} = \frac{13}{2} = 6.5$$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{6.5(6.5-2)(6.5-5)(6.5-6)} \\ &= \sqrt{6.5(4.5)(1.5)(0.5)} \\ &= \sqrt{21.9375} \approx 4.78 \end{aligned}$$

Piensa y sé crítico

En este caso, el resultado que arrojó el programa es correcto, pero muy general. María debe ser consciente de que la medida que ella requiere es necesariamente positiva, y así deducir que el valor que debe tomar es +13.

Es frecuente que existan varias soluciones a un problema, pero solamente uno es el que lo resuelve por completo (o lo resuelve mejor).

S6 Propiedades de polígonos

L1 Diagonales de un polígono

► Página 70

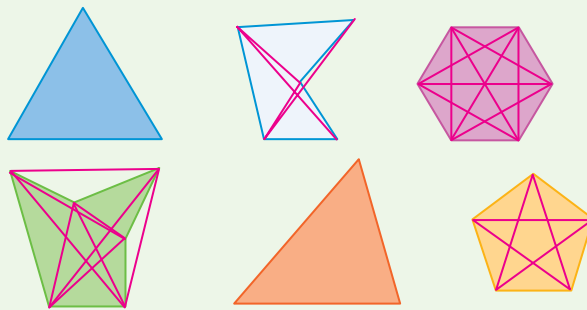
Inicio

- Se necesitan 66 líneas de hilo.
 - Se requerirían 91 líneas de hilo.
 - Se necesitarían 325 líneas de hilo.
 - R. M.** Se requiere saber cuántos vértices tiene el polígono.
 - R. L.**
- R. L.**

Desarrollo

Diagonales

- a) **R. M.**



► Página 71

- No se pueden trazar diagonales en las figuras de los incisos a y e.
 - R. L.** Los vértices a unir ya son contiguos.
 - En c y f
 - En b y d
 - R. M.** La diagonal de un polígono es un segmento rectilíneo que une dos vértices no consecutivos.
- R. M.** Los polígonos c y d de la figura 1.17 sirven como ejemplo.
 - R. L.**

► Página 72

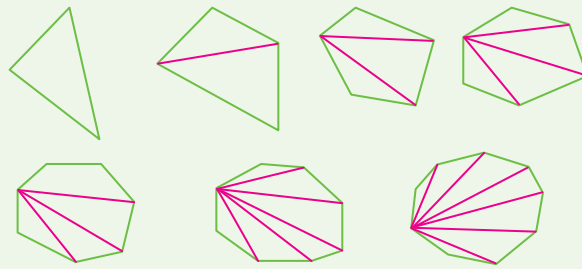
- Son polígonos convexos a, c y d. Son cóncavos b, e y f.
 - R. L.**

Número de diagonales desde un vértice

- El número de lados de cada pareja de polígonos es igual.
 - R. L.**
 - El número de diagonales trazadas desde un vértice es igual para ambos polígonos.
 - R. L.**
 - R. M.** El número de diagonales depende del número de lados del polígono.
 - R. L.**

► **Página 73**

5. a) **R. M.**



b)

- Los vértices que son extremos de cada diagonal no son consecutivos.
- **R. M.** Por cada vértice hay otros dos (los dos consecutivos) que no están unidos mediante diagonales (los que son consecutivos). A estos vértices los unen los lados del polígono.

c)

Tabla 1.34			
Polígono	Número de lados n	Número de diagonales d desde un vértice	Vértices que quedan sin unir por una diagonal
a	3	0	3
b	4	1	3
c	5	2	3
d	6	3	3
e	7	4	3
f	8	5	3
g	9	6	3

d) **R. M.** No, el número de lados siempre supera en 3 al número de diagonales.

e) **R. M.** El número de diagonales desde un vértice es igual al número de lados menos 3, es decir,

$$d = n - 3.$$

f) • 7 diagonales

• 12 diagonales

g) El polígono tiene 13 lados.

h) **R. L**

► **Página 74**

Número total de diagonales

6. a) **R. L.**

b)

- Todos los vértices tienen el mismo número de diagonales.
- **R. M.** Sí, todas las diagonales se cuentan dos veces: una por cada extremo de la diagonal.

c)

Polígono	Número de lados n	Número de diagonales d desde cada vértice	Número total de diagonales
a	3	0	0
b	4	1	2
c	5	2	5
d	6	3	9
e	7	4	14
f	8	5	20
g	9	6	27

d)

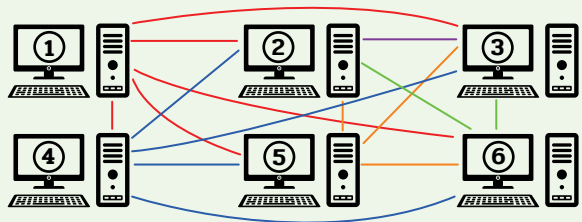
- La cantidad de diagonales crece cuanto más aumenta la cantidad de vértices
 - En un polígono de 10 lados pueden trazarse 70 diagonales, de las cuales 35 se repiten. El número de diagonales que no se repiten se puede calcular dividiendo entre 2 el número total de diagonales que se pueden trazar desde cada vértice del polígono.
 - Cuatro
 - Diez lados
- e) **R. M.** Si se tiene un polígono de n lados (o equivalentemente, n vértices), de cada vértice se pueden trazar $n - 3$ diagonales. En total se pueden contar $n(n - 3)$ diagonales. Cada una de ellas está contada dos veces (una por cada extremo). Así, se tiene el total de diagonales es $D = \frac{n(n-3)}{2}$.

► **Página 75**

- f) • 35 diagonales
- 90 diagonales
- g) **R. L.**

Problemas de diagonales de polígonos

7. a) 13 diagonales b) 17 diagonales
 c) 22 diagonales d) 47 diagonales
8. a) 2015 diagonales b) 2700 diagonales
 c) 3485 diagonales d) 4850 diagonales
9. a)



- b) Cada computadora tiene 5 conexiones.
- c) El número total de conexiones es igual al total de diagonales y lados de un hexágono, es decir, $6 + \frac{6(6-3)}{2} = 6 + 9 = 15$ conexiones.
- d) La computadora número 6 tiene 5 conexiones. Si ésta falla, quedarán $15 - 5 = 10$ conexiones.

Cierre

1. **R. L.** El alumno ahora conoce la forma de calcular el número de diagonales desde el vértice de un polígono. También cómo calcular el número total de diagonales en un polígono.
2. Hubo 120 apretones de mano.

L2 Ángulos de un polígono

► **Página 76**

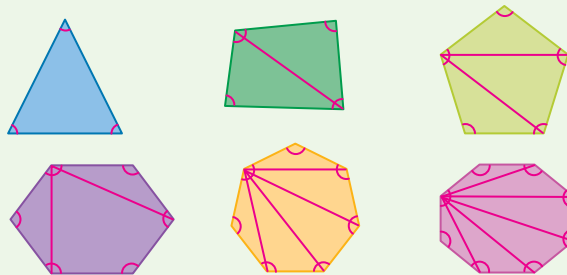
Inicio

1. **a) R. L.** En el diseño aparecen cuadrados, hexágonos y dodecágonos.
b) Los cuadrados tienen ángulos interiores de 90° ; los hexágonos, de 120° ; y los dodecágonos, de 150° .
c) R. L. **d) R. L.** **e) R. L.**
2. **R. L.**

Desarrollo

Ángulos interiores de un polígono

1.



► **Página 77**

a)

Polígono	Número de lados n	Número de diagonales d desde un vértice	Número de ángulos interiores	Número de triángulos que se forman en el polígono	Suma de ángulos interiores
Triángulo	3	0	3	1	180°
Cuadrilátero	4	1	4	2	360°
Pentágono	5	2	5	3	540°
Hexágono	6	3	6	4	720°
Heptágono	7	4	7	5	900°
Octágono	8	5	8	6	1080°

- b) R. M.** Un polígono de n lados puede descomponerse en $n - 2$ triángulos.
- c)** Los ángulos internos de un triángulo suman 180° .
- d)** Ver tabla anterior. Quinta columna.
- e)** $S = (n - 2) \times 180^\circ$

- f) En polígonos irregulares no todos los ángulos interiores son iguales, incluso puede pasar que todos sean diferentes.
- g) En polígonos regulares, todos los ángulos interiores son iguales.
- h) Divide en triángulos y cada uno aporta 180° , luego todo se reparte en ángulos iguales. Queda $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$.

i) R. L.

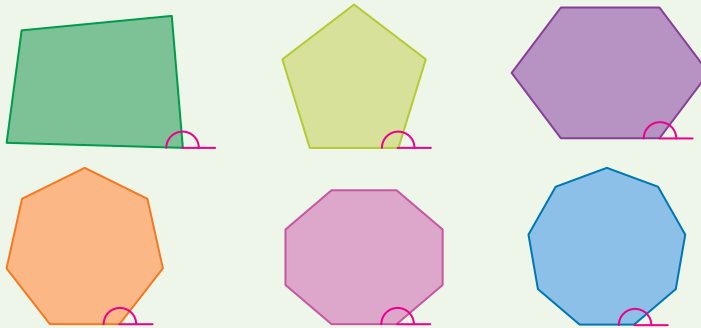
2. R. L.

► **Página 78**

Ángulos exteriores de un polígono convexo

- 3. a) **R. M.** Cada ángulo interior tiene un ángulo exterior. Ambos ángulos son suplementarios, es decir, suman 180° .
- b) 180°
- c) La suma de un ángulo interior y su correspondiente ángulo exterior es 180° .
- d) **R. M.** Las medidas de los ángulos exteriores de un triángulo suma 360° ; por lo tanto, los tres ángulos recortados deben formar un círculo.

4.



- a) La suma de un ángulo interior y su correspondiente ángulo exterior es 180° .

► **Página 79**

b)

Tabla 1.37					
Polígono	Número de lados n	Número de ángulos interiores	Suma de ángulos interiores	Número de ángulos exteriores	Suma de ángulos exteriores
Triángulo	3	3	180°	3	360°
Cuadrilátero	4	4	360°	4	360°
Pentágono	5	5	540°	5	360°
Hexágono	6	6	720°	6	360°
Heptágono	7	7	900°	7	360°
Octágono	8	8	1080°	8	360°
Nonágono	9	9	1260°	9	360°

c) 360°

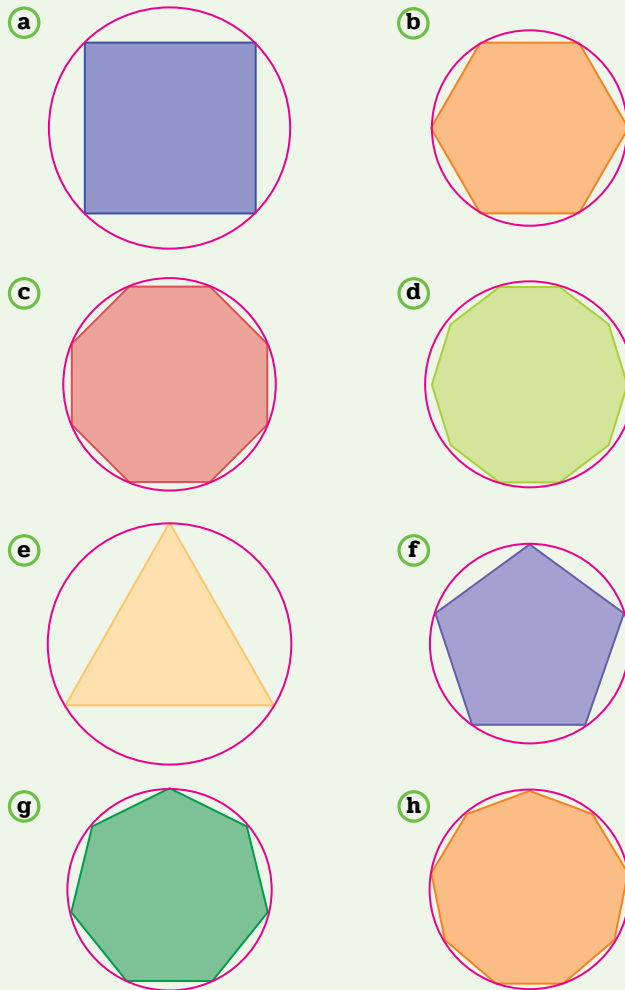
- d) **R. M.** Los ángulos exteriores de un polígono irregular convexo no son todos iguales; de hecho, podrían ser todos diferentes.

- e) Todos los ángulos exteriores son iguales.
 f) **R. M.** Si la suma de todos los ángulos exteriores es 360° y el polígono tiene n ángulos exteriores iguales (por ser regular), entonces cada ángulo exterior mide $\frac{360^\circ}{n}$.
 g) **R. L.**
 5. **R. L.**

► **Página 80**

Ángulos centrales de un polígono regular

6. a) **R. M.** El centro de la circunferencia que pasa por todos los vértices de cada polígono, está en la intersección de las diagonales más grandes trazadas desde cada vértice. Estas diagonales son aquellas que unen vértices opuestos.



► **Página 81**

- Polígono a: 90° . Polígono b: 60° . Polígono c: 45° . Polígono d: 36° .
- **R. M.** Al multiplicar el número de lados por la medida del ángulo central, se obtiene siempre 360° .
- **R. M.** Cada ángulo central en un polígono regular es igual a 360° dividido entre el número de lados:

$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{n}$$

- b) **R. L.** La altura de cada polígono pasa por el centro de la circunferencia.
 • Polígono e: 120° . Polígono f: 72° . Polígono g: 51.4° . Polígono h: 40° .
 • Todos los ángulos centrales miden lo mismo en cada polígono.

- **R. M.** Cada ángulo central en un polígono regular es igual a 360° dividido entre el número de lados:

$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{n}$$

c) **R. L.**

7. **R. L.**

► **Página 82**

Problemas de ángulos de polígonos regulares

8. a) Iguales

b) Son congruentes.

c) Son iguales a sus correspondientes.

d) **R. M.** Si se multiplica un ángulo central de un polígono por el número de lados, se obtiene 360° .

e) • Ángulo interior = $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

• Ángulo exterior = $\frac{360^\circ}{n}$

• Ángulo central = $\frac{360^\circ}{n}$

9. a) **R. M.** La medida de los ángulos interiores aumenta, mientras que la medida de los ángulos centrales y exteriores decrece.

► **Página 83**

b) **R. L.**

c)

Polígono regular	Número de lados n	Suma de las medidas de sus ángulos interiores	Medida de un ángulo interior	Medida de un ángulo central	Medida de un ángulo exterior	Suma de las medidas de sus ángulos exteriores
Octágono	8	1080°	135°	45°	45°	360°
Nonágono	9	1260°	140°	40°	40°	360°
Decágono	10	1440°	144°	36°	36°	360°
Undecágono	11	1620°	147.2°	32.7°	32.7°	360°
Dodecágono	12	1800°	150°	30°	30°	360°
Tridecágono	13	1980°	152.3°	27.7°	27.7°	360°
Tetradecágono	14	2160°	154.2°	25.7°	25.7°	360°

d) Son iguales.

10. **R. L.**

Cierre

1. **R. L.** Ahora el alumno debe tener la habilidad y el conocimiento suficiente para calcular la medida de un ángulo interior, exterior y central de un polígono regular.

2. a) **R. L.**

b) **R. L.**

c) Cada ángulo central mide 72° .

Piensa y sé crítico

Este ejercicio propone encontrar el circuncentro de un polígono, es decir, el centro de la circunferencia que pasa por todos sus vértices. No todos los polígonos tienen circuncentro; sin embargo, todos los triángulos y polígonos regulares lo tienen.

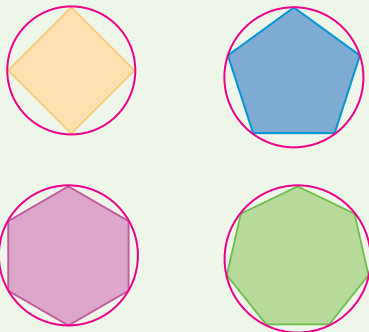
Los alumnos pueden llegar a la conclusión de que la figura no tiene centro, al reflexionar que no se trata de un polígono regular. Analice los argumentos de sus alumnos y considere sus procedimientos para evaluar si asimilaron correctamente los aprendizajes esperados de esta secuencia.

S7 Construcción de polígonos regulares**L1 Algunas construcciones de polígonos****► Página 84****Inicio**

1. a) R. L. Unir un triángulo a cada lado de un polígono regular.
b) R. L. Solamente se necesita saber la longitud de cada lado y los colores.
c) R. L.
2. R. L.

Desarrollo**Circunferencia circunscrita**

1.



a) R. L.

► Página 85**Trazo de polígonos dado el ángulo central**

2. Se deben trazar los siguientes polígonos regulares: un cuadrado, un pentágono, un hexágono y un octágono.
a) R. L.

Trazo de polígono regular dado el ángulo externo

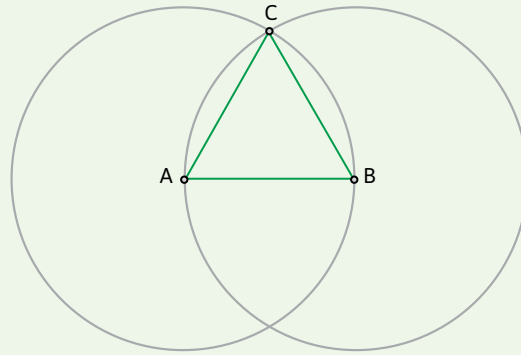
3. Se deben trazar los siguientes polígonos regulares: un cuadrado y un pentágono.

► Página 86

3. Se deben trazar los siguientes polígonos regulares: un hexágono y un octágono.
a) R. L.

Trazos diversos

4.



- a) Un triángulo.
- b) **R. M.** Es un triángulo equilátero; se puede demostrar tomando en cuenta que todos sus vértices equidistan, pues así se construyó.
- c) **R. M.** Se forma un triángulo congruente al primero.
- d) Un rombo, pues sus lados son iguales y paralelos.

► **Página 87**

- e) **R. L.**
- 5. a) Un hexágono.
- b) **R. L.**
- 6. **R. M.** Los ángulos central, interior y exterior no aumentarán al doble. **R. L.**

► **Página 88**

- 7. **R. L.** Los ángulos no se reducen, son independientes de las longitudes porque al reducir el tamaño la orientación entre las líneas no se ve afectada.
- a) **R. L.**

Problemas de trazo de polígonos

- 8. a) **R. L.** Sólo las figuras *a*, *b* y *d* pueden cubrir el plano completamente. Las otras no permiten completar en cada vértice un ángulo de 360° .

► **Página 89**

b)

Tabla 1.39			
Polígono regular	Suma de ángulos interiores	Medida ángulo interior	Cociente de 360° entre la medida del ángulo interior
Triángulo	180°	60°	6
Cuadrado	360°	90°	4
Pentágono	512°	108°	3.333
Hexágono	720°	120°	3
Heptágono	900°	128.57°	2.8
Octágono	1080°	135°	2.666

- c) **R. M.** Triángulos, cuadrados y hexágonos son los polígonos que se pueden utilizar.
- d) **R. M.** Son enteros.
- e) **R. M.** No, el cociente no sería entero, lo cual significa que no se pueden poner varios polígonos de

9 lados juntos sin que sobre espacio.

- f) **R. L.** Los ángulos internos de un polígono de más de 6 lados son muy grandes. De esa forma no se podría dividir 360° entre esos ángulos.

9. **R. L.**

Cierre

1. **R. L.**

2. Un pentágono.

Piensa y sé crítico

La finalidad de esta actividad es que los alumnos reflexionen sobre el mosaico en espiral de Heinz Voderberg y, con base en los aprendizajes adquiridos, deduzcan que no se trata de un polígono regular; por lo tanto, no se siguen los mismos criterios para determinar si los polígonos en cuestión son capaces de cubrir el plano sin dejar huecos entre ellos.

Usted puede considerar aspectos adicionales para evaluar a los alumnos; por ejemplo, si argumentan y exponen sus ideas apropiadamente.

► Página 91

Analiza y resuelve

- Cinco. **R. L.**
- En esta sección, los alumnos deben resumir lo discutido y observado a lo largo de la infografía. Fomente el análisis crítico de las preguntas planteadas y, si lo considera necesario, proponga la construcción con papel de un poliedro regular. En tal caso, solicite que midan los ángulos del desarrollo plano del poliedro y, después, del cuerpo geométrico construido.

S8 Conversión de unidades del SI y del sistema inglés

L1 Conversión entre unidades del SI

► Página 92

Inicio

1. a) $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$. Por lo tanto, se obtienen 100 lozas.
 b) 10 centímetros. Por lo tanto, se obtienen 100 000 tiras.
 c) Las lozas cubren una superficie de 100 m^2 ; las tiras, acumulan 100 000 m de longitud.
 d) Para determinar el número de lajas, sólo es relevante conocer su volumen.
 e) **R. L.**
2. **R. L.**

Desarrollo

Múltiplos y submúltiplos de unidades del SI

1. a) **R. M.** Milla, pie.
 b) **R. M.** Libra, tonel.
 c) **R. M.** Minuto, día.

► Página 93

2. **R. L.**

a) R. L.

Conversión de unidades de área y volumen

6. a) • 10 000 cuadrillos de 0.0001 cm² de área.
 • 1 m³ = 1 000 000 cm³

► **Página 96**

b)

Tabla 1.41. Algunas equivalencias						
Múltiplos			Unidad	Submúltiplos		
Kilómetro cuadrado	Hectómetro cuadrado	Decámetro cuadrado	Metro cuadrado	Decímetro cuadrado	Centímetro cuadrado	Milímetro cuadrado
km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
1 000 000 m ²	10 000 m ²	100 m ²	1	0.01 m ²	0.0001 m ²	0.000001 m ²
10 ⁶ m ²	10 ⁴ m ²	10 ² m ²	10 ⁰ m ²	10 ⁻² m ²	10 ⁻⁴ m ²	10 ⁻⁶ m ²
Kilómetro cúbico	Hectómetro cúbico	Decámetro cúbico	Metro cúbico	Decímetro cúbico	Centímetro cúbico	Milímetro cúbico
km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
1 000 000 000 m ³	1 000 000 m ³	1 000 m ³	1	0.001 m ³	0.000001 m ³	0.000000001 m ³
10 ⁹ m ³	10 ⁶ m ³	10 ³ m ³	10 ⁰ m ³	10 ⁻³ m ³	10 ⁻⁶ m ³	10 ⁻⁹ m ³

- c) • 1 km² equivale a 100 hm², entonces 2.3 km³ equivalen a 230 hm².
 • 1 hm² equivale a 10 000 m², entonces 0.15 hm² son 1 500 m².
 • 1 m³ equivale a 1 000 dm³, entonces 8.4 m³ equivale 8 400 dm³.
 • 1 mm³ equivale a 0.001 cm³, entonces 92 mm³ son 0.092 cm³.

d) R. L.

e) R. L.

f) R. L.

g) R. L.

► **Página 97**

Factores de conversión de unidades

7. a) • De metros a centímetros.
 • 1 metro = 100 centímetros.
 • $\frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}}$
 • $\frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}}$
 • $173 \text{ m} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 173 \text{ cm}$
 • 173 cm. Obtendrá 21 trozos de varilla.

b) R. L.

- $\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}$
- $158 \text{ cm} \times \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right) = 1.58 \text{ m}$
- En metros.
- 1.58 m

► **Página 98**

- c) **R. L.**
- d) **R. M.** Sí, planteando una fracción en la cual el numerador y el denominador sean unidades equivalentes. El numerador deberá estar en las unidades a las que se desee convertir la cantidad; el denominador, en las unidades de la cantidad original.
- b)

Tabla 1.42			
Equivalencia	Factor de conversión	Operación	Resultado
1 km = 1 000 m	$\frac{1\ 000\ m}{1\ km}$	$2.56\ km \times \frac{1\ 000\ m}{1\ km}$	2 560 m
1 m = 1 000 mm	$\frac{1\ m}{1\ 000\ mm}$	$385\ mm \times \frac{1\ m}{1\ 000\ mm}$	0.385 m
1 hg = 100 g	$\frac{1\ hg}{100\ g}$	$32\ 500\ g \times \frac{1\ hg}{100\ g}$	325 hg
1 L = 1 000 mL	$\frac{1\ 000\ L}{1\ L}$	$2.56\ L \times \frac{1\ 000\ L}{1\ L}$	600 mL
1 hm ² = 10 000 m ²	$\frac{10\ 000\ m^2}{1\ hm^2}$	$1.1\ hm \times \frac{10\ 000\ m^2}{1\ hm^2}$	11 000 m ²
1 m ³ = 1 000 dm ³	$\frac{1\ m^3}{1\ 000\ dm^3}$	$300\ dm^2 \times \frac{1\ m^3}{1\ 000\ dm^3}$	0.3 m ³

f) **R. L.**

► **Página 99**

Problemas de conversión de unidades

- 8. a) 82.8 segundos.
- b) El monte olimpo es más de 27 veces más alto que la torre Burj Khalifa.
- 9. a) 51.84 L
- b) 1 036.8 L y 1.0368 kL.
- c) 3.47 días.
- d) De 207.36 personas.
- e) **R. L.**

Cierre ►

- 1. a) **R. L.**
- 2. a) 92 352 624.21 kg
- b) 12 314 camiones
- c) 105.898 km

L2 Conversión entre unidades del sistema inglés

► **Página 100**

Inicio ►

- 1. a) **R. M.** Onzas y Libras son unidades de masa.
- b) **R. M.** Ambos envases contienen la misma cantidad de leche.

- c) **R.M.** Sólo es relevante conocer la equivalencia entre libras y onzas.
 - e) **R.L.**
2. **R. L.**

Desarrollo

Unidades del sistema inglés y equivalencias

- 1. a) **R. L.**
- b) Sólo las unidades de tiempo son las mismas en ambos sistemas.
- c) **R. L.**

► **Página 101**

- 2. **R. M.**

Tabla 1.44. Algunas equivalencias del sistema inglés (EUA)			
Medida	Unidad de medida	Abreviatura	Equivalencias
Longitud	Pulgada	in	
	Pie	ft	12 in
	Yarda	yd	3 ft
	Milla	mi	1 760 yd
Masa	Onza	oz	
	Libra	lb	16 oz
	Tonelada	t	2 000
Área	Pulgada cuadrada	in ²	
	Pie cuadrado	ft ²	144 in ²
	Yarda cuadrada	yd ²	9 ft ²
	Milla cuadrada	mi ²	3 097 600 yd ²
Volumen (líquidos)	Onza líquida	fl oz	
	Pinta	pt	16 fl oz
	Cuarto	qt	2 pt
	Galón	gal	4 qt
	Barril	barril	42 gal
Volumen (sólidos)	Pulgada cúbica	in ³	
	Pie cúbico	ft ³	1 728 in ³
	Yarda cúbica	yd ³	27 ft ³
	Milla cúbica	mi ³	5 451 776 000 yd ³

- a) 36 pulgadas.
- b) 128 fl oz.
- c) **R. M.** Multiplicando la cantidad de yardas por 36.
- d) **R. M.** Dividiendo la cantidad de onzas entre 16.
- e) **R. L.**

► **Página 102**

- 3. a) 6 pulgadas.
- b) 126 720 pulgadas.
- c) 0.011 millas.

Factores de conversión en el sistema inglés

4.

Tabla 1.45				
Conversión	Equivalencia	Factor de conversión	Operación	Resultado
15 ft a yd	1 yd = 3 ft	$\frac{1 \text{ yd}}{3 \text{ ft}}$	$15 \text{ ft} \times \frac{1 \text{ yd}}{3 \text{ ft}}$	5 yd
3 yd a in	1 yd = 36 in	$\frac{3 \text{ ft}}{1 \text{ yd}}$	$3 \text{ yd} \times \frac{3 \text{ ft}}{1 \text{ yd}}$	108 in
1.3 gal a fl oz	1 gal = 128 fl oz	$\frac{128 \text{ fl oz}}{1 \text{ gal}}$	$1.3 \text{ gal} \times \frac{128 \text{ fl oz}}{1 \text{ gal}}$	166.4 fl oz
50 oz a lb	1 lb = 16 oz	$\frac{1 \text{ lb}}{16 \text{ oz}}$	$50 \text{ oz} \times \frac{1 \text{ lb}}{16 \text{ oz}}$	3.125 lb
150 in a ft	1 ft = 12 in	$\frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}}$	$150 \text{ in} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}}$	12.5 ft
75 fl oz a gal	1 gal = 128 fl oz	$\frac{1 \text{ gal}}{128 \text{ fl oz}}$	$75 \text{ fl oz} \times \frac{1 \text{ gal}}{128 \text{ fl oz}}$	0.586 gal

- a) R. L.
- b) R. L.

Problemas de conversión de unidades

5. a) 27.3 ft b) 56 oz
 c) 1.22 yd d) 4.59 gal
 e) 7.1875 lb f) 4.667 yd
 g) 120 in h) 0.265 millas

► **Página 103**

6. a) La segunda presentación es más barata.
 b) 485 016.97 lb.
 c) 39.05 gal.
 d) 25.43 vueltas.

7.

Tabla 1.46		
Objeto	Masa	Equivalencia
Comida para bebé	4 oz	0.25 lb
Cuaderno	8 oz	0.5 lb
Paquete de arroz	2 lb	32 oz
Medida de leche en polvo para biberón	2 oz	0.125 lb
Peso promedio de un adulto	150 lb	2 400 oz

- a) R. L.

Cierre

1. R. L.
2. a) Sí pasa, pero de lado.

L3 Conversión de unidades del SI al sistema inglés y viceversa

▶ **Página 104**

Inicio

1. a) R. M. 518.16 m en aguas someras y 2 133.6 m en aguas profundas.
 b) 159 mil millones de litros.
 c) R. L.
 d) R. L.
2. R. L.

Desarrollo

Comparación entre unidades del SI y del sistema inglés

1.

Tabla 1.47. Algunas magnitudes y sus unidades de medida

Magnitud	Unidades SI	Unidades sistema inglés
Longitud	Metro (m)	Pie (ft)
Masa	Kilogramo (kg)	Libra (lb)
Volumen	Metro cúbico (m ³)	Pie cúbico (ft ³)
Tiempo	Segundo (s)	Segundo (s)

- a) Usando la equivalencia: 1 m = 3.28084 ft.
- b) Usando la equivalencia: 1 in = 2.54 m.
- c) Usando la equivalencia: 1 gal = 3.785 L.

▶ **Página 105**

- d) R. L.
- e) • 1 yd equivale a 0.9144 m, entonces 7 yd equivalen a 6.4008 yd.
 • 1 fl oz equivale a 0.0295 L, entonces 51 fl oz equivalen a 1.50 L.
 • 1 lb equivale a 0.4535 kg, entonces 7.2 lb equivalen a 3.265 kg.
 • 1 m equivale a ft, entonces 14 m equivalen a 45.93 ft.
 • 1 kg equivale a oz, entonces 0.4 kg equivalen a 14.1 oz.
 • 1 L equivale a 0.264 gal, entonces 25 L equivalen a 6.604 gal.
 • 1 in equivale a 2.54 cm, entonces 18 in equivalen a 45.72 cm.
- f) R. L.
- g) R. L.
- h) R. L.

Cierre

1. R. L.
2. a) $2000000 \text{ barriles} \times 42 \text{ gal/barril}$, 84 millones de galones = $317\,974\,589.8 \text{ L} = 317\,974.6 \text{ m}^3$.
b) R. L.
c) Año 2015: 2.241 millones de barriles diarios = 427.887 millones de litros; año 2004: 3.383 millones de barriles diarios = 645.936 millones de litros.
d) En 2018 la producción cayó 241 000 barriles, respecto a 2015, y 1 383 000 respecto a 2004.

Piensa y sé crítico

En esta actividad se busca que los alumnos apliquen los aprendizajes de esta secuencia con un problema real. Para resolver los planteamientos, comente a sus alumnos que utilicen la información de la última actividad de cierre, ya que se hace referencia a datos que ahí se muestran.

Por otro lado, la capacidad de barriles que deben emplear es de 42 gal (expuesta en la actividad de cierre anterior) y no la unidad de medida "barril" del sistema inglés.

La exposición clara del procedimiento que los alumnos utilicen para resolver esta actividad, se recomienda que sea utilizada para evaluación del tema de conversión de unidades.

Fomente la consulta de diversas fuentes de información tales como revistas, periódicos, páginas de internet o libros de texto para que los alumnos conozcan las consecuencias biológicas que producen los derrames petroleros.

Soluciones:

- a) 140 millones de galones equivalen a 3.333 millones de barriles, o bien, a $529\,957.649 \text{ m}^3$ o $529\,957\,649 \text{ L}$.
- b) El derrame corresponde a 1.66 veces la producción promedio diaria del 2018.

S9 Histogramas, polígonos de frecuencias y gráficas de línea

L1 Histogramas

► Página 108

Inicio

1. a) R. M. El número de personas que reciben cada tipo de vacuna.
b) R. L.
c) R. L. El alumno debe mencionar aspectos como las barras, las clases, los ejes.
2. R. L.

Desarrollo

Lectura y construcción de histogramas

- a) R. L.
- b) Raptos: 1.962; Cavaliers: 1.962
- c) Iguales
- d) R. L.

► Página 109

1. a) 60 temblores
b) R. L. Los alumnos pueden escribir, por ejemplo, que la mayoría tiene entero 3, o que son menores que 10, entre otras cosas.
c) 16 magnitudes distintas
d) 2.9

- e) 8.2
 f) **R. L.** Deben observar que son muchas clases para una gráfica de barras.
 2.

Rangos de magnitudes	Frecuencia de sismos en este rango
1 a 1.9	0
2 a 2.9	1
3 a 3.9	38
4 a 4.9	20
5 a 5.9	0
6 a 6.9	0
7 a 7.9	0
8 a 8.9	1
Total	60

- a) El tamaño de cada rango es de 0.9.
 b) En el de 8 a 8.9
 c) Sólo uno mayor de 7 grados. Ninguno en el rango de 1 a 1.9.
 d) Sólo un temblor considerado fuerte.
 e) El rango de 3 a 3.9, con 38 sismos.
 f) El total de temblores de ese día, que fueron 60.
 g) **R. L.** Los alumnos deben observar que se pueden agrupar los valores que están muy dispersos.
 3. a) **R. M.** El representante de clase.
 b) **R. M.** Permite que los valores se agrupen en menos clases.

► **Página 110**

- c) • **R. L.** Aspectos como el tamaño de las barras.
 • **R. L.** Las clases de las barras.
 • En la del equipo A. Para indicar continuidad de los valores.
 • En cada gráfica es de 1.
 • **R. L.** En la del equipo A, de 3.5. En la del equipo B es 3.
 • El equipo A.
 • **R. L.** Para que engloben los valores alrededor de este punto.
 d) **R. L.**
 e) **R. L.** El alumno debe tomar en cuenta el número de datos y su distribución.
 f) **R. M.** Un histograma se caracteriza por tener barras juntas, cuya longitud está determinada por intervalos del mismo tamaño y su altura, por la frecuencia.
 g) **R. L.**

► **Página 111**

4. a) **R. L.** El alumno puede hacer referencia a la forma de la gráfica.
 b) **R. M.** Las barras están juntas y cada una está determinada por un intervalo, mientras que su altura representa la frecuencia.
 c) **R. M.** Los rangos de edad, que son de 4 años.
 d) • Aproximadamente 36 millones.
 • Aproximadamente 42 millones.

- El rango de edad más frecuente fue de 40 a 44 años. Los adultos mayores tienen una frecuencia menor.
- **R. M.** 0-4, 5-9, 10-14, 15-19, 20-24
- **R. M.** 75-79, 80-84, 85-89, 90-94, 95-99, 100+
- **R. M.** Un número cercano a los mil millones.

Cierre

1. a) **R. L.**
2. a) **R. L.**
b) **R. L.**

L2 Polígonos de frecuencias

► **Página 112**

Inicio

1. a) **R. M.** Aumenta hasta 15.9 y luego disminuye hasta 17.1.
b) **R. L.** El alumno debe recordar otras gráficas de tipo poligonal.
c) La mayor concentración fue de 15.9, con frecuencia de 11.
d) **R. M.** No, debido a que los datos se centran en un valor.
e) **R. L.** Las clases que se muestran en la gráfica.
2. **R. L.**

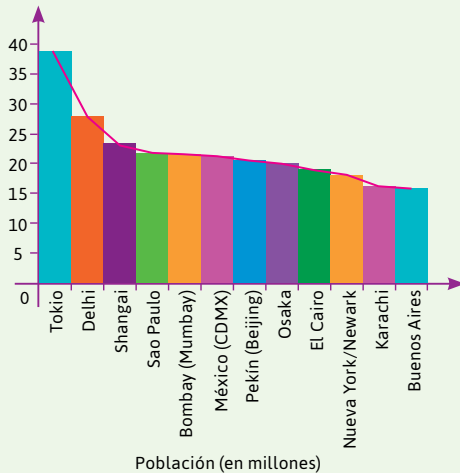
► **Página 113**

Desarrollo

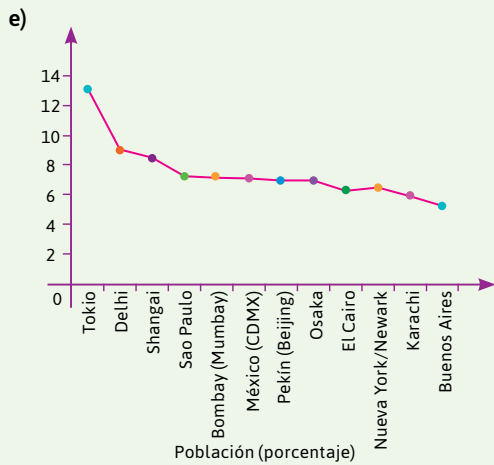
Gráficas poligonales

1. a) Tabla 1.52. Quinta columna: 13.67, 9.25, 8.54, 7.58, 7.57, 7.56, 7.33, 7.28, 6.75, 6.69, 6.33, 5.98, 5.46, 100.

b)



- c) **R. L.**
- d) **R. M.** Decrecientes, porque disminuyen los valores.



- f) **R. M.** Tienen formas similares debido a que los porcentajes también disminuyen.
- g) **R. L.** Los alumnos deben describir que se unen las clases mediante líneas.
- h) **R. L.**

► **Página 114**

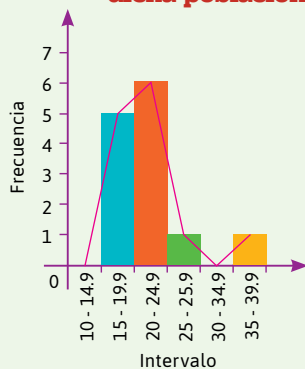
Lectura y construcción de polígonos de frecuencias

2. a)

Tabla 1.53. Intervalos de población

Intervalos	Frecuencia de ciudades con dicha población	Representante de clase	Porcentaje
10 – 14.9	0	12.45	0
15 – 19.9	5	17.45	38.5
20 – 24.9	6	22.45	46.1
25 – 29.9	1	27.45	7.7
30 – 34.9	0	32.45	0
35 – 39.9	1	37.45	7.7
Total	13	-----	100

b) **Frecuencia de ciudades con dicha población**



- c) **R. L.** Un polígono irregular cerrado con el eje horizontal.
- d) **R. M.** Esta gráfica no es decreciente y en el eje horizontal hay intervalos de población, mientras que en la anterior había clases definidas por los nombres de las ciudades.
- e) **R. L.**
- f) **R. M.** Es similar al histograma. La altura se representa con puntos y no con barras, los cuales se unen formando un polígono irregular que se cierra en el eje horizontal.

► **Página 115**

- 3. a) **R. M.** El punto más alto es 28, se mantiene estable entre 43 y 58.
- b) **R. M.** El eje vertical indica frecuencias, la gráfica es cerrada respecto al eje x.
- c) **R. L.** Las edades del personal y la frecuencia de cada una.
- d) • 28 años
 - 63 años
 - **R. M.** Se puede considerar que la mayoría son menores de 38 años.
 - **R. M.** De 28 a 33 años.
 - **R. M.** Aproximadamente 93 personas.
- e) **R. L.**

Cierre ►

- 1. **R. L.**
- 2. a) **R. L.**
- b) **R. L.**
- c) **R. L.**

L3 Gráficas de línea

► **Página 116**

Inicio ►

- 1. a) **R. M.** Aproximadamente de 115 millones.
- b) **R. M.** De 1970 a 1980
- c) **R. M.** Es similar al polígono de frecuencias.
- d) **R. L.** Se puede hacer referencia a que las clases son años.
- e) **R. L.** La que se presenta en la gráfica y los conocimientos de los polígonos de frecuencias.
- f) **R. L.**
- 2. **R. L.**

Desarrollo ►

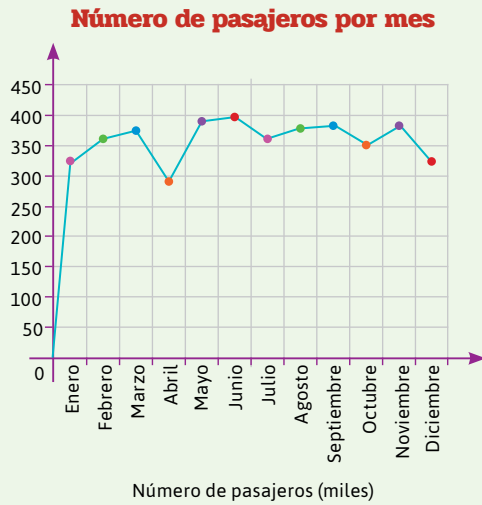
Lectura y construcción de gráficas de línea

- 1. a) Tabla 1.54. Segunda columna, última fila: Total 4 312 900.
Tercera columna: 7.5, 8.3, 8.6, 6.9, 8.9, 9.1, 8.4, 8.8, 8.9, 8.3, 7.6.
- b) **R. L.** Se puede mencionar que es mensual.
- c) **R. M.** El más frecuente es junio, luego mayo y septiembre.
- d) **R. M.** Abril fue el de menor frecuencia, luego enero y diciembre.

► **Página 117**

e) **R. L.** Que los alumnos reflexionen sobre la uniformidad en los datos, excepto en enero, abril y diciembre.

2.

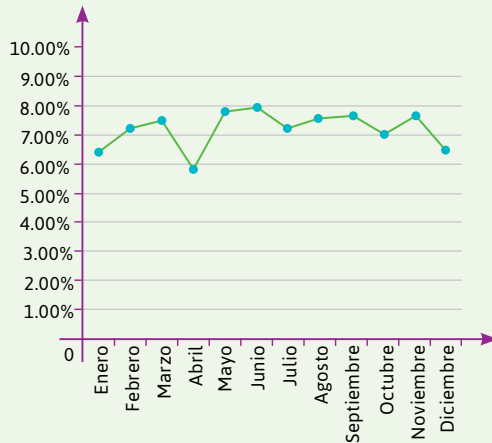


a) **R. L.**

b) **R. L.** Se busca que los alumnos reflexionen sobre el uso de líneas en dichas gráficas.

c) **R. L.** Los alumnos pueden mencionar que unas clases son tiempos y en otras no es necesario que así sea.

d)

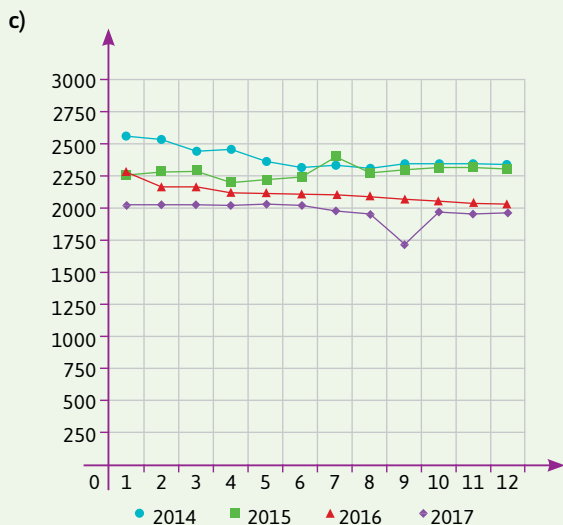


e) **R. L.** Las clases que aparecen en el eje horizontal son intervalos de tiempo.

► **Página 118**

3. a) **R. M.** Mes 9 de 2017

b) 223



- d) R. L. Se busca que los alumnos reflexionen que pueden representar información en conjunto, utilizando poco espacio.
- e) R. L. Los alumnos pueden mencionar que cada línea va bajando, lo que indica que la producción ha disminuido.
- f) R. L.

► **Página 119**

- 4. a) R. L. El alumno puede mencionar que Estudiantes ha aumentado su porcentaje, Ingenieros ha disminuido, Canarias y Toros se han mantenido, entre otra información.
- b) R. M. Los intervalos de tiempo en el eje horizontal.
- c) R. L. No lo son.
- d) R. L.
- e) R. L.

Cierre ►

- 1. R. L.
- 2. a) Los intervalos de tiempo.
- b) Entre el 2014/05 y el 2014/09
- c) En el 2014/05
- d) R. L.

L4 Elección de la representación gráfica más adecuada

► **Página 120**

Inicio ►

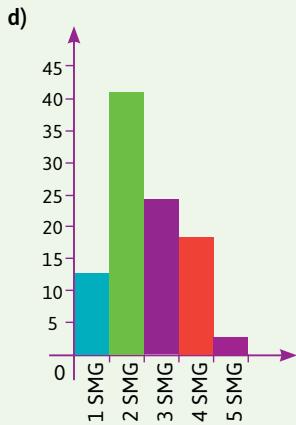
- 1. a) R. M. Los colores de los puntos indican el rango de magnitud de cada sismo.
- b) R. M. Debido a los rangos de las magnitudes, un histograma o un polígono de frecuencias.
- c) R. M. Para un histograma o un polígono de frecuencias, la información es suficiente. En el caso de una gráfica de línea, se requieren las fechas de cada sismo.
- d) R. L.
- 2. R. L.

Desarrollo

Comparación entre representaciones gráficas

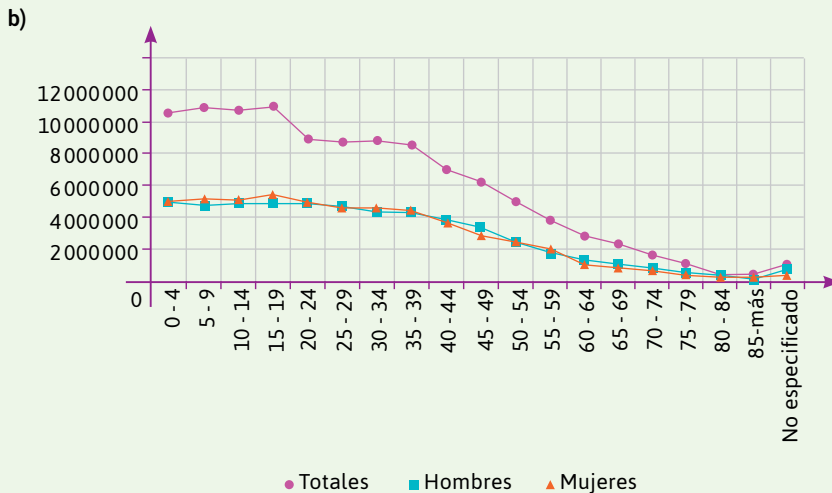
1. a) **R. M.** En una gráfica circular, donde cada fracción del círculo representa el respectivo porcentaje de las cinco diferentes clases.
- b) **R. M.** Podría usarse un histograma, donde las clases se dispongan en el eje horizontal y los porcentajes en el vertical.
- c) **R. M.** Arriba de 2 salarios mínimos el porcentaje de la población que percibe los incrementos de salario disminuye.

► **Página 121**



- e) **R. M.** Clases definidas y frecuencias o porcentajes de estas clases.
2. a) **R. M.** Histograma y gráfica poligonal, entre otros.

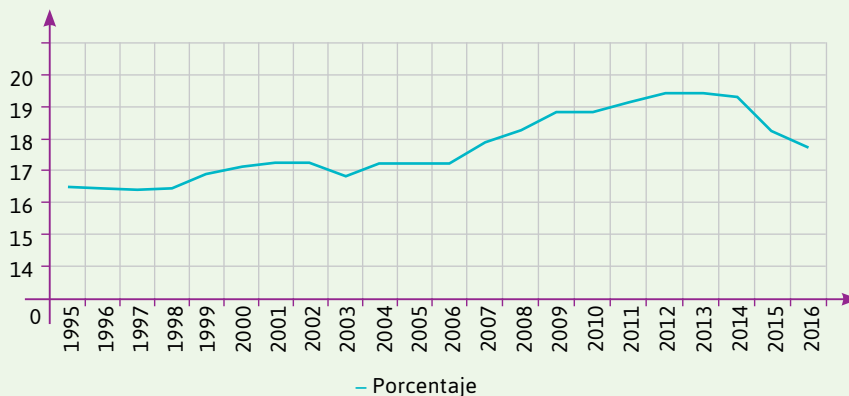
► **Página 122**



- c) **R. M.** Sí, de manera aproximada, pues no hay mucha diferencia.
- d) **R. M.** Intervalos (como clases) en el eje horizontal.

3. a) **R. M.** Una gráfica de línea, pues la información está organizada por años.
 b)

Porcentaje de nacimientos con madres adolescentes



► **Página 123**

- c) **R. L.** Se puede mencionar que el porcentaje de madres adolescentes aumentó hasta el 2013, año en el que comenzó a bajar.
 d) **R. M.** Tendencias de una serie de datos a lo largo de un periodo de tiempo.
 e) **R. L.**

Cierre

1. **R. L.**
 2. a) **R. L.** Sí es posible, pues se pueden agrupar las densidades en intervalos.
 b) **R. M.** Agrupar las cantidades en intervalos.
 c) **R. M.** Clases que sean intervalos con la misma duración para disponerlas en el eje horizontal de la gráfica.

Piensa y sé crítico

La intención de esta actividad es que los alumnos demuestren su capacidad para identificar las diferentes características que ofrecen las representaciones gráficas de conjuntos de datos abordados en esta secuencia.

Para responder a esta pregunta, los alumnos deben darse cuenta de que la característica primordial de las gráficas de línea son los intervalos de tiempo que avanzan de manera ordenada, mientras que en un polígono de frecuencias se forman intervalos de acuerdo con la variabilidad de los datos. Por lo tanto, no es posible que se construya una gráfica que incluya los dos tipos.

U1

Lo que aprendí

1. Explica con tus palabras los siguientes conceptos o procedimientos. Compara tus anotaciones con las de tus compañeros y, junto con tu profesor, verifiquen que sean correctas.

Concepto	Mi explicación	Ejemplo
Multiplicación de un número fraccionario por un número decimal	Para multiplicar un número fraccionario por un decimal se puede convertir el decimal en fracción y usar la multiplicación de fracciones o viceversa.	$\left(\frac{7}{24}\right) \times (3.24) = \left(\frac{7}{24}\right) \times \left(\frac{324}{100}\right) = \frac{7 \times 324}{100 \times 24} = \frac{189}{200}$ $\left(\frac{1}{4}\right) \times (9.32) = (0.25) \times (9.32) = 2.33$
División entre fracciones	El dividendo se multiplica por el inverso del divisor.	R. L.
Reglas para multiplicar y dividir con números con signo en general	Si los factores tienen el mismo signo, el resultado es positivo; si tienen signos distintos, es negativo.	R. L.
Potencia de un número	El exponente en la expresión a^n indica cuántas veces se multiplica la base por sí misma para obtener la potencia.	R. L.
Producto de potencias enteras de la misma base	Si las potencias tienen la misma base, su producto se puede expresar como una potencia cuyo exponente es la suma de los exponentes de los factores.	R. L.
Cociente de potencias enteras de la misma base y potencias negativas	Si las potencias tienen la misma base, su cociente se puede expresar como una potencia cuyo exponente es la resta de los exponentes de los factores.	R. L.
Diagonal de un polígono y número total de diagonales	Es el segmento de recta que tiene como extremos dos vértices no consecutivos del polígono. El número de diagonales es el siguiente: $D = \frac{n(n-3)180^\circ}{2}$	R. L.
Medidas de los ángulos interiores, exteriores y centrales de un polígono regular	Para ángulos interiores: $\frac{(n-2)180^\circ}{n}$ Para ángulos exteriores: $\frac{360^\circ}{n}$	R. L.
Conversión de unidades del sistema SI	Las unidades base del Sistema Internacional tienen múltiplos y submúltiplos que se denotan con prefijos: kilo, centi, mili, micro, etcétera.	R. L.
Conversiones de unidades del SI al sistema inglés y viceversa	Se usa un factor de conversión, el cual es un cociente que relaciona la equivalencia entre unidades de la misma magnitud.	R. L.
Histogramas	Gráfica de barras en la cual la base de cada barra es proporcional a la amplitud del intervalo de la clase, y cuya altura representa la proporción que se tiene de dicha clase.	R. L.
Polígonos de frecuencias y gráficas de línea	El primero es como un histograma en el cual los puntos se dibujan sobre la cima de cada barra y éstos se unen formando un polígono; la segunda, una gráfica en la cual los puntos se unen mediante líneas rectas, lo que permite la visualización de datos a través del tiempo.	R. L.

© Todos los derechos reservados, Ediciones Castillo, S. A. de C. V.

2. Una receta para hacer pasteles indica que hay que poner $\frac{3}{4}$ de kilogramo de harina para cocinar un pastel. Sofía tendrá una fiesta y quiere hornear 3 pasteles.
- a) ¿Cuántos kilogramos de harina necesita? $\frac{9}{4} \text{ kg} = 2.25 \text{ kg}$ _____
- b) Si la harina se vende en bolsas de un kilogramo y medio, ¿cuántas bolsas debe comprar?
2 bolsas, pero le sobraré la mitad de una de ellas. _____
3. Completa la tabla.

Expresión	Desarrollo	Expresión con una sola potencia	Resultado
$\frac{3^5}{3^2}$	$\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3}$	3^3	27
$(2^3) \times 2^3$	$(2 \times 2 \times 2) \times 2 \times 2 \times 2$	2^6	64
$\frac{(-4)^5}{(-4)^5}$	$\frac{(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)}{(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)}$	$(-4)^0$	1
$\frac{(0.001)^3}{(0.1)^9}$	$\frac{0.001 \times 0.001 \times 0.001}{0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1}$	0.001^0	1
$(2^2)^4$	$(2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$	2^8	256
$\frac{6^6}{6^8}$	$\frac{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}$	6^{-2}	0.027778
$(10^{-3}) \times 10^7$	$\frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10}$	10^4	10 000

4. ¿Cuántas diagonales tiene un polígono de 15 lados? **90** _____
5. Un polígono regular tiene 16 lados.
- a) ¿Cuánto mide un ángulo central de ese polígono? **22.5°** _____
- b) ¿Cuánto mide un ángulo exterior de ese polígono? **22.5°** _____
- c) ¿Cuánto mide un ángulo interior de ese polígono? **157.5°** _____
6. Un barril de petróleo equivale a 42 galones. ¿Cuántos litros contiene? **158.987 L** _____
7. Se desea conocer de manera gráfica la variación del tipo de cambio del dólar estadounidense en pesos mexicanos en 2016 a partir de la tabla. Traza en una hoja en blanco la gráfica correspondiente.

Mes	Tipo de cambio	Mes	Tipo de cambio
Ene	18.45	Jul	18.86
Feb	18.16	Ago	18.57
Mar	17.40	Sep	19.50
Abr	17.39	Oct	18.84
May	18.45	Nov	20.55
Jun	18.91	Dic	20.73

Fuente: <http://www.inegi.gob.mx>

8. Compara tus respuestas de toda la sección con las de tus compañeros. ¿Son correctas? ¿Tuvieron dificultades para responder o ejemplificar algún contenido? Compartan sus experiencias, argumenten sus respuestas y expliquen sus ejemplos. Repasen los contenidos que consideren necesario.

Convivo

► Página 126

2. a) R. L.
- b) R. L.
- c) R. L.

Evaluación

► Página 127

1.
 - b) $\frac{10}{21}$
2.
 - c) 11
3.
 - a) $\frac{2}{3} \text{ m}^2$
4.
 - c) 9
5.
 - d) 6^3
6.
 - d) 7^8
7.
 - d) 5^{18}
8.
 - a) 6.1 m
9.
 - b) \$48.00
10.
 - b) 7 - 8

► Página 128

11.
 - a) 3
12.
 - b) 135°
13.
 - a) 11.35 L
14.
 - b) 2006-4



Unidad 2

Me preparo

Proporcionalidad directa e inversa, y reparto proporcional

- Sofía tendrá una fiesta y quiere preparar agua de limón. En cada jarra exprimirá el jugo de seis limones.
 - ¿Cuántos limones usará para hacer siete jarras de limón? 42 limones.
 - Si ha comprado 40 limones, ¿cuántas jarras podrá preparar? 6 jarras; sobran 4 limones.
 - Si decide aumentar la concentración de jugo a ocho limones por jarra, ¿cuántas podrá preparar con los mismos 40 limones? Podría preparar 5 jarras.
- La tabla que se muestra contiene datos de la venta de limón, según el Sistema Nacional de Información e Integración de Mercados. Los productores de limón lo venden al mayoreo y en mayo de 2018 reportan dicha venta, dependiendo del destino y del origen del productor.

Destino	Origen	Presentación	Precio (\$)	Precio por kg
Baja California	Michoacán	Arpilla de 19 kg	330.00	\$17.37
CDMX	Michoacán	Arpilla de 19 kg	90.00	\$4.74
Durango	Colima	Arpilla de 15 kg	150.00	\$10
Sonora	Michoacán	Caja de 20 kg	360.00	\$18
Tamaulipas	Puebla	Arpilla de 19 kg	284.00	\$14.95

(Fuente: <http://www.economia-sniim.gob.mx/2010prueba/PreciosHoy.asp?prodC=9046>)

Glosario

Arpilla. Costal hecho a base de plástico en forma de red para transportar frutas y verduras. Su costura permite una mayor transpiración de los productos.

Representación tabular, algebraica y gráfica de proporcionalidad inversa

- Completa la tabla calculando el precio por kilogramo en cada ruta.
- ¿En qué ruta se vende el limón por kilogramo más barato? En la ruta CDMX-Michoacán.
- Si un comerciante de Tijuana, B.C., quiere comprar tonelada y media de limón proveniente de Michoacán, ¿cuánto tiene que pagar? $1500 \times \$17.37 = \$26\,055$
- Unos ejidatarios de Colima venden su cosecha de limones en la Central de Abastos de Durango. Para cosechar las ocho toneladas que se vendieron, trabajaron cuatro ejidatarios: Armando y Beto, que cosecharon cada uno dos toneladas; Carlos, que cosechó una tonelada; y Daniel, el resto.
 - ¿Cuánto dinero recibirán en total los ejidatarios por la venta de sus limones? $8\,000 \times \$10 = \$80\,000$
 - ¿Cuánto obtendrá cada uno si deciden dividirse las ganancias en partes iguales? A cada ejidatario le corresponderían $(\$80\,000) \div 8 = \$10\,000$.
 - Reflexiona si estarán todos de acuerdo en esta forma de repartirse el dinero y por qué. R. M. Podrían no estar conformes porque la repartición del beneficio no es justa, pues algunos cosecharon más limones que otros.
- El camión que transporta los limones recorre 760 km, que es la distancia del ejido del que provienen a la Central de Abastos de Durango. Registra a qué velocidad promedio deben viajar de acuerdo con el tiempo estimado que piensan invertir.
 - 10 h. 76 km/h
 - 8 h. 95 km/h
 - 5 h. 152 km/h

© Todos los derechos reservados, Ediciones Castillo, S. A. de C. V.

3. Marca la solución de cada ecuación.

- a) $3x - 4 = 5$
 • 2 • 3 • 4 • 5
- b) $6 - 2x = 4$
 • 4 • 3 • 2 • 1
- c) $4x - 1 = 5$
 • $\frac{2}{3}$ • $\frac{3}{2}$ • 1 • 2
- d) $2.1 - 4.2x = 0$
 • 0 • 0.5 • 1.5 • 1

◀ Formulación y solución algebraica de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

4. Indica si las parejas de ecuaciones son equivalentes y por qué.

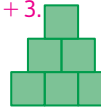
- a) $2x - 1 = x + 2, x + 1 = 2$. **No son equivalentes. En la primera ecuación, $x = 3$; en la segunda, $x = 1$.**
- b) $4 - x = 1, 2x = -6$. **No son equivalentes. En la primera ecuación $x = 3$; en la segunda, $x = -3$.**
- c) $3x - 4 = x + 2, -x + 1 = -2$. **Son ecuaciones equivalentes, pues en ambas $x = 3$.**
- d) $1.5 - 2x = 1.5, -2x = -1$. **No son equivalentes. En la primera ecuación $x = 0$; en la segunda, $x = \frac{1}{2}$.**

5. Las edades de Sofía y Pablo suman 10 años, Sofía tiene 3 años más que Pablo.

- a) ¿Qué edad tiene cada uno? **Sofía tiene 6.5 años; Pablo, 3.5 años.**
- b) Escribe las ecuaciones que resultan del planteamiento de este problema.

Si s representa la edad de Sofía y p la de Pablo: $s + p = 10, s = p + 3$.

6. Calcula el área de la figura si cada cuadrado tiene 3.4 cm^2 de superficie. **$6 \times (3.4 \text{ cm}^2) = 20.4 \text{ cm}^2$**



◀ Perímetro y área de polígonos regulares y del círculo

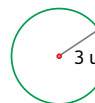
7. En la figura, cada triángulo tiene 2 cm de base y 1.71 cm de altura.

- a) ¿Cuál es el área de la parte sombreada? **$\frac{3(2 \text{ cm} \times 1.71 \text{ cm}) \div 2}{3} = 3(1.71 \text{ cm}^2) = 5.13 \text{ cm}^2$**
- b) Calcula la superficie total del hexágono. **$2 \times 5.13 \text{ cm}^2 = 10.26 \text{ cm}^2$**



8. Analiza la figura.

- a) Calcula la longitud de la circunferencia. **$2 \times \pi \times (3u) = 18.8u$**
- b) ¿Cuánto vale el área del círculo? **$2 \times \pi \times (3u) = 18.8u$**
- c) Escribe las propiedades de un círculo. **$\pi \times (3u)^2 = 28.3 u^2$**



◀ Medidas de tendencia central, rango y desviación media de un conjunto de datos

R. L.

9. En un grupo de danza, las faltas a los ensayos de sus integrantes son las siguientes: 2, 0, 1, 3, 1, 1, 1, 0, 2, 0, 0, 3, 2, 0.

- a) Calcula las siguientes medidas.
 - Moda: 0
 - Mediana: 1
 - Media aritmética: 1.14
 - Rango: $3 - 0 = 3$

b) Calcula las diferencias de cada dato a la media aritmética y escríbelas: _____

$0 - 1.14 = -1.14; 1 - 1.14 = -0.14; 2 - 1.14 = 0.86; 3 - 1.14 = 1.86$

• ¿Cuál es el promedio de estas diferencias? **$[5(1.14) + 4(0.14) + 3(0.86) + 2(1.86)] \div 14 = 0.97$**

S10 Proporcionalidad directa e inversa

L1 Proporcionalidad directa e inversa

► **Página 134**

Inicio ►

1. a) Largo de la cama 5 cm: $(2 \times 100) \times (2 \div 80) = 200 \times 0.025 = 5$.
 - b) Las medidas son 13.25 cm de ancho, 21.25 cm de largo y 11.75 cm de altura. Ancho: $(5.3 \times 100) \times 0.025 = 13.25$; largo: $(8.5 \times 100) \times 0.025 = 21.25$; alto: $(4.7 \times 100) \times 0.025 = 11.75$.
 - c) **R. M.** Es una relación de proporcionalidad directa porque el cociente de las magnitudes relacionadas es constante.
 - d) La constante de proporcionalidad es 0.025: $2 \div 80 = 0.025$.
 - e) **R. L.** Una mesa de 175 cm de largo en la maqueta mediría 4.38 cm: $175 \times 0.025 = 4.38$.
 - f) **R. M.** Conocer las medidas reales.
 - g) **R. L.** Apliqué regla de tres. Hice una tabla. Planteé una ecuación.
2. **R. L.**

Desarrollo ►

Proporcionalidad con tablas de variación

1. a) •

	50	75	100	125	150	175	200
Distancia (km)	50	75	100	125	150	175	200
Tiempo (h)	0.41	0.62	0.83	1.04	1.25	1.45	1.66

- La variación es proporcional y directa.

► **Página 135**

- Un kilómetro se recorre en 0.008 h, es decir, en 0.48 minutos.
- Se recorren 120 km en 1 h, y 230 km en 1.9 h.

b)

	Lado 1 (u)	Lado 2 (u)	Área (u ²)
Rectángulo 1	2	24	48
Rectángulo 2	3	16	48
Rectángulo 3	5	9.6	48
Rectángulo 4	6	8	48

- **R. M.** Es proporcional e inversa: cuando un lado aumenta de longitud, el otro disminuye en la misma proporción. El producto de los lados es constante.
- Si los lados guardan la misma proporción, entonces el lado 1 mide 4 u, el lado 2 tiene 12 u y su área será también de 48 u².
- Todos los rectángulos tienen la misma área.

c) •

Tabla 2.3			
Tiempo (s)	Costo (\$)	Tiempo (s)	Costo (\$)
0	8.74	180	13.02
45	9.81	225	14.09
90	10.88	270	15.16
135	11.95		

- La variación lineal de constante aditiva.
- **R. M.** Se cobra cada 45 segundos.
- Se cobran \$1.07 cada 45 segundos.
- Un viaje de 6 minutos (360 segundos) cuesta \$17.30: $8.74 + (360 \div 45) \times 1.07 = 17.30$
- El viaje duró 10 minutos: $(19.44 - 8.74) \div 1.07 = 10$.

d) **R. M.** En las variaciones proporcionales directas, el cociente de las magnitudes que se relacionan es constante. En las variaciones proporcionales inversas, el producto de las magnitudes que se relacionan es constante. En el inciso c, la relación no es proporcional.

► **Página 136**

Características de la proporcionalidad

2. a) •

Tabla 2.4								
Días	1	2	3	5	7	10	20	30
Cantidad (\$)	250	300	350	450	550	700	1200	1700

- La variación lineal de constante aditiva.
- **R. M.** Aumenta de \$50 en \$50, empezando en \$200.

b) •

Tabla 2.5								
Días	1	2	3	5	7	10	20	30
Cantidad (\$)	75	150	225	375	525	750	1500	2250

- La variación es proporcional y directa.
- **R. M.** Aumenta de \$75 en \$75, empezando en \$0.
- **R. M.** Representa el costo por día, es decir, la constante de proporcionalidad.

c) •

Tabla 2.6								
Días	1	2	3	5	7	10	20	30
Cantidad (\$)	1200.00	600.00	400.00	240.00	171.42	120.00	60.00	40.00

- La variación es proporcional e inversa.
- **R. M.** El producto de cada cantidad de la primera columna con la correspondiente de la segunda es constante.
- **R. M.** La división representa el costo por día (constante de proporcionalidad).

d) **R. M.** Si asiste 30 días, le conviene el gimnasio "Fit gym".

► **Página 137**

- e) **R. L.**
- 3. a) **R. M.** El terreno podría tener 60 m de largo por 10 m de ancho.
- b) **R. M.** Siguiendo con el ejemplo anterior, el largo creció al doble y el ancho disminuyó a la mitad.
- c) La otra dimensión se divide a la mitad.
- d)

Largo	Ancho	Área
1	600	600
3	200	600
6	100	600
10 (R. M.)	60	600
15	40	600
20	30	600
60	10	600

- 4. a) **R. M.** En un estacionamiento cobran \$30 más \$8 por hora (o fracción de hora).

Horas transcurridas	Hasta 1	Hasta 2	Hasta 3
Cantidad a pagar (\$)	38	46	54

- b) **R. M.** Olga compró 12 plumas del mismo modelo y pagó \$60.

Número de plumas	6	10	20
Cantidad a pagar (\$)	30	50	100

- c) En una imprenta hay varias fotocopiadoras de modelo idéntico que trabajan al mismo ritmo. Tres fotocopiadoras sacan 36 000 fotocopias en 2 h.

Número de fotocopiadoras	2	4	6
Tiempo que tardan en hacer el trabajo (h)	6	3	2

- d) **R. L.**

► **Página 138**

Problemas de proporcionalidad

- 5. a) • Tabla 2.8. Proporcionalidad directa. El cociente entre las magnitudes relacionadas es constante.
 - Tabla 2.9. Variación lineal con constante aditiva. Cada magnitud B se obtiene multiplicando la correspondiente magnitud A por 1.4 y al resultado se suma 1.5.
 - Tabla 2.10. Proporcionalidad inversa.
- 6. a) **R. L.**
- b) **R. L.**
- c) **R. L.**
- 7. a) La situación es una de variación proporcional directa.
- b) La constante de proporcionalidad directa es 18.5 km/L.
- c) El automóvil recorre 18.5 km por cada litro de gasolina.
- d) En un viaje de 825 km el automóvil gastará 44.59 L de gasolina.
- e) El automóvil recorrió 740 km gastando 40 L de gasolina.

▶ **Página 139**

8. a) La situación es de proporcionalidad inversa.
 b) La constante de proporcionalidad inversa es 36.
 c) Un trabajador tardaría 36 días en pintar el edificio.
 d) Con 8 trabajadores, tardarían 4.5 días en pintar el edificio.
9. a) La situación describe una variación de proporcionalidad inversa.
 b)

Personas	Días que durarán los víveres	Constante de proporcionalidad
50	12	600
10	60	600
25	24	600
40	15	600
80	7.5	600

- c) Las 60 personas tendrán comida para 10 días.
10. a) Variación proporcional directa.
 b) No es una variación proporcional.
 c) Variación proporcional directa.
11. R. L.

Cierre ▶

1. R. L.
 2. a) R. M. La distancia es directamente proporcional a la velocidad.
 b) R. M. El tiempo es inversamente proporcional a la velocidad.

L2 Problemas de proporcionalidad directa e inversa

▶ **Página 140**

Inicio ▶

1. a) El tiempo será menor.
 b) El tiempo de regreso será de 4.8 horas.
 c) La distancia y la velocidad. d) R. L.
2. R. L.

Desarrollo ▶

Constante de proporcionalidad directa e inversa

1. a) Es una variación proporcional directa.
 b) El precio por kilogramo de harina es \$19.40.

c)

Tabla 2.14			
Harina (kg)	Costo (\$)	Obtención de la constante	Valor de la constante
1	19.90	$19.90 \div 1$	19.90
2	39.80	$39.80 \div 2$	19.90
5	99.50	$99.50 \div 5$	19.90
7.5	149.25	$149.25 \div 7.5$	19.90
10	199.00	$199.00 \div 10$	19.90
11.25	223.87	$223.87 \div 11.25$	19.90
$13 \frac{2}{3}$	271.83	$271.83 \div 13.66$	19.90
20	398.00	$398.00 \div 20$	19.90

► **Página 141**

d) Don José pagará \$368.15.

2. a) Es una variación proporcional inversa.

b) La constante de proporcionalidad inversa es 540: $6 \times 90 = 540$.

c) **R. M.** La constante de proporcionalidad es el tiempo (en días) que tardaría un solo albañil en construir la casa.

d)

Tabla 2.15			
Albañiles	Días de trabajo	Obtención de la constante	Valor de la constante
1	540	1×540	540
2	270	2×270	540
5	108	5×108	540
6	90	6×90	540
$7.98 \approx 8$	$67 \frac{2}{3}$	7.98×67.66	540
10 (R. M.)	54	10×54	540
15	36	15×36	540

e) Si trabajan 9 albañiles tardarán 60 días.

3. a) **R. M.** Para obtener la constante de proporcionalidad directa se dividen las magnitudes que están relacionadas.

b) **R. M.** Para obtener la constante de proporcionalidad inversa se multiplican las magnitudes que están relacionadas.

c) **R. L.**

► **Página 142**

Resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa

4. a) Al reducir la velocidad, el tiempo para recorrer la vuelta al circuito aumenta.

b) El auto tarda 4.5 minutos en dar una vuelta. La constante se obtiene al multiplicar el tiempo por la velocidad: $0.05 \times 180 = 9$.

c) Es una variación proporcional inversa.

d) El auto debe viajar a 270 km/h para completar una vuelta en 2 minutos o 0.03333 h.

5.

Tabla 2.16			
Velocidad (km/h)	Tiempo (min)	Tiempo (h)	Constante de proporcionalidad
60	9	$9 \div 60 = 0.15$	$60 \times 0.15 = 9$
120	4.5	$4.5 \div 60 = 0.075$	$120 \times 0.075 = 9$
180	3	$3 \div 60 = 0.05$	$180 \times 0.05 = 9$
240	2.25	$2.25 \div 60 = 0.0375$	$240 \times 0.0375 = 9$
300	1.8	$1.8 \div 60 = 0.03$	$300 \times 0.03 = 9$
360	1.5	$1.5 \div 60 = 0.025$	$360 \times 0.025 = 9$

- a) La constante de proporcionalidad es la longitud de la pista: 9 km.
 b) Sí, es una variación proporcional directa.
 c) Es una variación proporcional directa.
 d) La constante de proporcionalidad es 60 (min/h), o bien, 0.0166 (h/min).
6. a) Es una variación proporcional inversa; su constante de proporcionalidad es 720 (km).

► **Página 143**

- En 8 horas, viajando a 90 km/h.
 - Tardará 9 horas a una velocidad de 80 km/h.
- b) Es una variación proporcional inversa, su constante de proporcionalidad es 3600 (latas)
- Necesita 24 cajas.
 - Tiene 3600 latas.
 - Cada caja debe contener 1200 latas.
- c) Se deben elaborar 14 sillas para igualar los costos fijos.
- d) **R. M.** Si en la figura 2.3 la persona mide 1.5 cm y el árbol 6 cm, entonces la constante de proporcionalidad es 113.33 y la altura real del árbol es 680 cm.
- e) **R. L.**

Cierre

1. **R. L.**

2. a) **R. M.** Es una variación proporcional inversa: si se considera constante el número de vueltas por minuto que da el engrane menor, el engrane mayor dará menos vueltas cuanto más grande sea su diámetro.
- b) El engrane mayor dará 70 vueltas por minuto.

Piensa y sé crítico

En esta actividad, los alumnos deberán interpretar correctamente la situación planteada e implementar sus conocimientos desarrollados para decidir cuál variación proporcional es la mejor opción. La manera como aborden el problema y lleguen a una solución puede ser un elemento a considerar en su evaluación.

La situación descrita es de variación proporcional inversa al considerar el número de obreros con relación al número de días de trabajo; y directa cuando se considera el gasto en sueldos con relación a la cantidad de obreros contratados. Con 12 obreros trabajando durante 16 días, el gasto en sueldos es \$38400. Si se requiere terminar la obra en 8 días hay que contratar a 12 obreros más (en total 24). El gasto en sueldos para 24 obreros durante 8 días es el mismo que en la situación anterior.

S11 Reparto proporcional

L1 Situaciones de reparto proporcional

► **Página 144**

Inicio

1. a) Si se divide en partes iguales, cada socio recibirá \$250 000.
 b) Una desventaja es que no todos invirtieron la misma cantidad.
 c) Alfonso y Xóchitl recibirían \$240 000 cada uno; Pablo, \$160 000 y Sofía, \$360 000.
 d) **R. M.** El segundo es más justo porque cada quien recibe según lo que dio.
 e) **R. M.** Es relevante conocer cuánto invirtió cada uno.
 f) **R. L.**
2. **R. L.**

Desarrollo

Características de un reparto proporcional

- a) Pedro puso $\frac{449}{689}$ partes del precio total.
- b) **R. M.** Una parte proporcional a la parte del dinero que puso:

$$\frac{449}{689} = \frac{\text{canicas que le corresponden a Pedro}}{6126}$$
- c) **R. M.** A Pedro le corresponden 82 canicas, $126 \times \frac{449}{689} = 82.1$, y a Juan, $126 - 82 = 44$.
- d) **R. M.** Es un reparto justo porque corresponde con lo que cada uno cooperó.
- e) **R. M.** Lo que cooperó cada uno y la cantidad de canicas guardan la misma proporción.
- f) **R. M.** Proporción directa, debido a que a aquel que coopera más le corresponden más canicas.

► **Página 145**

2. a) A cada uno le tocaría \$132 650 666.7.
- b) • **R. M.** Es proporcional; sin embargo, la división no es exacta.

Persona	Cantidad que puso para el boleto	Operación para el reparto	Cantidad de billetes de lotería
Antonio	\$520	$\frac{\$520}{\$2000} \times 20$ billetes	5.2
Beatriz	\$680	$\frac{\$680}{\$2000} \times 20$ billetes	6.8
Carlos	\$800	$\frac{\$800}{\$2000} \times 20$ billetes	8
Total	\$2000	$\frac{\$2000}{\$2000} \times 20$ billetes	20

- **R. M.** No, porque carece de sentido que uno de los amigos tenga fracciones de un billete, como sería el caso de Beatriz y Antonio.

c)

Tabla 2.18			
Persona	Cantidad que puso para el boleto	Operación para el reparto	Cantidad de billetes de dinero
Antonio	520	$\frac{\$397952000}{\$2000} \times \$520$	\$103467520
Beatriz	680	$\frac{\$397952000}{\$2000} \times \$680$	\$135303680
Carlos	800	$\frac{\$397952000}{\$2000} \times \$800$	\$159180800
Total	2000	$\frac{\$397952000}{\$2000} \times \$2000$	\$397952000

d) **R. M.** Sí, es proporcional. La cantidad del premio recibida es directamente proporcional a la cooperación de inicio.

► **Página 146**

e) Sí, porque el que cooperó con más recibe la cantidad proporcional del premio.

f) **R. M.** Mientras mayor sea la cooperación inicial, mayor será el premio.

g) **R. M.** Sí, puede ser: $\frac{397952000}{2000}$.

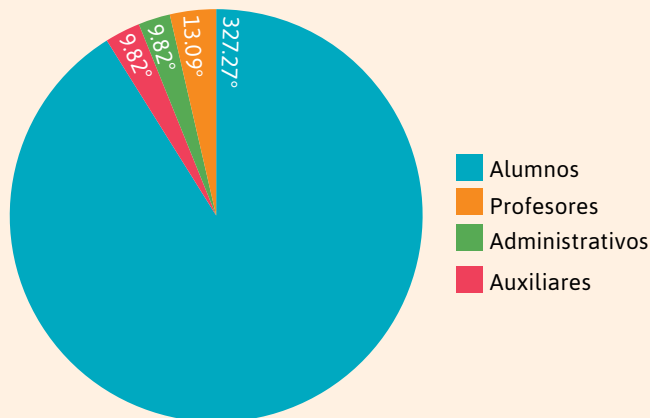
h) **R. L.**

i) **R. L.**

3. a)

Tabla 2.19			
Grupo	Número de personas	Operación para la división del círculo	Grados para representar cada grupo
Alumnos	2000	$\frac{360}{2200} \times 2000$	327.27°
Profesores	80	$\frac{360}{2200} \times 80$	13.09°
Administrativos	60	$\frac{360}{2200} \times 60$	9.82°
Auxiliares	60	$\frac{360}{2200} \times 60$	9.82°
Total	2200	$\frac{360}{2200} \times 2200$	360°

b) **R. M.**



► **Página 147**

4. a) **R. M.** Si los \$27 000 se reparten de forma equitativa, no es justo; debido a que no todos trabajaron la misma cantidad de horas.
- b) **R. M.** Se plantea un problema de proporcionalidad directa con el total de horas trabajadas (100) y el pago correspondiente (\$27 000) y se encuentra que la constante de proporcionalidad es $\frac{27000}{100} = 270$. Hay que multiplicar la cantidad de horas trabajadas por 270 para calcular el pago correspondiente a cada empleado.
- c)

Empleado	Horas trabajadas por empleado	Operación para la división del dinero	Pago a cada empleado
1	20	$\frac{\$27\,000}{100\text{ h}} \times 20\text{ h}$	\$5 400
2	40	$\frac{\$27\,000}{100\text{ h}} \times 40\text{ h}$	\$10 800
3	15	$\frac{\$27\,000}{100\text{ h}} \times 15\text{ h}$	\$4 050
4	25	$\frac{\$27\,000}{100\text{ h}} \times 25\text{ h}$	\$6 750
Total	100	$\frac{\$27\,000}{100\text{ h}} \times 100\text{ h}$	\$27 000

- d) **R. L.**
 e) **R. L.**

► **Página 148**

Reparto proporcional inverso

5. a) • **R. M.** No, debido a que es un planteamiento de proporcionalidad inversa.

Hijo	Edad	I. m.	C. d.	Fracción por c. d.	Operación	Cantidad
Liliana	5	$\frac{1}{5}$	120	$\frac{1}{5} \times 120 = 24$	$\frac{2000}{49} \times 24$	\$979.59
Lucía	8	$\frac{1}{8}$	120	$\frac{1}{8} \times 120 = 15$	$\frac{2000}{49} \times 15$	\$612.24
Julio	12	$\frac{1}{12}$	120	$\frac{1}{12} \times 120 = 10$	$\frac{2000}{49} \times 10$	\$408.16
Total	25	$\frac{49}{120}$	120	$\frac{49}{120} \times 120 = 49$	$\frac{2000}{49} \times 49$	\$2 000.00

- **R. M.** Sí, se cumple.
- b) • **R. M.** Proporcional inverso. Mientras más rápido lleguen, es decir, menor sea el número ordinal, les tocará mayor cantidad del premio.

Tabla 2.22					
Lugar	I. m.	C. d.	Fracción por c. d.	Operación	Premio
1	1	6	$1 \times 6 = 6$	$\frac{2000}{11} \times 6$	\$1200
2	$\frac{1}{2}$	6	$\frac{1}{2} \times 6 = 3$	$\frac{2000}{11} \times 3$	\$600
3	$\frac{1}{3}$	6	$\frac{1}{3} \times 6 = 2$	$\frac{2000}{11} \times 2$	\$400
Total	$\frac{11}{6}$	6	$\frac{11}{6} \times 6 = 11$	$\frac{2000}{11} \times 11$	\$2200

- **R. M.** Sí, se cumple. El primer lugar recibe un premio más grande y, mientras más tardaron en llegar, el premio es cada vez menor.
 - **R. M.** En un problema de proporción inversa el total es la suma de los inversos.
 - **R. L.**
- c) **R. L.**

► **Página 149**
Problemas de reparto proporcional

6. a) **R. L.**

b)

Tabla 2.23			
Medallas	Porción	Operación	Medallas entregadas
Oro	1	$\left(\frac{96}{6}\right) \times 1$	16
Plata	2	$\left(\frac{96}{6}\right) \times 2$	32
Bronce	3	$\left(\frac{96}{6}\right) \times 3$	48
Total	6	$\left(\frac{96}{6}\right) \times 6$	96

c) **R. L.**



1. **R. L.**

2. a) Les corresponde \$4500, \$9000 y \$13500, respectivamente.

b) Cada persona recibirá \$30 en cualquier grupo.

c) **R. M.** El grupo de 150 personas recibirá \$147 272.70 y cada persona de ese grupo \$981.80. Al grupo de 300 personas le corresponderían \$73 636.30 y a cada persona de ese grupo \$245.50. Y al grupo de 450 personas se le asignarían \$49 090.9, a cada integrante de ese grupo le tocarían \$109.10.

Piensa y sé crítico

En esta actividad se pretende que los alumnos visualicen la manera en que las matemáticas pueden ayudar a determinar si una repartición es equitativa o no por medio de un ejemplo de la vida real. Los alumnos deberán mostrar sus habilidades desarrolladas y conocimientos adquiridos en esta secuencia para plantear correctamente la situación y resolverla.

Como se tienen 2 hijos varones y 3 hijas mujeres, a cada hijo le corresponderían \$100 000, mientras que a cada mujer \$50 000.

S12 Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

L1 Ecuaciones lineales

► Página 150

Inicio

1. a) El pago por dos horas es de \$44. El auto estuvo 2.25 h.
 b) El cliente estuvo 2 h en el estacionamiento: $89 - 45 = 44$.
 c) **R. M.** Para el inciso a, es necesaria la información del cartel y lo que pagó el cliente. En el inciso b, además de lo anterior, el costo por el lavado del auto.
 d) **R. M.** Se puede hacer una tabla.
2. **R. L.**

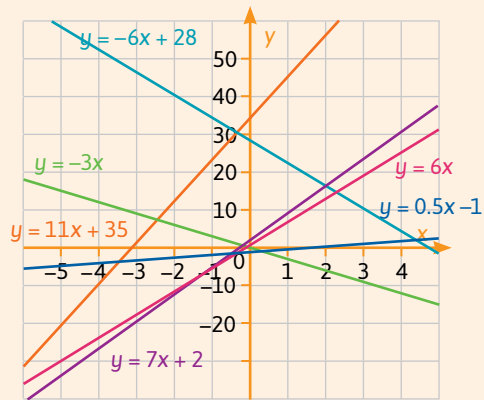
Desarrollo

Ecuaciones lineales con una incógnita

1. a) • **R. M.** El número pensado por Enrique se representa por x .
 - **R. M.** $x + 17 = 23$
 - Enrique pensó el número 6.
 - 17, porque $x + 17 = 34$, $x = 34 - 17 = 17$
 - El resultado se obtiene al sustituir el número pensado en la expresión $x + 17$.
- b) • **R. M.** El número pensado por Nidia es -36 . La ecuación se puede plantear de la siguiente forma: $\frac{2}{3}x = -24$; $x = \frac{2}{3}(-24) = -36$.

► Página 151

- El resultado se obtiene al sustituir el número pensado en la expresión: $\frac{2}{3}x$.
 - c) • **R. M.** El número pensado por Enrique, se puede encontrar mediante la ecuación $4x - 11 = 39$;
 $4x = 39 + 11 = 50$; $x = \frac{50}{4} = \frac{25}{2} = 12.5$.
 • El resultado será el que se obtiene al sustituir el número pensado en la expresión $4x - 11$.
 - d) **R. M.** Cada ecuación planteada tiene solución única.
 - e) **R. L.**
2. a) $x = -\frac{18}{6} = -3$; $6(-3) + 18 = 0$; $-18 + 18 = 0$
 - b) $x = \frac{11-2}{3} = 3$; $3(3) + 2 = 11$; $9 + 2 = 11$
 - c) $x = \frac{75}{-25} = -3$; $-25(-3) = 75$; $75 = 75$
 - d) $x = \frac{-\frac{1}{2}}{10} = -\frac{1}{20}$; $10\left(-\frac{1}{20}\right) = -\frac{1}{2}$; $-\frac{10}{20} = -\frac{1}{2}$
 - e) $x = \frac{37}{19}$; $9 - 7\left(\frac{37}{19}\right) + 18 = 12\left(\frac{37}{19}\right) - 10$; $27 - \frac{259}{19} = \frac{444}{19} - 10$; $\frac{254}{19} = \frac{254}{19}$
 - f) $x = 2$; $3(2) - 7 = 4(2) - 9$; $-1 = -1$.
3. a) (1, 6), (2, 12), (3, 18); razón de cambio: 6.
 - b) (0, 35), (1, 46), (2, 57); razón de cambio: 11.
 - c) (0, 0), (1, -3), (2, -6); razón de cambio: -3.
 - d) (0, 28), (2, 16), (4, 4); razón de cambio: -6.
 - e) (0, -1), (2, 0), (3, 0.5); razón de cambio: $\frac{1}{2}$.
 - f) (0, 2), (1, 9), (2, 16); razón de cambio: 7.



► **Página 152**

Ecuaciones lineales con dos incógnitas

4. a) **R. M.** Año nacimiento: n ; año actual: p ; número pensado: x ; edad: $e = p - n$. Resultado de la operación: r . Los valores conocidos para el mago son: año actual (p) y el resultado de la operación (r).
 b) **R. M.**

Tabla 2.24

Lenguaje normal	Lenguaje algebraico
Piensa un número	x
Multiplícalo por 100	$100x$
Suma el año en curso	$100x + p$
Resta el año de tu nacimiento	$100x + p - n$
Resultado obtenido	$r = 100x + e$

- c) **R. M.** $e = r - 100x$. Dado que x está multiplicado por 100, la edad ocupará unidades o decenas del resultado, es decir, los últimos dos dígitos del resultado corresponden a la edad, mientras que el resto (x multiplicado por 100), conformarán el número pensado.
 d) **R. M.** Variación lineal
 e) **R. L.** Muchas, depende del valor que se asigne al año en curso y el número pensado.
 f) **R. L.**
 g) **R. L.**
 h) **R. L.**

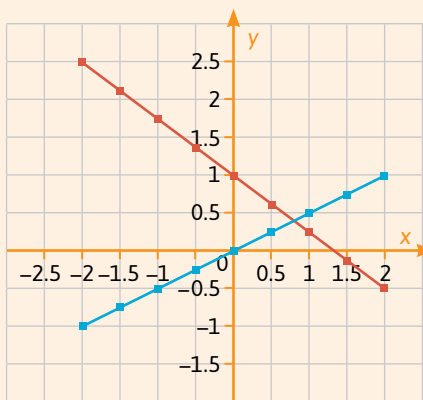
► **Página 153**

Ecuaciones lineales con dos incógnitas y rectas

5. a) Las incógnitas de la primera y de la segunda ecuación son x y y .

b)

Tabla 2.25		
x	$y = \frac{1}{2}x$	$y = 1 - \frac{3}{4}x$
-2	-1	2.5
-1.5	-0.75	2.125
-1	-0.5	1.75
-0.5	-0.25	1.375
0	0	1
0.5	0.25	0.625
1	0.5	0.25
1.5	0.75	-0.125
2	1	-0.15



■ $y = \left(\frac{1}{2}\right)x$ ■ $y = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)x$

c) **R. M.** $y = \frac{1}{2}x$, porque el cociente de las variables relacionadas es constante.

d) **R. M.** $y = 1 - \frac{3}{4}x$, ya que es de la forma $y = mx + b$, donde $b = 1$ y $m = -\frac{3}{4}$.

e) Lineales. El tipo de ecuación se determina por la potencia de las incógnitas (1).

f) Para $y = \frac{1}{2}x$, son solución los puntos (0, 0), (0.4, 0.2), (1.6, 0.8). Para $y = 1 - \frac{3}{4}x$, son solución (0, 1), (0.8, 0.4), (2.4, -0.8). La solución de ambas ecuaciones es el punto (0.8, 0.4). En éste las dos gráficas de intersecan.

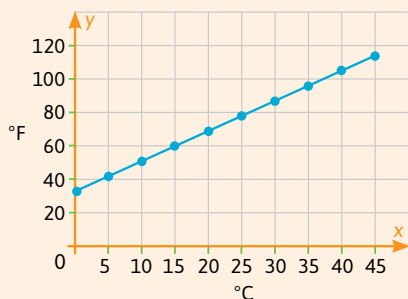
g) **R. L.**

Cierre ►

1. **R. L.**

2. a) $^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5}(20^{\circ}\text{C}) + 32 = \frac{180}{5} + 32 = 36 + 32 = 68^{\circ}\text{F}$.

b)



L2 Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

► **Página 154**

Inicio ►

1. a) Sí, lo alcanzará; es decir, que antes de llegar a la meta, en determinado tiempo, ambos estarán a la misma distancia. Si Marco está a -10 km y Federico a -12 km; y en un tiempo t las distancias se igualan, entonces $d = -10 + 32t = -12 + 40t$. Al despejar t se obtiene $8t = 2$; $t = \frac{1}{4}$. Así, $d = -10 + 32(\frac{1}{4}) = -2$.

b) Después de 15 minutos coincidirán a 2 km de la meta.

c) Marco, debido a que su velocidad es mayor.

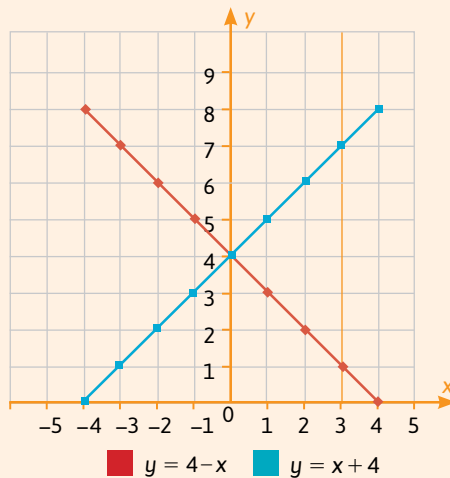
- d) R. L.
- e) R. L.
- 2. R. L.

Desarrollo

Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y número de soluciones

1. a) • Lineales.

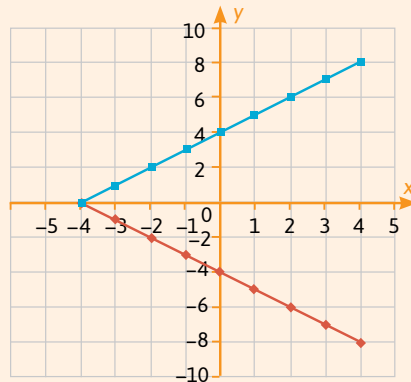
- Para la ecuación $y = x + 4$ se tienen los pares de puntos: $(-4, 0), (-3, 1), (-2, 2), (-1, 3), (0, 4), (1, 5), (2, 6), (3, 7), (4, 8)$. Para $y = 4 - x$: $(-4, 8), (-3, 7), (-2, 6), (-1, 5), (0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)$.



► **Página 155**

- Primera ecuación: $y = x + 4$.
Segunda ecuación: $y = 4 - x$.
- **R. M.** Puede tener infinitas soluciones, algunas son $(-4, 0), (0, 4), (1, 5)$.
- **R. M.** Puede tener infinitas soluciones, algunas son $(-4, 8), (0, 4), (1, 3)$.
- Primera ecuación: $y = 7$.
Segunda ecuación: $y = 1$.
- **R. M.** Considerando $x = 3$, se tienen los siguientes pares para cada ecuación:
Para la ecuación $y = x + 4$, se tiene $(3, 7)$.
Para la ecuación $y = 4 - x$, se tiene $(3, 1)$.
- **R. M.** En el caso de $x = 3$, las ecuaciones difieren en sus soluciones, debido a que tienen distintos valores para y .
- **R. M.** Comparten un solo punto o par (x, y) , a saber: $(0, 4)$.
- **R. M.** Son independientes y, tomando en cuenta la Tabla 2.26, x toma valores en el rango de -4 a 4 .
- El punto en el que se intersecan las rectas es, precisamente, el par ordenado $(0, 4)$, que es el punto (x, y) que comparten.
- **R. L.**

- b) • Ecuaciones lineales
 - Las incógnitas se representan con v y u en ambas ecuaciones.
 - Para la ecuación $v = 4 + u$ se tienen los pares de puntos: $(-4, 0)$, $(-3, 1)$, $(-2, 2)$, $(-1, 3)$, $(0, 4)$, $(1, 5)$, $(2, 6)$, $(3, 7)$, $(4, 8)$. Para $v = -2(2 + \frac{1}{2}u)$: $(-4, 0)$, $(-3, -1)$, $(-2, -2)$, $(-1, -3)$, $(0, -4)$, $(1, -5)$, $(2, -6)$, $(3, -7)$, $(4, -8)$

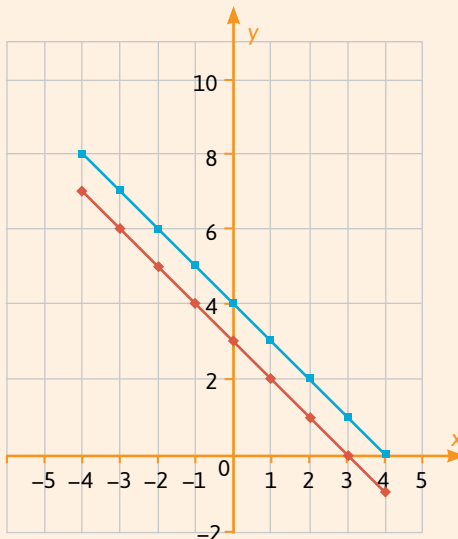


■ $v = -2\left(2 + \left(\frac{1}{2}\right)u\right)$ ■ $v = 4 + u$

► **Página 156**

• Ecuaciones $\begin{cases} v = u + 4 \\ v = -2\left(2 + \frac{1}{2}u\right) \end{cases}$

- **R. M.** Puede tener una infinidad de soluciones.
- **R. M.** Tiene una infinidad de soluciones.
- **R. M.** Comparten un único punto: $(-4, 0)$.
- **R. M.** Los valores de v dependen de los que tome u .
- **R. M.** El punto de intersección de ambas rectas coincide con el par ordenado $(-4, 0)$ en el que coinciden ambas ecuaciones.
- c) • Lineales
 - En ambas ecuaciones, las incógnitas están representadas mediante las literales s y t .
 - Para la ecuación $s = -t + 4$ se tienen los pares de puntos: $(-4, 8)$, $(-3, 7)$, $(-2, 6)$, $(-1, 5)$, $(0, 4)$, $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$, $(4, 0)$.
 - Para $s = 3\left(1 - \frac{1}{3}t\right)$: $(-4, 7)$, $(-3, 6)$, $(-2, 5)$, $(-1, 4)$, $(0, 3)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(3, 0)$, $(4, -1)$



■ $s = 3\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)t\right)$

■ $s = -t + 4$

► **Página 157**

• Ecuaciones $\begin{cases} s = -t + 4 \\ s = 3\left(1 - \frac{1}{3}t\right) \end{cases}$

- La primera ecuación tiene una infinidad de soluciones.
 - La segunda ecuación tiene una infinidad de soluciones.
 - **R. M.** No comparten ningún punto, lo cual significa que no tienen ninguna solución común.
 - **R. M.** Son rectas paralelas.
 - **R. L.**
- d) **R. L.**

► **Página 158**

Sistemas de 2 × 2, rectas y soluciones

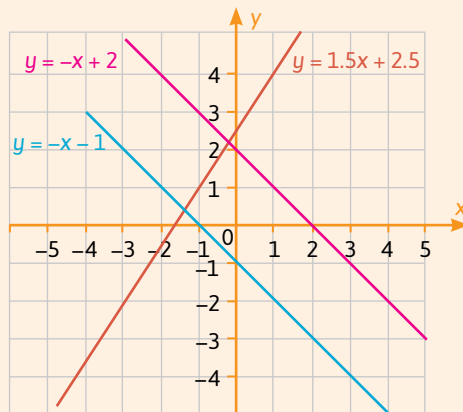
2. a)

Sistema de ecuaciones	Primer sistema	Segundo sistema	Tercer sistema
	$y = 1.5x + 2.5$ $y = -1(x) - 1$	$y = -1(x) - 1$ $y = -1(x) - 1$	$y = -1(x) - 1$ $y = -1(x) + 2$
Si $x = 0$, entonces y es	2.5 -1	-1 -1	-1 2
Si $y = 0$, entonces x es	$-\frac{5}{3}$ -1	-1 -1	-1 2

b)

	Primer sistema		Segundo sistema		Tercer sistema	
Puntos de la primera ecuación	(0, 2.5)	$(-\frac{5}{3}, 0)$	(0, -1)	(-1, 0)	(0, -1)	(-1, 0)
Puntos de la segunda ecuación	(0, -1)	(-1, 0)	(0, -1)	(-1, 0)	(0, 2)	(2, 0)

- c) El primer sistema tiene una solución única.
 d) El segundo sistema tiene una infinidad de soluciones.
 e) El tercer sistema no tiene solución.



► **Página 159**

- f) **R. M.** Cuando las gráficas de las dos ecuaciones se intersecan, la solución es única. Si no se intersecan no hay solución; y cuando las dos ecuaciones corresponden a la misma gráfica, las soluciones son infinitas.

Problemas de cantidad de soluciones de sistema 2×2

3. a) Única
 b) Ninguna
 c) Ninguna
 d) Única
 e) Única
 f) Infinitas
4. **R. L.**

Cierre ►

1. **R. L.**
2. a) **R. M.** $v_1 = 100 - 5t$, con v_1 el volumen sobrante y t el tiempo transcurrido.
 b) **R. M.** $v_2 = 5t$, con v volumen y t tiempo transcurrido.
 c) **R. M.** Si $v_1 = v_2$, entonces $100 - 5t = 5t$; así, $10t = 100$; $t = 10$ s.
 d) **R. L.**

Piensa y sé crítico

Verifique los planteamientos algebraicos que desarrollen para resolver el problema, así como la destreza en las operaciones involucradas en el sistema de ecuaciones.

Denote con las letras $r =$ regalo y $e =$ envoltura. Entonces el total es $r + e = 1100$ y como el regalo costó \$1000 más que la envoltura, $r = 1000 + e$. Y queda planteado el sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} r + e = 1100 \\ r = 1000 + e \end{cases}$$

Sustituyendo r en la primera ecuación: $1000 + e + e = 1100$.

Despejando e : $1000 + 2e = 1100$, $2e = 1100 - 1000 = 100$, $e = \frac{100}{2}$, $e = 50$.

Sustituyendo $e = 50$ en cualquiera de las dos ecuaciones: $r = 1000 + 50 = 1050$.

El regalo costó \$1050 y la envoltura \$50.

S13 Métodos algebraicos de solución de sistemas de ecuaciones

L1 Soluciones de sistemas de ecuaciones

► **Página 160**

Inicio ►

1. a) Si x representa la anchura y y la longitud, entonces las ecuaciones se pueden reescribir como:
 $\frac{1}{4}x + y = 7$ m; $y + x = 10$ m
 Donde la unidad m es "una mano". La solución del sistema es $y =$ longitud = 6 m y $x =$ anchura = 4 m.
 b) La solución del sistema cuando el valor de m es 5 es $x = 4(5) = 20$; $y = 6(5) = 30$.
 c) El valor de "una mano".
 d) **R. L.**

2. R. L.

Desarrollo

Transformación de una ecuación lineal con dos incógnitas

1. a) • El coeficiente de x es 3, su signo es positivo.
- **R. M.** No, hay que restar (o sumar) en ambos lados de la ecuación la misma cantidad para mantener la igualdad en los dos miembros.
 - **R. M.** La igualdad se conserva al restar a ambos lados de la ecuación $3x$. La ecuación queda de la siguiente forma: $2y = 5 - 3x$. La propiedad "Si c es cualquier número y tenemos que $a = b$, entonces $a - c = b - c$ " justifica este procedimiento.
 - Hay que sumar $3x$ en ambos lados de la ecuación para obtener $2y = 5 + 3x$. La propiedad "Si $a = b$, entonces $a + c = b + c$ ".

► **Página 161**

- b) El coeficiente de la variable y es 2, y su signo es positivo.
- Ambos miembros se dividen entre 2. La ecuación que resulta es $y = \frac{5-3x}{2}$.
Lo anterior se justifica con la propiedad "Si $a = b$, entonces $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ con $c \neq 0$ ".
 - En la ecuación $-2y = 5 - 3x$, ambos miembros deben dividirse entre -2 . Así se tiene $y = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2}x$. Esto por la propiedad "Si $a = b$, entonces $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ con $c \neq 0$ ".
 - En $\frac{1}{2}y = 5 - 3x$, ambos miembros deben multiplicarse por 2. Con lo que resulta . Se utiliza la propiedad "Si $a = b$, entonces $a \times c = b \times c$ ".
 - En $-\frac{1}{2}y = 5 - 3x$, ambos miembros se multiplican por -2 . La ecuación que queda es $y = -10 + 6x$. Se utiliza la propiedad "Si $a = b$, entonces $a \times c = b \times c$ ".

c) **R. M.**

$ax + by = c$	Ecuación original
$by = c - ax$	Restando ax de ambos lados de la igualdad
$y = \frac{c-ax}{b} = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$	Dividiendo entre b ambos lados de la igualdad
$y = dx + e$	Haciendo $d = -\frac{a}{b}$ y $e = \frac{c}{b}$

d) **R. M.** Sí es posible.

$ax + by = c$	Ecuación original
$ax = c - by$	Restando by de ambos lados de la igualdad
$x = \frac{c-by}{a} = -\frac{b}{a}y + \frac{c}{a}$	Dividiendo entre a ambos lados de la igualdad
$x = dx + e$	Haciendo $d = -\frac{b}{a}$ y $e = \frac{c}{a}$

e)

Tabla 2.31		
Ecuación	Transformación $y = ax + b$	Transformación $x = ay + b$
$4y + x + 1 = 0$	$y = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$	$x = -4y - 1$
$\frac{1}{2}y - x = 2$	$y = 2x + 4$	$x = \frac{1}{2}y - 2$
$\frac{1}{10}x - \frac{y}{20} = 120$	$y = 2x - 2400$	$x = \frac{1}{2}y + 1200$
$3y - 5x + 7 = 0$	$y = \frac{5}{3}x - \frac{7}{3}$	$x = \frac{3}{5}y + \frac{7}{5}$

f) **R. L.**

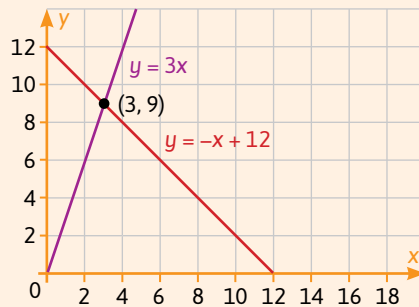
► **Página 162**

Método de igualación para resolver un sistema de 2×2

2. a) Si los lados del rectángulo son y y x , y el perímetro es 24, entonces la ecuación es $2x + 2y = 24$.
 b) **R. M.** $y = 3x$
 c) **R. M.** $2x + 2y = 24$; $2y = -2x + 24$, $y = x - 12$. El sistema que se forma es:

$$\begin{cases} y = -x + 12 \\ y = 3x \end{cases}$$

- d) **R. M.** Sí; por ejemplo, los valores que toma y son los mismos en cada ecuación porque es la misma variable; cada valor de y representa un lado del mismo rectángulo.
 e) **R. M.** Sí se pueden igualar los lados izquierdos de las dos ecuaciones, porque representan el mismo valor de y .
 f) **R. M.** La ecuación que se obtiene es: $3x = -x + 12$. Despejando x : $3x + x = 12$; $4x = 12$; $x = 3$. Para obtener el valor de y , sustituimos $x = 3$ en cualquiera de las dos ecuaciones: $y = 3(3)$; así, $y = 9$.
 g) **R. L.**



3. Descargue las gráficas en el siguiente enlace <http://edutics.mx/iqo>

- a) Solución: $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{5}{2}$.
 b) No hay solución. Las dos rectas son paralelas y no tienen puntos en común.
 c) Solución: una infinidad de soluciones.
 4. a) **R. M.** Sí. En los sistemas que no tienen solución, las rectas que representan las ecuaciones son paralelas y no tienen puntos en común. En el método de igualación estos sistemas llevan a una igualdad contradictoria.

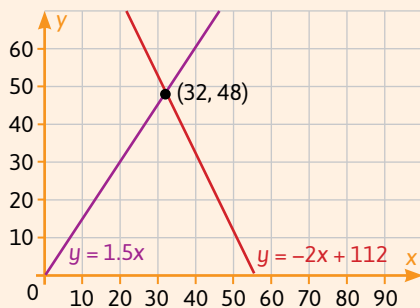
► **Página 163**

- b) **R. M.** Sí. En los sistemas que tienen una infinidad de soluciones las rectas que representan las ecuaciones coinciden, es decir, son la misma recta. En el método de igualación, el sistema lleva a igualdades verdaderas donde la incógnita desaparece.
 c) **R. L.**

Método de sustitución para resolver un sistema de 2×2

5. a) La relación entre el costo de la pluma y el cuaderno es $y = 1.5x$, y el pago total es $2x + y = 112$.
 b) En la primera ecuación ($y = 1.5x$) aparece la variable y despejada del lado izquierdo y su coeficiente es 1.
 c) Sustituyendo $y = 1.5x$ en la ecuación $2x + y = 112$, se tiene $2x + 1.5x = 112$. La ecuación que resulta es $3.5x = 112$. Su solución es $x = 32$.
 La otra incógnita es $y = 1.5(32) = 48$.

d) Gráfica del sistema:



e) R. L.

► **Página 164**

6. Descargue las gráficas en el enlace <http://edutics.mx/iqo>

a) Solución: $x = \frac{5}{2}, y = \frac{1}{2}$.

b) Solución: una infinidad de soluciones.

c) Solución: no hay solución.

7. a) **R. M.** El sistema del inciso c no tiene solución. Al aplicar el método de sustitución se llega a una contradicción ($0 = 2$).

b) **R. M.** El sistema del inciso b tiene infinidad de soluciones. Al aplicar el método de sustitución se llega a una condición verdadera para todo punto (x, y) : $0 = 0$.

c) **R. L.**

Método de suma y resta para resolver un sistema de 2×2

8. a) **R. M.** Si x representa el dinero de Renata y y el de Raúl, la diferencia del dinero de Renata menos el de Raúl se escribe como $x - y = 499$. La ecuación que representa el dinero de ambos es $x + y = 560$. Así se obtiene el sistema:

$$\begin{cases} x - y = 499 \\ x + y = 560 \end{cases}$$

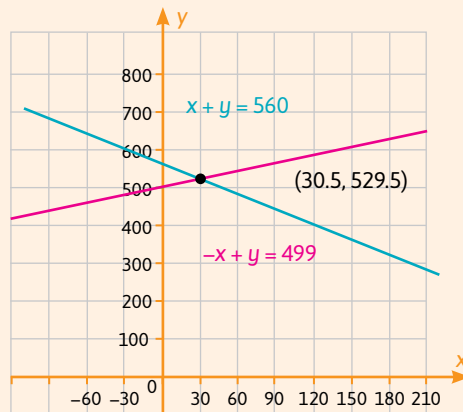
b) **R. M.** El coeficiente de y y x es igual en ambas ecuaciones.

c) Se suman las ecuaciones para "eliminar" la variable y .

$$\begin{array}{r} x - y = 499 \\ + \quad x + y = 560 \\ \hline 2x + 0 = 1059 \end{array}$$

Se despeja $x = 1059 \div 2 = 529.5$. Y se sustituye en la primera ecuación para obtener el valor de y : $529.5 - y = 499, -y = 499 - 529.5 = -30.5, y = 30.5$

d) **R. M.**



e) R. L.

► **Página 165**

9. Descargue las gráficas en el enlace <http://edutics.mx/iqo>

a) Solución: $x = -3$, $y = -5$.

b) Solución: $x = -1$, $y = 0$.

c) Solución: $x = \frac{3}{4}$, $y = -\frac{5}{4}$.

10. a) **R. M.** Todos tienen solución. En un sistema que no tenga solución, al sumar (o restar) las dos ecuaciones se llega a una contradicción (por ejemplo, que 0 es igual a algún otro número).

b) No. En un sistema con una infinidad de soluciones, al multiplicar por alguna constante una de las ecuaciones para obtener una de las variables con el mismo coeficiente, se llega a dos ecuaciones iguales.

c) R. L.

Cierre ►

1. R. L.

2. a) **R. M.** Sea x el costo inicial por alumno, y y el costo por alumno. Si se reúnen 25 estudiantes más, entonces $y = x - 78$ representa el ahorro, y el total a pagar por todos los alumnos es el mismo; es decir, $100x = 125y$.

b) El costo original de la excursión era de \$390 por alumno. Si se suman 25 alumnos más, el costo será de \$312 por alumno.

c) **R. M.** El método de sustitución.

L2 Problemas de sistemas de ecuaciones lineales

► **Página 166**

Inicio ►

1. a) **R. M.** Si x y y representan las cantidades de metros cuadrados que el productor siembra de sorgo y maíz respectivamente, entonces $x + y = 2000$, que es el área total del terreno. El tiempo que tarda para sembrar es $\left(\frac{1}{10}\right)x + \left(\frac{1}{20}\right)y = 120$. Con ambas ecuaciones se forma el sistema.

b) **R. L.** Podría ser el de suma y resta.

c) Se sembrarán 400 m² de sorgo y 1 600 m² de maíz.

d) El área del terreno y el tiempo que requiere la máquina para cada tipo de grano.

e) **R. L.**

2. **R. L.**

Desarrollo

Uso de sistemas de ecuaciones lineales para la resolución de problemas

1. a) El total de boletos se representa con la ecuación $x + y = 900$.
- b) El total de dinero que hay en la caja es $300x + 200y = 230\,000$.
- c) R. L. Podría ser el de suma y resta.
- d) Se vendieron 500 boletos del primer piso y 400 del segundo.

▶ Página 167

2. a) R. M. Si x es el número de viajes realizados por el camión con capacidad de 3 toneladas, y y el número de viajes del otro camión, se pueden plantear las ecuaciones: $x + y = 23$; $3x + 4y = 80$. La solución del sistema es $x = 12$; $y = 11$.
- b) Las coordenadas del punto de intersección son $(12, 11)$.
3. a) Aplicando el método gráfico se observa que las rectas son paralelas; por lo que el sistema no tiene solución.
- b) Al restar las ecuaciones se obtiene $x = 3$; $y = 5$.
- c) Al multiplicar por 2 la primera ecuación y por 4 la segunda, se transforma el sistema y se puede aplicar el método de suma y resta: $x = \frac{1}{3}$; $y = \frac{1}{4}$.
- d) Aplicando el método de suma y resta, queda $x = -2$; $y = -3$.
4. a) R. M. Sea P el punto en el que ambos coches se encuentran, x la distancia entre A y P ; y la distancia entre B y P . Entonces $y + x = 255$. Como el tiempo que tardan los dos autos en llegar al punto P es el mismo se tiene $\frac{x}{90} = \frac{y}{80}$. Al resolver el sistema se obtiene que $y = 120$ y $x = 135$. Por lo que los autos tardan en encontrarse 1.5 horas: $\frac{135}{90} = \frac{120}{80} = 1.5$.
- b) R. L.

Cierre

1. R. L.
2. R. M. Sea x el número de hombres y y el número de mujeres. Entonces se pueden plantear las ecuaciones: $(16\%)x + (20\%)y = 11$; $x + y = 60$. Por lo tanto, hay 25 hombres y 35 mujeres.

Piensa y sé crítico

Recomiende que identifiquen una de sus incógnitas con la edad mayor y que decidan cómo se dividen las edades para que la razón sea la que se pide en el problema. Por ejemplo, sea x la edad mayor y y la menor, entonces pueden establecerse las siguientes ecuaciones:

La razón entre ambas edades está dada por: $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$.

La diferencia de edades es: $y = x - 15$.

Se obtiene la solución: $x = 45$ años, $y = 30$ años.

S14 Variación lineal y proporcionalidad inversa

L1 Situaciones de variación lineal

▶ Página 168

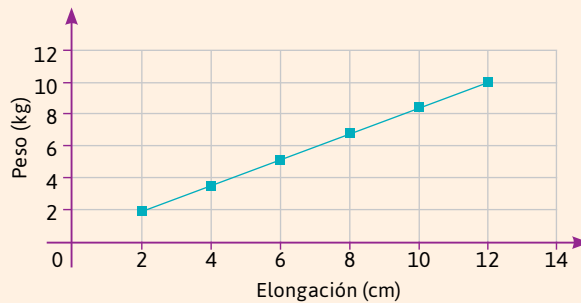
Inicio

1. a) Un peso de 14 kg provoca una elongación de 16.8 cm: $14 \times (12 \div 10) = 16.8$. Si el dinamómetro se estira 3 cm, entonces el peso es de 2.5 kg: $3 \times (10 \div 12) = 2.5$.
- b) Proporcional directa.

c) $10 \frac{\text{kg}}{12} \text{ cm}$, o bien, $12 \frac{\text{cm}}{10} \text{ kg}$.

d) **R. M.** Mediante una tabla y una gráfica:

Elongación (cm)	Peso (kg)
12	10
10	8.33
8	6.667
6	5
4	3.33
2	1.667



e) **R. M.** El valor unitario de la elongación por kilogramo.

f) **R. L.**

2. **R. L.**

► **Página 169**

Desarrollo

Características de una variación lineal

1. a)

Kilómetros	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
La cotorra (\$)	13.5	17	20.5	24	27.5	31	34.5	38	41.5	45	48.5
El volador (\$)	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46
El acompañante (\$)	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

b) Con “El acompañante”, debido a que el viaje costaría \$14, mientras que en “La cotorra” y “El volador” serían \$25.75 y \$26.50 respectivamente.

c) Con “El acompañante”, debido a que el viaje costaría \$47, mientras que en “La cotorra” y “El volador” serían \$54.62 y \$51.25 respectivamente.

d) La cotorra: 10.45 km El volador: 11.35 km El acompañante: 12.5 km

e) **R. M.** El costo varía más rápido en “El acompañante”. Por su parte, “El volador” es el que varía más lento debido a que tiene un menor costo por kilómetro (\$3). No tiene sentido físico usar valores negativos.

- “El acompañante” representa una variación proporcional directa. Por otro lado, “El volador” y “La cotorra” son variaciones lineales con constante aditiva.

f) **R. M.** Por 2 km, “La cotorra”: \$20.50, “El volador”: \$22 y “El acompañante”: \$8.

Por 4 km, “La cotorra”: \$27.50, “El volador”: \$28 y “El acompañante”: \$16. En “El acompañante” se cobra el doble si se recorre el doble de kilómetros.

- **R. M.** “El acompañante” cobra mediante una relación proporcional directa: las veces que aumenta la distancia, incrementa el precio.

g) **R. M.** La razón de cambio es equivalente a la pendiente. Las cantidades iniciales de dinero cobradas por “La cotorra” y “El volador” corresponden a la ordenada al origen, ya que son un desplazamiento del origen al graficar sus valores.

- Sean y la cantidad a cobrar y x los kilómetros recorridos, entonces se pueden establecer las siguientes ecuaciones.

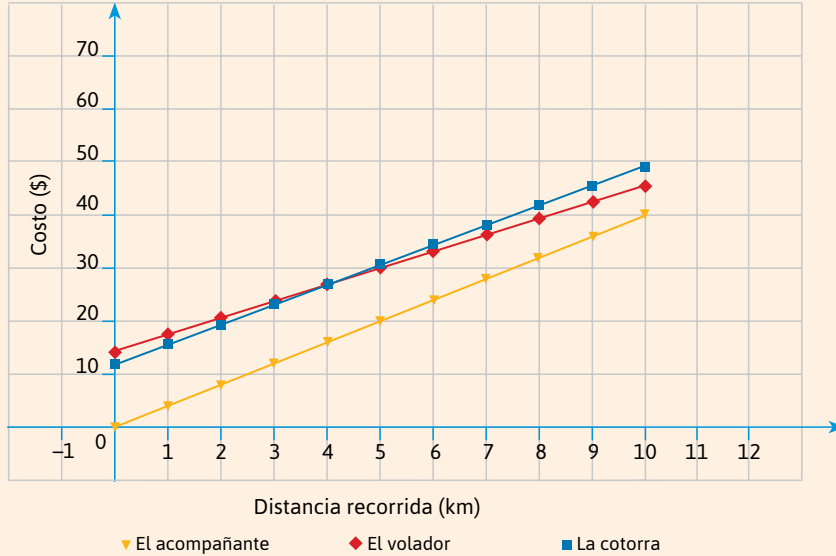
La cotorra: $y = 3.50x + 13.50$;

El volador: $y = 3x + 16$;

- El acompañante: $y = 4x$.
- **R. L.**
- **R. M.** Se puede graficar una línea recta con sus datos.
- **R. M.** Es de la forma $y = mx + b$.

► **Página 170**

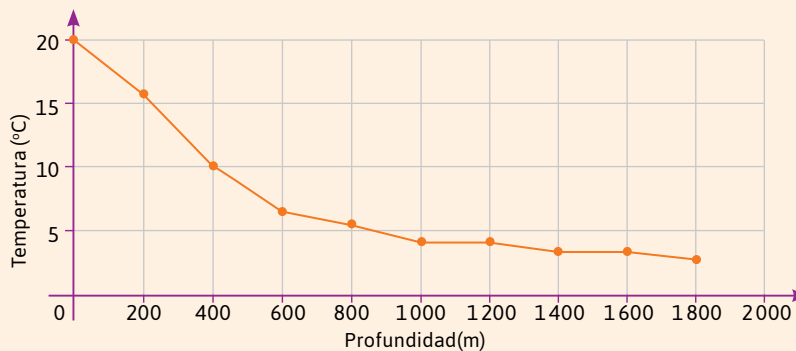
2.



- a) **R. M.** La cotorra: 3.50 El volador: 3 El acompañante: 4
La razón de cambio se obtiene dividiendo el incremento, de un punto a otro, en los costos, entre el incremento, de los puntos correspondientes en las distancias.
 - b) La cotorra: 13.50 El volador: 16 El acompañante: 0
 - c) **R. M.** Las tres gráficas son crecientes y continuas, la razón de cambio es constante. Cuando aumenta la distancia recorrida, el costo también aumenta.
 - d) **R. M.** Es una línea recta continua y su razón de cambio constante.
3. a) 8 °C
b) 0 °C
c) No es una variación lineal. Conforme aumenta una cantidad, no aumenta la otra.
d) **R. M.** Para cada valor que toma la variable independiente debe corresponder un valor distinto de la variable dependiente. Además, a intervalos iguales hay variaciones iguales.

► **Página 171**

e)



- Entre 1000 m y 1200 m de profundidad. También entre 1400 m y 1600 m.
- No, en ningún momento es creciente.

- **R. M.** La razón de cambio es variable. Por ejemplo, entre 0 m y 200 m es 4, mientras que de 1 600 m a 1 800 m es 1. En los intervalos donde es constante, la razón de cambio es 0.
- **R. M.** No es proporcional y tampoco es lineal.
- **R. M.** A mayor profundidad, más desciende la temperatura.

f) **R. L.**

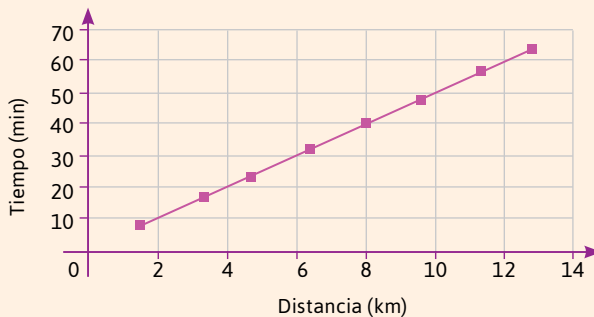
Cierre

1. **R. L.**

2. a) Tabular

Tiempo (min)	8	16	24	32	40	48	56	64
Distancia (km)	1.6	3.2	4.8	6.4	8	9.6	11.2	12.8

Gráfica:



Algebraica:
 $y = 5x$, con
 y kilómetros y
 x minutos.

b) 250 minutos = 4 horas 10 minutos.

L2 Representaciones de proporcionalidad inversa

► **Página 172**

Inicio

- En 40 horas.
 - En 60 horas.
 - Proporcionalidad inversa.
 - $(4)(80) = 320$
 - R. M.** Al igual que la proporcionalidad directa, se puede representar de forma tabular, gráfica y algebraica $(y = \frac{320}{x})$. En el enlace <http://edutics.mx/iqo> descargue las representaciones.
 - El tiempo que tarda en terminar un trabajo cierta cantidad de pintores.
- R. L.**

Desarrollo

Características de una proporción inversa

- Se pueden hacer 30 banderas: $60 \div 2 = 30$.
 - Se pueden hacer 12 banderas: $60 \div 5 = 12$.
 - R. M.** Divisiones
 - Cada bandera sería de 1.2 m: $60 \div 50 = 1.2$.
 - Cada bandera sería de $\frac{2}{3}$ m: $60 \div 90 = \frac{2}{3}$.
 - R. M.** Divisiones
 - R. M.** La medida de las banderas disminuye conforme aumenta la cantidad de éstas. Por otra parte, si la cantidad de banderas disminuye, aumenta la medida. Si la cantidad de banderas aumenta al doble, entonces las medidas disminuyen a la mitad.

► **Página 173**

- **R. M.** Relación inversamente proporcional.
- h) Se obtiene 60, cantidad que representa la constante de proporcionalidad.
- 2. a) Si sólo va 6 días al mes, el precio por día es de \$450. Para que el precio por día sea \$300, debe asistir 9 días al mes.
 - **R. M.** Para la primera respuesta: $\$2700 \div (6 \text{ días}) = \$450/\text{día}$. Para la segunda respuesta: $\$2700 \div (\$300/\text{día}) = 9 \text{ días}$.
- b)

Tabla 2.34										
Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio	2700	1350	900	675	540	450	385.71	337.5	300	270

- c) Si Martín asiste 10 días al gimnasio, el precio por día sería de \$270. Este precio representa la décima parte de lo que costaría un día, si solo asiste un día al mes.
 - **R. M.** Inversamente proporcional, porque el producto del número de días por el precio correspondiente es constante.
 - La constante es 2700. Se puede determinar multiplicando el número de días por su correspondiente costo por día.
- d) **R. M.** La expresión que representa la variación proporcional inversa es de la forma $y = \frac{k}{x}$, lo que significa que el producto de las variables que se relacionan es constante: $yx = k$. Las veces que aumenta una cantidad son las veces en que se disminuye la otra. Por ejemplo, si la variable independiente aumenta al doble, entonces la variable dependiente disminuye a la mitad. La situación que se plantea en el problema sí representa una variación proporcional inversa.
- e) **R. M.** En una tabla de proporcionalidad inversa, el producto de las cantidades en cada fila es constante.
- f) **R. L.**

Representaciones de una proporcionalidad inversa

- 3. a) **R. M.** El área es: $24 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2$. Si el área permanece constante, entonces se debe cumplir que $b \times (5 \text{ cm} + 3 \text{ cm}) = 120 \text{ cm}^2$; es decir que $b \times 8 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2$. Despejando b se obtiene $b = 120 \text{ cm}^2 \div 8 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$.

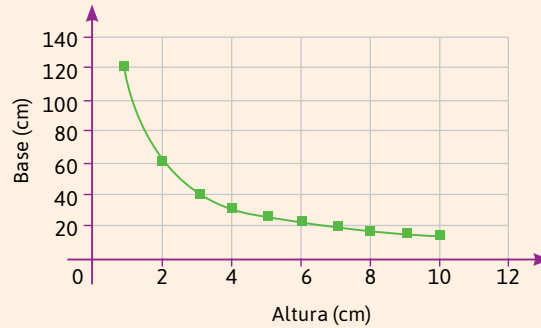
► **Página 174**

- b) Tal como se expuso en el inciso anterior, si la altura aumenta 3 cm, el valor de la base sería 15 cm.
- c) Inversamente proporcional.
- d)

Tabla 2.35										
Altura (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Base (cm)	120	60	40	30	24	20	17.14	15	13.33	12

- e) **R. M.** $120 \div (\text{altura})$.
- f) **R. L.**
- g) **R. M.** $y = \frac{120}{x}$, donde x es la dimensión de la altura y y , la dimensión de la base.

4.



- a) **R. M.** No es lineal. Es decreciente. En todos los puntos de la gráfica el producto de la abscisa por la ordenada es igual a 120.
- b) **R. M.** No se puede determinar un valor único de la razón de cambio debido a que no es una línea recta. Dado que no hay un valor posible para que la gráfica cruce el eje vertical en $x = 0$, entonces no tiene ordenada al origen.
- c) Decreciente, conforme aumenta la altura, disminuye la base.
- d) **R. M.** No hay un valor definido para $x = 0$, tiende a infinito debido a la división entre cero. En la gráfica se observa que conforme se acerca al eje vertical, la pendiente aumenta.

► **Página 175**

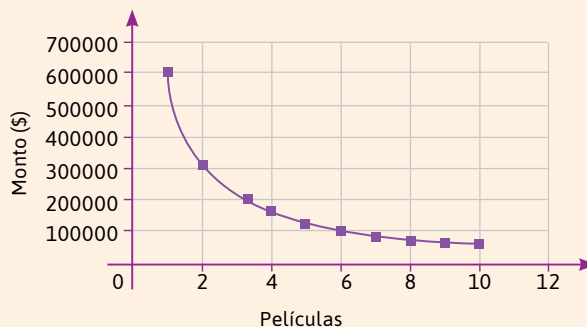
e) **R. M.** Como ejercicio mental, si la altura fuera cero, la base tendría que ser infinita para preservar el área. Sin embargo, esto no es posible ni geoméricamente, ni analizando la gráfica de los datos.

5. a) **R. M.** $y = \frac{a}{x}$

- b) **R. M.** Es decreciente. No es lineal.
- c) **R. L.**

Cierre ►

- 1. **R. L.**
- 2. a) Proporcionalidad inversa
- b) **R. M.**



Piensa y sé crítico

Esta actividad busca que los alumnos demuestren sus habilidades desarrolladas durante esta secuencia con el fin de que realicen el planteamiento algebraico correcto para resolver el problema. La resolución del problema debe ser un elemento a considerar para la evaluación de los alumnos.

Es una relación inversamente proporcional, la expresión algebraica que la representa es $y = \frac{100000}{x}$, con x el número de empleados; y el pago para cada trabajador. Debe contratar a 14 personas.

En el enlace <http://edutics.mx/iqo> puede descargar las representaciones tabular y algebraica de dicha variación.

S15 Modelos de variación lineal y proporcionalidad inversa

L1 Modelos de variación lineal y proporcionalidad inversa

► **Página 176**

Inicio ►

1. a) Tardaron 1 hora con 15 minutos: $100 \text{ km} \div 80 \text{ km/h} = 1.25 \text{ h} = 1 \text{ h } 15 \text{ min.}$
 b) La velocidad era de 50 km/h: $100 \text{ km} \div 2 \text{ h} = 50 \text{ km/h.}$
 c) Inversamente proporcional
 d) La constante de proporcionalidad es 100, el producto de la velocidad por el tiempo; es decir, la distancia.
 e) La distancia entre los dos lugares, la velocidad y el tiempo de recorrido.
 f) **R. L.**
2. **R. L.**

Desarrollo ►

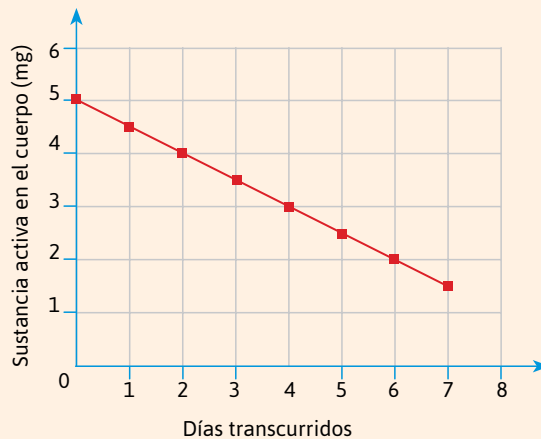
Aplicaciones de la variación lineal

1. a)

Tabla 2.36								
Días	0	1	2	3	4	5	6	7
Sustancia activa (mg)	5	4.5	4	3.5	3	2.5	2	1.5

► **Página 177**

- b) **R. M.** Cada día disminuye la misma cantidad de sustancia activa dentro del cuerpo humano.
 - **R. M.** La cantidad que disminuye día con día corresponde con la constante de proporcionalidad.
- c) **R. M.** La razón de cambio es constante y coincide con la constante de proporcionalidad.
- d) **R. M.** $d = 5 - 0.5t$, donde d representa la dosis en el cuerpo a partir de la ingesta y t , los días transcurridos.
- e) En 10 días, de acuerdo con la ecuación del inciso anterior: si $d = 0$ (es decir, ya no hay dosis de la sustancia activa dentro del cuerpo), entonces:
 $0 = 5 - 0.5t \rightarrow 5 = 0.5t \rightarrow t = 5/0.5 \rightarrow t = 10.$
- f)



- **R. M.** La gráfica es descendente, la pendiente es negativa.
- La pendiente es -0.5 y la ordenada al origen es 5.

g) **R. L.**

Aplicaciones de la variación proporcional inversa

2. a) **R. M.** Inversamente proporcional. Ya que se puede verificar que el producto de las abscisas con la ordenada correspondiente es constante.

► **Página 178**

b) **R. M.** 50, porque la velocidad es la distancia entre el tiempo y como el tiempo es constante, se tiene una expresión de la forma $v = \frac{50}{t}$ y $vt = 50$.

c) Decece

d) **R. M.** De 0 a 10 decece más rápido.

e) **R. M.** En los intervalos que están más lejos del eje x decece más lento.

f) **R. M.** La gráfica se acerca al eje y sin llegar nunca a tocarlo, el valor de v tiende a infinito.

- Si x es el tiempo, no es posible tener $x = 0$ porque la división entre cero no está definida.
- **R. M.** $x = 0$ implicaría que, en un intervalo de tiempo de cero unidades, se recorrió una distancia con una velocidad infinitamente grande.

g) **R. M.** Conforme x aumenta, los valores de y disminuyen cada vez más acercándose a cero, pero nunca es cero.

- **R. M.** Al aumentar el tiempo, la distancia de 50 m se recorre a una velocidad cada vez menor, muy lentamente.

3.

Tabla 2.37								
Tiempo (s)	1	2	3	4	5	6	7	8
Velocidad (m/s)	50	25	16.67	12.5	10	8.33	7.14	6.25

a) Como el producto de cada abscisa con su ordenada correspondiente es igual a 50, en la expresión $xy = 50$ sustituí el valor de x y despejé $y = \frac{50}{x}$.

b) $y = \frac{50}{x}$

4. a) Si x es el número de impresiones y y lo que se cobra por el estampado, de acuerdo a los datos, se observa que $1 \times 3240 = 3240 = 9 \times 360 = 3240$. De forma que $xy = 360$, entonces la expresión es

$y = \frac{3240}{x}$.

b) Es una relación de proporcionalidad inversa, porque el producto de las magnitudes relacionadas es constante y la constante de proporcionalidad es 3240.

► **Página 179**

c) El costo por playera, si se estampan 20, sería de \$162: $y = \frac{3240}{20} = 162$.

d) Se estampan 80 playeras para que cada una cueste \$40.50. $x = \frac{3240}{40.50} = 80$.

e) **R. L.**

f) **R. L.** En el enlace <http://edutics.mx/iqo> puede descargar la gráfica.

g) **R. M.** La gráfica es decreciente y en cada punto (x, y) el producto xy es constante. La expresión algebraica es $y = \frac{k}{x}$, siendo k la constante de proporcionalidad.

Cierre ►

1. **R. L.**

2. a) **R. M.** Si se mantiene la misma masa, al variar la densidad y/o el volumen, se tiene una situación de proporcionalidad inversa. De hecho, se tiene que $\rho = \frac{m}{V}$, donde ρ es la densidad; m, la masa y V, el volumen.

- b) Del primer cuerpo: $\rho = \frac{m}{V}$; $m = \rho V = (3 \text{ kg/m}^3)(0.8 \text{ m}^3) = 2.4 \text{ kg}$. Dada la naturaleza del problema, ese valor de la masa es la constante de proporcionalidad, por lo tanto, para el segundo cuerpo:
- $$V = \frac{m}{\rho} = \frac{2.4 \text{ kg}}{5 \text{ kg/m}^3} = 0.48 \text{ m}^3.$$

Piensa y sé crítico

Esta actividad tiene como propósito que los alumnos integren su conocimiento aprendido en esta secuencia para describir la definición física de presión como una situación de proporcionalidad inversa. Es importante que los alumnos argumenten de forma clara que, al aumentar el área, si la fuerza permanece constante, la presión disminuye de forma inversamente proporcional.

Evalúe la exposición de las respuestas de los alumnos para determinar si han comprendido a cabalidad los temas tratados en esta secuencia.

- a) $P = \frac{588 \text{ N}}{10 \text{ m}^2} = 58.8 \text{ N/m}^2$
 b) $P = \frac{588 \text{ N}}{5 \text{ m}^2} = 117.6 \text{ N/m}^2$
 c) $P = 588 \text{ N/m}^2$
 d) **R. L.** En el enlace <http://edutics.mx/iqo> puede descargar la gráfica.
 e) Si disminuye el área, aumenta la presión.
 f) Al pisar con un zapato de tacón de aguja, la presión es mayor que al pisar con uno de tacón plano pues, en este último, es mayor el área sobre la que se ejerce la presión.

► Página 180 y 181**Analiza y resuelve**

- **R. M.** Una desventaja sería que el área que ocuparía una célula muy grande sería menor que el área que podrían abarcar varias células pequeñas.
- **R. L.**

S16 Perímetro y área de polígonos regulares**L1 Perímetro y área de polígonos****► Página 182****Inicio**

- a) **R. M.** $4 \times 5 + 4(4 \times 7.07) = 20 + 113.12 = 133.12 \text{ cm}$.

b) **R. M.** Sí, el octágono se puede dividir en un rectángulo de medidas 15 cm y 5 cm, dos cuadrados de 5 cm por lado, y cuatro triángulos con base y altura de 5 cm. El área del octágono será la suma de las áreas de esas figuras: $15 \times 5 + 2(5 \times 5) + 4(5 \times 5) \div 2 = 75 + 50 + 50 = 175 \text{ cm}^2$.

c) **R. M.** En un octágono regular: $\frac{P \times a}{2}$.

d) El área de la figura es la del octágono más la de cuatro cuadrados de lado 7.07 cm: $175 + 4(7.07 \times 7.07) = 175 + 200 = 375 \text{ cm}^2$.

e) **R. M.** Las longitudes de los lados de las figuras. La longitud del cuadrado de lado 5 cm. La longitud de la diagonal del cuadrado de lado 5 cm.

f) La descripción de los incisos d y e.

2. R. L.

Desarrollo

Perímetro de polígonos

1. a) Si pone dos hilos de alambre necesita 2350 m: $2 \times 1175 \text{ m} = 2350 \text{ m}$. Si pone tres hilos necesita 3525 m
- b) $2685 \text{ m} = 3 \times 895 \text{ m}$
- c) Hexágono regular. El alambre que se requiere es de 1680 m: $4 \times (6 \times 70 \text{ m})$.
- d) R. L.

► Página 183

2. Perímetro inciso a: $7 \times \left(\frac{17}{5} u\right) = \frac{119}{5} u = 23.8 u$.

Perímetro inciso b: $6\frac{2}{5} u + \frac{53}{4} u + \frac{9}{2} u + \frac{9}{2} u = \frac{573}{20} u = 28.65 u$.

Perímetro inciso c: $18 u + 9 u + 9 u + 9 u + 9 u + 9 u + 9 u = 72 u$.

- a) R. M. Para cada polígono, el perímetro es la suma de todas las longitudes de sus lados.
- b) R. L.
3. a) Cuadrado. Perímetro: $4 \times 3.5 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$.
- b) Pentágono, ya que $360 \div 5 = 72$. Perímetro: $5 \times 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$.
- c) Hexágono. Perímetro: $6 \times 4 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$.
- d) R. L.

Área y descomposición de figuras

4. a) R. M. Una alternativa es calcular el área de cada figura que compone al octágono y sumárlas. Pueden ser tres rectángulos (uno central, un superior y un inferior) y cuatro triángulos, o bien, del rectángulo central y dos trapezios (superior e inferior). A continuación se desglosa la segunda forma:

Área del rectángulo central: $144.85 \text{ cm} \times 60 \text{ cm} = 8\,691 \text{ cm}^2$.

Área de cada trapecio: $(B + b)h \div 2 = (144.85 \text{ cm} + 60 \text{ cm}) \times 42.43 \text{ cm} \div 2 = 4\,345.89 \text{ cm}^2$.

Área total: $8\,691 \text{ cm}^2 + 2(4\,345.89) \text{ cm}^2 = 17\,383 \text{ cm}^2$.

Otra manera para calcular el área es usando directamente la fórmula del octágono. Se puede inferir que la apotema de la figura es $42.43 \text{ cm} + (60 \text{ cm} \div 2) = 72.43 \text{ cm}$. Luego, el área del hexágono: $\text{Perímetro} \times \text{apotema} \div 2 = (60 \text{ cm} \times 8) \times 72.43 \text{ cm} \div 2 = 17\,383 \text{ cm}^2$.

► Página 184

- b) R. L.
5. a) R. M. Se pueden calcular las áreas de las figuras que, sin traslaparse, componen el terreno y, después, sumárlas para obtener el área total.

Área del triángulo superior izquierdo: $22.73 \text{ m} \times (30 \text{ m} + 14.53 \text{ m}) \div 2 = 506.08 \text{ m}^2$.

Área del triángulo inferior izquierdo: $14.53 \text{ m} \times 37.27 \div 2 = 270.77 \text{ m}^2$.

Área del rectángulo superior: $30 \text{ m} \times 22.73 \text{ m} = 681.9 \text{ m}^2$.

Área del rectángulo inferior: $60 \text{ m} \times 37.27 \text{ m} = 2\,236.2 \text{ m}^2$.

Área total: $506.08 \text{ m}^2 + 270.77 \text{ m}^2 + 681.9 \text{ m}^2 + 2\,236.2 \text{ m}^2 = 3\,694.95 \text{ m}^2$.
- b) R. L.
6. R. L.
 - a) R. M. Las áreas de las figuras iguales son iguales.
 - b) R. M. Los irregulares requieren descomponerse en una mayor variedad de figuras geométricas.
 - c) R. M.
 - d) R. L.

► Página 185

Área de polígonos regulares

7. a) R. M. En los polígonos regulares se pueden trazar ambas circunferencias.
- b) R. M. En el caso de los polígonos regulares, coinciden los centros.
- c) R. M. El radio de una circunferencia inscrita en un polígono regular, es igual a la apotema de dicho polígono.

- d) **R. M.** Sí, considerando los triángulos que se forman al trazar todas las diagonales posibles desde un vértice.
- e) **R. L.**

► **Página 186**

- 8. a) **R. L.**
- b) **R. M.** Se forman seis triángulos equiláteros congruentes. El número de triángulos coincide con el número de lados del polígono (hexágono).
- c) **R. M.** Cada lado del polígono coincide con la base de uno de los triángulos. Por su parte, la apotema equivale a la altura de cualquiera de esos triángulos.
- d) **R. L.**
- e) **R. M.** Son iguales. El área del polígono equivale a la suma de las áreas de los triángulos.
- f) **R. M.** Sea L la base de cada triángulo, o bien, el lado del hexágono, y a la apotema (altura de cada triángulo), se tiene que: $A = (6 \times L \times a) \div 2 = (6 \times L) \times a \div 2 = \text{Perímetro} \times a \div 2$.
- g) **R. L.**
- 9. **R. L.**
- a) **R. M.** $A = \frac{n \times (h \times l)}{2}$

► **Página 187**

- b) **R. M.** $A = \frac{P \times a}{2}$
- c) **R. M.** Ambas expresiones son equivalentes: $\frac{n \times (h \times l)}{2} = \frac{n \times l \times a}{2} = \frac{(n \times l) \times a}{2} = \frac{P \times a}{2}$.
- d) **R. L.**
- e) **R. L.**
- 10.a) $A = \frac{P \times a}{2}; a = \frac{2A}{P} = \frac{2A}{5l} = 2 (116\,000 \text{ m}^2) \div (5 \times 230 \text{ m}) = 232\,000 \text{ m}^2 \div 1150 \text{ m} = 201.74 \text{ m}$.
- b) $A = P \times a \div 2 = (6 \times 80 \text{ m}) \times 69 \text{ m} \div 2 = 16\,560 \text{ m}^2$

Cierre ►

- 1. **R. L.**
- 2. **R. M.** Para calcular el valor de cada lado, hay que dividir el perímetro entre el número de lados. Pentágono: 6 cm; hexágono: 5 cm; decágono: 3 cm. El área del decágono sería ligeramente mayor. La menor área sería la del pentágono.

Polígono	Número de lados	Perímetro (cm)	Longitud de lado (cm)	Apotema (cm)	Área (cm ²)
Decágono	10	30	3	4.62	69.25
Hexágono	6	30	5	4.33	64.95
Pentágono	5	30	6	4.13	61.94

Piensa y sé crítico

En esta sección, los alumnos tienen la oportunidad de aplicar sus conocimientos con relación a polígonos regulares. Además, podrán apreciar que la geometría también está presente en la naturaleza. Analice la argumentación presentada por sus alumnos para evaluar sus respuestas.

Los alumnos deberán recordar cuáles son los polígonos regulares que pueden formar teselaciones. Por lo tanto, sólo podrían considerar triángulos, cuadrados y hexágonos como opciones posibles. Después, podrán inferir que el hexágono es la mejor opción para las abejas.

► **Página 188 y 189**

Analiza y resuelve

- La primera indicación de esta sección intenta promover la reflexión en los alumnos. Los polígonos llegan a ser, en ocasiones, distintos a los ya estudiados en el curso; por ejemplo, pueden tener huecos. En el caso de estos polígonos, la fórmula de Pick no se cumple. Sin embargo, para cualquier polígono regular se cumplirá esta fórmula.
- En la actividad del segundo planteamiento, los alumnos deberán contar los puntos interiores y frontera para poder aplicar la fórmula de Pick. Si se tienen 39 puntos interiores y 17 puntos frontera, entonces el área de la región sombreada es:

$$A = i + \frac{f}{2} - 1 = 39 + \left(\frac{17}{2}\right) - 1 = 39 + 8.5 - 1 = 46.5 \text{ u}^2$$

S17 Área del círculo

L1 Deducción de la fórmula del área del círculo

► **Página 190**

Inicio

1. a) **R. M.** El círculo está inscrito en un cuadrado cuyos lados miden 8 cm. Al área de éste le restamos el área de tres cuadrados de 1 cm de lado en cada una de las cuatro esquinas y el área de dos cuadrados de 0.5 de lado de cada una de las cuatro esquinas; la aproximación al área del círculo es $64 - 12 - 2 = 50 \text{ cm}^2$.
 b) **R. M.** Sí, con cuadrados de lado más pequeño; por ejemplo de 0.25 cm.
 c) **R. M.** La longitud del lado del cuadrado más pequeño.
 d) **R. M.** El descrito en el inciso a.
2. **R. L.**

Desarrollo

Elementos del círculo

1. a) 6 cm
 b) **R. M.** El número pi (π) es un valor constante que se obtiene al dividir la longitud de una circunferencia (perímetro) entre su diámetro: $\pi = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Diámetro}}$
 c) $\pi \times 2 \times 3 \text{ cm} = 18.85 \text{ cm}$.
 d) **R. M.** $C = d\pi$, con C la medida de circunferencia y d el diámetro.
- 2.

Tabla 2.39

Radio	7 m	7.5 cm	11.99 cm	5 dm
Diámetro	14 m	15 cm	23.98 cm	10 dm
Circunferencia	43.98 m	47.12 cm	75.34 cm	31.42 dm = 314.2 cm

► **Página 191**

Fórmula del área del círculo

3. a) **R. L.**
 b) Se utiliza la fórmula: $A = \frac{P \times a}{2}$, donde P es el perímetro y a, la apotema.

 Perímetro hexágono: 18 u; Área hexágono: 23.4 u².
 Perímetro heptágono: 18.2 u; Área heptágono: 24.57 u².
 Perímetro decágono: 18.5 u; Área decágono: 26.36 u².

Perímetro pentadecágono: 18.75 u; Área pentadecágono: 27.46 u².

- c) 18.84 u
 d) **R. M.** Al incrementar el número de lados en un polígono regular, el valor de su perímetro se acerca al de la circunferencia.
 e) **R. M.** Una infinidad

► **Página 192**

- Con el radio.
 - Con el perímetro del círculo.
- f) El área de un polígono regular se calcula con la fórmula $A = \frac{P \times a}{2}$, mientras que el perímetro de un círculo se obtiene a partir de la fórmula $P = 2\pi r$.
- g) **R. M.** Tal como ya se dedujo, si se considera un polígono regular con una infinidad de lados, la apotema coincidiría con el radio del círculo circunscrito y el perímetro del polígono sería equivalente a la circunferencia. Asumiendo esto, se tiene lo siguiente: $A = \frac{P \times a}{2} = \frac{(2\pi r) \times r}{2} = \pi r^2$.
- h) **R. L.**
4. a) **R. L.**
 b) **R. L.**
 c) • **R. M.** Es semejante a un paralelogramo compuesto por varios triángulos iguales.
 • **R. M.** Sumando las áreas de todos los triángulos. La base de cada triángulo puede considerarse el perímetro del círculo entre el número de sectores en que se dividió. La altura de los triángulos equivaldría al radio del círculo.
 d) **R. M.** Los sectores serán más parecidos a triángulos y, también, el reacomodo será más cercano a un paralelogramo.
 e) **R. M.** La base del "reacomodo" coincidirá con el radio del círculo. Por su parte, la altura sería la mitad del perímetro.
 f) **R. M.** Multiplicando el radio por la mitad del perímetro: $A = \text{base} \times \text{altura} = r \times \frac{P}{2} = r \times \frac{2\pi}{2} = \pi r^2$.

► **Página 193**

- g) **R. M.** $A = \pi r^2$
 h) **R. M.** Las expresiones son iguales.
5. a) **R. L.**
 b) **R. L.**
 c) **R. L.**
 d) **R. L.**
 e) **R. M.** A un triángulo.
 f) **R. M.** Multiplicando la base por la altura, donde la base equivaldría al perímetro de la circunferencia mayor y, la altura, al radio.
 g) **R. M.** Se aproxima más a un triángulo.
 h) **R. M.** A un triángulo.
 • **R. M.** El radio del círculo corresponde a la altura del triángulo y el perímetro corresponde a la base del triángulo.
 • f) **R. M.** Multiplicando la base por la altura.
 i) **R. M.** $A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{P \times r}{2} = \frac{(2\pi r) \times r}{2} = \pi r^2$
 j) **R. M.** Las expresiones son iguales.

► **Página 194**

Problemas de cálculo de área del círculo

6. El área de la alfombra es $A = 1.2 \text{ m}^2 \times \pi = 3.77 \text{ m}^2$. Restando esta cantidad a 4.8 m^2 , resulta 1.03 m^2 . Por lo tanto, la alfombra cabe y sobran 1.03 m^2 .

7. a) **R. M.** El radio de la circunferencia que ocupará el cancel es el radio de la ventana más el grosor del cancel: $30 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 31 \text{ cm} = 0.31 \text{ m}$. Luego, $P = 2\pi r = 2\pi(0.31 \text{ m}) = 1.95 \text{ m}$. Se requieren 1.95 m de cancel.
 b) El radio de la ventana es 0.3 m. Así, $A = \pi r^2 = \pi(0.3 \text{ m})^2 = 0.28 \text{ m}^2$.
 c) **R. M.** El precio total es $1.95(\$1200) + 0.28(\$1600) = \$2788$.
8. a) **R. M.**

	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	3	4
Diámetro (in)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	3	4
Radio (in)	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{2}$	2
Área transversal (in²)	$\frac{\pi}{64}$	$\frac{\pi}{16}$	$\frac{9\pi}{64}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{9\pi}{16}$	π	$\frac{9\pi}{4}$	4π

- b) Es 4 veces mayor: $\left(\frac{\pi}{16}\right) \div \left(\frac{\pi}{64}\right) = \frac{64}{16} = 4$.
 c) Es 16 veces mayor: $\left(\frac{9\pi}{4}\right) \div \left(\frac{9\pi}{64}\right) = \frac{64}{4} = 16$.
 d) Se requieren 16 tuberías de 1 in para distribuir la cantidad de agua de una tubería de 4 in: $\left(\frac{\pi}{4}\right)$
 $x = 4\pi; \left(\frac{x}{4}\right) = 4; x = 16$.
9. a) $A_{\text{sombreada}} = \pi \times (2u)^2 - 2 \times \pi \times (1u)^2 = 12.566u^2 - 6.283u^2 = 6.283u^2$
 b) $A = \frac{\pi(4u)^2}{2} - \frac{2}{4}(\pi(1u)^2) = \frac{16\pi u^2}{2} - 2\pi u^2 = (8\pi - 2\pi)u^2 = 6\pi u^2 = 18.85u^2$
- 10.a) **R. M.** Se calcula el área del rectángulo: 18 ft y 10 in = 18.83 ft;
 $A_R = 18.83 \text{ ft} \times 12 \text{ ft} = 225.96 \text{ ft}^2$.
 Posteriormente, se calcula el área de un medio círculo de radio 6 ft:
 $A_s = \frac{\pi(6)^2}{2} = 56.54 \text{ ft}^2$.
 Por último, hay un rectángulo que se forma de la diferencia de 19 ft y 18.83 ft: $19 \text{ ft} - 18.83 \text{ ft} = 0.17 \text{ ft}$; $A_r = 0.17 \text{ ft} \times 12 \text{ ft} = 2.04 \text{ ft}^2$.
 Finalmente se suman las tres áreas calculadas para calcular el área total: $A_R + A_s + A_r = 225.96 \text{ ft}^2 + 56.54 \text{ ft}^2 + 2.04 \text{ ft}^2 = 284.54 \text{ ft}^2$.
- b) 12.56 ft^2 para el círculo interno y 113.09 ft^2 para el externo
 c) El radio es de 19 ft con 9 in = 19.75 ft. Ahora bien, hay que calcular la mitad del área de un círculo con radio igual a 19.75 ft, que corresponde a la zona de tres puntos: $A = \frac{1}{2}\pi(19.75 \text{ ft})^2 = 612.71 \text{ ft}^2$.

► **Página 195**

11. R. L.



1. R. L.

2. a) $A_{\text{total}} = \pi(23 \text{ m})^2 = 1661.90 \text{ m}^2$.
 b) En primer lugar, hay que calcular el área central: $A_{\text{central}} = A_{\text{total}} - A_{\text{giratoria}} = 1661.9 \text{ m}^2 - 1044 \text{ m}^2 = 617.9 \text{ m}^2$.
 Usando y despejando la fórmula del área del círculo: $A_{\text{central}} = \pi r^2; r^2 = \frac{A_{\text{central}}}{\pi} = 196.68 \text{ m}^2$.
 Calculando raíz cuadrada se tiene que el radio de la zona central es $r = 14.02 \text{ m}$.
 c) Hay que restar el radio total del radio de la zona central: $\text{Ancho} - \text{corona} = 23 \text{ m} - 14.02 \text{ m} = 8.98 \text{ m}$.
 d) **R. L.**

Piensa y sé crítico

Esta actividad tiene como objetivo ejercitar la capacidad crítica de los alumnos con relación al cálculo del área de un círculo por medio de un famoso símbolo de la cultura china.

Observe los planteamientos de sus alumnos para resolver el problema y resuelva dudas en caso de ser necesario. Se trata de una situación sencilla de responder si se analiza el texto y la figura antes de intentar hacer cálculos.

Dado que negro y blanco están en equilibrio, el área designada a cada color es la misma y, por lo tanto, es la mitad del área total del círculo. Para $r = \frac{30 \text{ cm}}{2} = 15 \text{ cm}$; así, $A = \pi(15 \text{ cm})^2 = 706.86 \text{ cm}^2$
El área del color negro (o blanco) equivale a $\frac{706.86 \text{ cm}^2}{2} = 353.43 \text{ cm}^2$.

S18 Medidas de tendencia central, rango y desviación media

L1 Medidas de tendencia central

► Página 196

Inicio

- a) **R. M.** Descargue en el enlace <http://edutics.mx/iqo> la tabla con las temperaturas.
 - b) La temperatura media en un día es el promedio de la temperatura más alta y la más baja que se registraron ese día.
 - c) Temperatura máxima
Media: 27.03 °C. Mediana: 27 °C. Moda: 27 °C.
 - d) Temperatura media
Media: 17.75 °C. Mediana: 17.5 °C. Moda: 17.5 °C.
Temperatura mínima
Media: 8.46 °C. Mediana: 8 °C. Moda: 4 °C.
 - e) **R. M.** La temperatura máxima no tuvo mucha variación, pero la temperatura mínima fue muy variable.
 - f) **R. M.** El registro de la temperatura en cada día.
 - g) **R. L.**
2. **R. L.**

Desarrollo

Recolección y registro de datos

1. a) **R. L.** "Familia directa" se refiere a "núcleo familiar".
b) **R. L.**

► Página 197

- c) **R. M.** Numéricos y enteros, pueden ser cero.
 - d) **R. M.** Tablas y gráficas
 - e) **R. L.**
2. a) **R. M.** Como están ordenados se pueden hacer los cálculos más fácilmente.
b) **R. M.** Calculando valores faltantes utilizando proporcionalidad directa.
c) **R. L.**
d) **R. L.**

▶ **Página 198****Uso e interpretación de medidas de tendencia central**

3. a) **R. M.** Que no aparecen datos muy alejados de los otros y tampoco se repiten muchas veces.
- b) **R. M.** Son datos cercanos unos a otros. Si uno se aleja de los demás el promedio o media aritmética se altera.
- c) **R. M.** La moda describe mejor los conjuntos de datos donde se repiten muchas veces y para datos no numéricos.
- d) **R. M.** Se afecta la media aritmética.
- e) **R. L.**
- f) **R. L.**
4. a) **R. M.** Se puede calcular la moda a partir de la barra de mayor altura.
La media y mediana no se pueden calcular ya que son datos agrupados.

▶ **Página 199**

- b) **R. L.**
- c) **R. L.**
- d) **R. L.**
5. a) El equipo anotó 30 goles en total.
- b) La mayoría de las veces el equipo anotó dos goles por partido. Este número corresponde a la moda, que es 3.
- c) La mediana es 3.
- d) La media aritmética es 1.76.
- e) **R. L.**
- f) **R. L.**

Cierre ▶

1. **R. L.**
2. a) **R. M.** Los posibles valores atípicos son: \$0, \$15 000 y \$27 000.
- b)

Valor	Frecuencia
\$0	4
\$2000	1
\$3000	1
\$3500	1
\$4000	1
\$5000	2
\$7000	1
\$7500	2
\$8000	5
\$10000	4
\$12000	1
\$15000	1
\$27000	1

- c) Media aritmética: \$7140. Mediana: \$7500. Moda: \$8000.
- d) **R. L.**

L2 Rango y dispersión de datos

► Página 200

Inicio

- R. M.** Porcentaje de disminución respecto del año anterior.
 - Media aritmética: 19.725 millones.
Mediana: 19.8 millones.
Moda: Ningún dato se repite.
 - Valor máximo: 31.6 millones.
Valor mínimo: 10.3 millones.
Rango: $31.6 - 10.3 = 21.3$ millones.
 - R. M.** Muy dispersos.
 - R. M.** Los asistentes por año.
 - R. L.**
- R. L.**

Desarrollo

Cálculo del rango y relación con las medidas de tendencia central

- R. L.**
 - R. L.**
 - R. M.** El rango muestra la longitud del intervalo más pequeño donde se encuentran todos los valores.
 - R. L.**
 - R. L.**
- R. L.**

► Página 201

- R. L.** Depende de los datos en el grupo.
- R. L.**
- R. L.**
- R. L.**
- R. L.**
- R. L.** El rango se obtiene al restar el valor máximo del mínimo. Sirve para indicar la dispersión entre el conjunto de datos, entre menor sea el rango habrá mayor homogeneidad en los datos.
- R. L.**

Cierre

- R. L.**
- R. M.** Rango de temperatura máxima, aproximadamente: $16 - (-10) = 26$ °C. Ya que hubo 16 °C el 20 de enero y -10 °C el 5 de enero.
Rango de temperatura mínima: $8 - (-13) = 21$ °C.
Ya que hubo 8 °C el 24 de enero y -13 °C el 6 de enero.
 - R. L.**

L3 Desviación media

► Página 202

Inicio

- R. L.**
 - R. L.**
 - R. L.**
 - R. L.**

- e) R. L.
- f) R. L.
- g) R. L.
- 2. R. L.

Desarrollo

Cálculo de la desviación media

1. a) El cero significa que el tiro quedó justo en la línea (0 cm entre la línea y la moneda).
- b) **R. M.** Ambos registraron distancias de 5 cm más veces, es decir, ambos tuvieron la misma moda en sus respectivos datos.
- c) R. L.
- d) R. L.

► **Página 203**

- e) R. L.
- f) R. L.
- 2.

Tabla 2.43				
	Media aritmética	Mediana	Moda	Rango
Eduardo	5	5	5	10
Martín	5	5	5	10

- a) R. L.
- b) Sí, la media aritmética, la mediana y la moda coinciden en ambos conjuntos.
- c) En ambos casos, coincide con 3 monedas.
- d) En los lanzamientos de Eduardo, los datos que más se alejan están a 5 cm de la media aritmética.
- e) En los lanzamientos de Martín, los lanzamientos lejanos también se encuentran a 5 cm de la media aritmética.
- 3. a)

Tabla 2.44													
Datos	0	1	2	3	4	5	5	5	6	7	8	9	10
Distancia a la media	5	4	3	2	1	0	0	0	1	2	3	4	5

► **Página 204**

b)

Tabla 2.45													
Datos	0	3	3	4	4	5	5	5	6	6	7	7	10
Distancia a la media aritmética	5	2	2	1	1	0	0	0	1	1	2	2	5

- c) R. L.
- d) R. L.
- e) Promedio de las distancias a la media aritmética:

Eduardo: $\frac{30}{13} = 2.3$.

Martín: $\frac{22}{13} = 1.69$.

- f) **R. M.** Es el promedio de las distancias de los datos a la media aritmética.
 - g) • **R. M.** Ambos coinciden.
 - **R. M.** Ambos coinciden.
 - **R. M.** Martín es mejor tirador.
4. a) **R. L.**
 b) **R. L.**

► **Página 205**

- c) **R. L.**
- d) **R. L.**
- e) **R. L.**
- f) **R. L.**
- g) **R. L.**
- h) **R. M.** Se calcula la media. Después, se promedian los valores absolutos de las diferencias entre los datos y la media.
- i) **R. L.**

► **Página 206**

Problemas de cálculo de la desviación media

5. a) **R. L.**
 b) **R. L.**
 c) **R. L.**
 d) • Número de estados en los que se ha visto el puerco espín: 6.
 • Número de observaciones por estado: Hidalgo, 2; Guerrero, 6; Oaxaca, 12; Chiapas, 15; Veracruz, 11 y Tabasco, 1. Un total de 47 observaciones en seis estados.
 • Medidas de tendencia central y dispersión, respecto a los estados donde se han visto puerco espines.
 Media aritmética: 7.83.
 Mediana (con las frecuencias ordenadas {1, 2, 6, 11, 12, 15}): $\frac{6 + 11}{2} = 8.5$.
 Rango (considerando las frecuencias): $15 - 1 = 14$.
 Moda: Chiapas.
 Desviación media: 4.83.
 • Medidas de tendencia central y dispersión, respecto a los 32 estados.
 Media aritmética: 1.46.
 Mediana: 0 (si se ordenan las frecuencias de todos los estados).
 Rango (considerando frecuencias): $15 - 0 = 15$.
 Moda: estado de Chiapas.
 Desviación media: 0.90.
- e) **R. M.** La media aritmética y la desviación media disminuyen considerablemente cuando se toma respecto a todos los estados.
 f) **R. L.**
- 6.

Tabla 2.46							
Calificación	5	6	7	8	9	10	Total
Alumnos	11	16	15	22	14	3	81
Porcentaje	13.58%	19.75%	18.51%	27.16%	17.28%	3.70%	100%

- a) Media aritmética: 7.25. Mediana: 7. Moda: 8.
- b) Rango: 5. Desviación media: 1.20.

- c) R. L.
7. a) R. L.

► **Página 207**

- b) R. L.
c) R. L.
8. a) **R. M.** Es posible que hubiera productos con 8.25 % o menos de sólidos lácteos. Por ejemplo, si la muestra fuera {4, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 14}, se tendría que la media es 9 y la desviación media es 1 %.
b) R. L.
c) **R. M.** Puede que algunos productos no cumplan con la norma.
d) R. L.

Cierre ►

1. R. L.
2. a) **R. M.** Sí. Por ejemplo, la muestra podría consistir en los siguientes valores: {5.0005 (98 veces), 5.2005, 4.9805}.
En este caso, se cumple que la media es 5.0005 y la desviación media es 0.0004.
b) R. L.

Piensa y sé crítico

En esta actividad los alumnos deberán explorar cierta propiedad de la desviación media. Discuta la propiedad con sus alumnos y observen que se trata de una consecuencia inmediata de la definición de desviación media.

Verifique los argumentos de los alumnos para explicar la situación planteada y, en caso de ser claros en sus exposiciones, utilice esta actividad como parte de su evaluación.

U2

Lo que aprendí

1. Explica con tus palabras los siguientes conceptos o procedimientos. Compara tus anotaciones con las de tus compañeros y, junto con tu profesor, verifiquen que sean correctas.

Concepto	Mi explicación	Ejemplo
Relación de proporcionalidad directa	Los cocientes de las cantidades que se corresponden son constantes y es la constante de proporcionalidad.	$\frac{14}{34} = \frac{28}{35} = \frac{21}{51} = \frac{7}{17}$, por lo que este último es la constante de proporcionalidad.
Relación de proporcionalidad inversa	El producto de las cantidades que se corresponden es constante, y este producto es la constante de proporcionalidad.	R. L.
Reparto proporcional directo	Consiste en el reparto de una cantidad en partes que guarden entre sí una relación proporcional directa.	R. L.
Reparto proporcional inverso	Consiste en el reparto de una cantidad en partes que guarden entre sí una relación proporcional inversa.	R. L.
Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas	En una ecuación lineal, al despejar una variable en función de la otra, se puede obtener la expresión $y = mx + b$, cuya gráfica es una línea recta.	R. L.
Resolución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, método de sustitución	Se despeja una variable de alguna de las ecuaciones y se sustituye en la otra, para obtener una expresión algebraica con una sola incógnita.	R. L.
Resolución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, método de igualación	Se despeja una variable de alguna de las ecuaciones y se igualan las expresiones obtenidas. Después, se procede como en el método de sustitución.	R. L.
Proporcionalidad inversa, expresión y gráfica	Su expresión algebraica es de la forma $y = C/x$, con C constante. Su gráfica es decreciente y no lineal.	R. L.
Área de un polígono regular	Se obtiene multiplicando el perímetro del polígono por su apotema y dividiendo el producto entre dos.	R. L.
Área del círculo	Se obtiene multiplicando el número π por el cuadrado del radio.	R. L.
Desviación media y su cálculo	Para obtenerla, se calcula la diferencia de cada valor del conjunto con la media aritmética y se promedian los resultados. Es una medida de dispersión.	R. L.

© Todos los derechos reservados, Ediciones Castillo, S. A. de C. V.

2. Romeo le regaló a su novia, el día de sus quince años, 20 rosas y le cobraron \$50.00. Pablo compró por el mismo precio 15 rosas para Nayhelli, hermana mayor de la quinceañera. ¿Cuánto pagó por cada rosa? Pablo pagó $\$50 \div 15 = \3.3 por cada rosa.

3. Resuelve el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método que consideres adecuado.

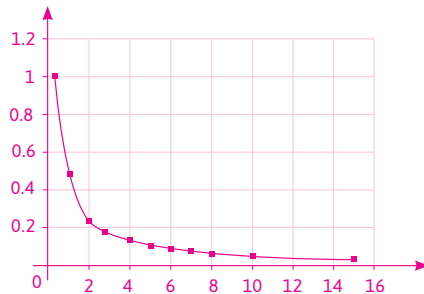
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

R. M. Empleando el método de sustitución:

$$2x - (x - 1) = 3 \rightarrow 2x - x + 1 = x + 1 = 3 \rightarrow x = 3 - 1 = 2$$

$$\text{Luego: } y = 2 - 1 = 1$$

4. Traza en el espacio la gráfica de la relación proporcional inversa $y = \frac{1}{2x}$.



5. Una señora reparte sus tierras entre sus nietos en partes directamente proporcionales a sus edades. Las edades de los nietos son 9, 15 y 21 años. Al menor le corresponden 16 hectáreas.

a) ¿Cuál es el número total de hectáreas que ha repartido entre sus nietos? 80 hectáreas

b) ¿Cuántas recibirán los otros dos nietos? Al nieto de 15 años le corresponden $26 \frac{2}{3}$ hectáreas; al de 21 años, $37 \frac{1}{3}$ de hectáreas.

6. Un hexágono regular está inscrito en una circunferencia, como se observa en la figura. Encuentra el área del círculo. $\pi(4 \text{ cm})^2 = 50.27 \text{ cm}^2$

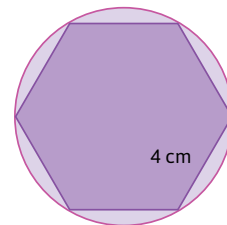
7. Un jugador de básquetbol anotó los siguientes puntos en sus últimos partidos: 15, 42, 27, 44, 27, 46, 35.

a) ¿Cuál es valor de las medidas de tendencia central? Moda, 27; media aritmética, 33.57; mediana, 35

b) ¿De cuánto es el rango? Rango: $35 - 14 = 21$

c) ¿Cuánto vale la desviación media de los puntos anotados? Desviación media: 9.347

8. Compara tus respuestas de toda la sección con las de tus compañeros. ¿Son correctas? ¿Tuvieron dificultades para responder o ejemplificar algún contenido? Compartan sus experiencias, argumenten sus respuestas y expliquen sus ejemplos. Repasen los contenidos que consideren necesario. R. L.



Convivo

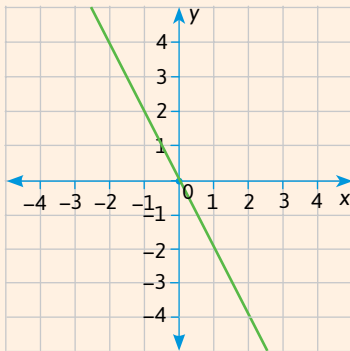
► Página 210

2.
 - a) R. L.
 - b) R. L.
 - c) R. L.
 - d) R. L.

Evaluación

► Página 211

- 1.
- b) \$306.00
- 2.
- c) 15 días
- 3.
- a) \$1500.00
- 4.
- c) \$34.00
- 5.
- b)



► Página 212

6.
 - a)

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$$
- 7.
- d) $x = 1, y = 1$
- 8.
- a) 6 cm
- 9.
- d) 279.9 m^2
- 10.
- d) 50.20 cm^2
- 11.
- d) 27,5,1



Unidad 3

U3

Me preparo

Equivalencia de expresiones de primer grado a partir de sucesiones

1. Se acomodan palillos de tal manera que se obtiene la sucesión de figuras.



a) ¿Cuál es la diferencia entre el número de palillos de dos figuras consecutivas? 4

b) Completa la tabla.

Número de figura (n) o posición del término	1	2	3	4	5
Número de palillos que forman la figura o término	5	9	13	17	21
Diferencia entre dos términos consecutivos	4	4	4	4	4

c) Escribe una regla general que describa la sucesión. $4n + 1$

2. A partir de la sucesión: 6, 11, 16, 21, ..., contesta lo que se pide.

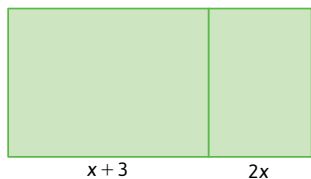
a) Subraya las reglas generales con las que se pueden obtener los términos de la sucesión. La letra n representa el lugar de cada término.

- $6 + 5(n-1)$
- $5n + n$
- $5n + 1$
- $5n - 4 + 5$

b) Calcula el término 23 de la sucesión anterior. 116

c) Simplifica las reglas. ¿A qué expresión llegaste en cada caso? $5n + 1$

Formulación y equivalencia de expresiones de primer grado para representar propiedades de figuras geométricas (perímetro y área)



3. Se tiene un terreno rectangular como se muestra en la figura.

a) Escribe una expresión algebraica para obtener el área del terreno. _____

$4(x + 3 + 2x) = 4(3x + 3) = 12x + 12$

b) Completa la tabla sustituyendo los valores de x en cada expresión.

Expresión algebraica	Valores de x								
	1	2	3	4	5	6	10	28	41
$12x + 12$	24	36	48	60	72	84	132	348	504
$4(3x + 3)$	24	36	48	60	72	84	132	348	504
$4(x + 3) + 4(2x)$	24	36	48	60	72	84	132	348	504

c) ¿Con cuáles expresiones algebraicas obtienes los mismos resultados? ¿Por qué piensas que pase esto? Con las tres expresiones se obtiene el mismo resultado, porque las expresiones algebraicas son equivalentes.

© Todos los derechos reservados, Ediciones Castillo, S.A. de C.V.

4. Se toma un bloque de madera cuya base es un triángulo equilátero, se corta por la altura y se acomodan las piezas como indica la figura. ◀ Volumen de prismas y cilindros rectos

a) ¿Cuál es la relación entre el área de las bases de los dos prismas?

Explica. Las bases de los prismas corresponden a la misma superficie de madera. Por lo tanto, tienen la misma área.

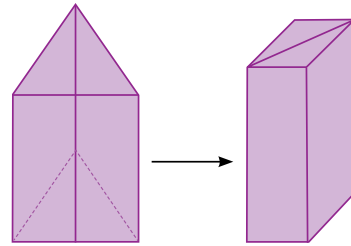
b) ¿Qué relación hay entre la altura de ambos prismas?

Los prismas tienen la misma altura.

c) ¿Cómo será el volumen de los dos prismas? Los prismas tienen el mismo volumen.

d) Si la altura del prisma es de 6 cm, el lado del triángulo vale 4 cm y su altura es de 3.46 cm, calcula el volumen del bloque de madera completo.

$(0.5 (3.46 \text{ cm}) (4 \text{ cm})) (6 \text{ cm}) = 41.52 \text{ cm}^3$



5. Una empresa fabricará barriles como los que se muestran en la figura con el fin de transportar residuos tóxicos a una planta química. Dibuja un diseño plano de un barril para su armado.



R. L.

6. En un juego de mesa se utilizó un dado como el de la figura para avanzar las casillas del tablero. Los lanzamientos en el juego fueron: 5, 8, 3, 1, 6, 8, 2, 4, 6, 7, 4, 7, 6, 2, 1, 1, 5, 8, 4, 3. ◀ Probabilidad teórica de un evento aleatorio

a) ¿Cuál fue el número que cayó más veces? ¿Cuántas veces salió? Escribe la probabilidad de obtenerlo de acuerdo con estos resultados. Los números que más se repiten son: 1, 4, 6 y 8. Los cuatro, con una frecuencia de 3. Por lo tanto, la probabilidad frecuencial de estos números es $3/20 = 0.15$.

b) ¿Cuántas caras del dado tienen escrito el número que salió más veces? ¿Cuántas caras tiene el dado? Escribe la probabilidad de obtener este número de acuerdo con las cantidades que has escrito. En el dado, cada número está escrito sólo una vez. Luego, como el dado tiene 8 caras, la probabilidad de que aparezca cada número es igual a $1/8 = 0.125$.



S19 Sucesiones y equivalencia de expresiones

L1 Reglas aritméticas y equivalencias

► **Página 218**

Inicio ►

1. a) $4(7\text{ m}) - 2\text{ m} = 28\text{ m} - 2\text{ m} = 26\text{ m}$.
 b) $4(11\text{ m}) - 2\text{ m} = 44\text{ m} - 2\text{ m} = 42\text{ m}$.
 c) $4(39\text{ m}) - 2\text{ m} = 156\text{ m} - 2\text{ m} = 154\text{ m}$.
 d) **R. M.** $4x - 2$, con x la longitud de los lados.
2. **R. L.** Las expresiones 1, 2 y 4 son equivalentes y determinan la longitud de la barda.
3. **R. L.**

Desarrollo ►

Reglas de sucesiones

1.

Posición del término	1	2	3	4	5	6	7	8
Término de la sucesión	12	3	-6	-15	-24	-33	-42	-50
Diferencias	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9

- a) 12
- b) **R. M.** Restando 9 unidades.
- c) **R. M.** Restando 2 veces 9 = 18 unidades. El término es $12 - 9 - 9 = -6$
- d) **R. M.** Que se obtiene el mismo valor de -9.
- e) **R. M.** $n - m = -9$. Donde n es el enésimo elemento y m el consecutivo.

► **Página 219**

- f) **R. M.** La regla general de la sucesión es $-9n + 21$. El término de la posición 60 es $-9(60) + 21 = -540 + 21 = -519$.
 - Se resuelve $-9n + 21 = -78$. Se obtiene $n = 11$.
 - Se resuelve $-9n + 21 = -138$. Se obtiene $n = 17.66\dots$ Como no es entero, el número -138 no es elemento de la sucesión.

g) **R. L.**

2.

Posición del término	1	2	3	4	5	6	7	8
Término de la sucesión	3.2	4.6	6	7.4	8.8	10.2	11.6	13
Diferencias	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4
Regla general	$1.4n + 1.8$							

Tabla 3.3								
Posición del término	1	2	3	4	5	6	7	8
Término de la sucesión	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{17}{6}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{23}{6}$
Diferencias	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Regla general	$\frac{1}{2}n - \frac{1}{6}$							

a) R. L.

Reglas equivalentes

3.

Tabla 3.4								
Regla de la sucesión	Algunos términos de la sucesión							
	1	2	3	5	12	25	50	100
$21 - 9n$	12	3	-6	-24	-87	-204	-429	-879
$-3(3n - 7)$	12	3	-6	-24	-87	-204	-429	-879
$12 - 9(n - 1)$	12	3	-6	-24	-87	-204	-429	-879

a) R. M. Que son iguales para las tres expresiones.

b) R. L. Las tres expresiones algebraicas son equivalentes.

► **Página 220**

c) R. L. Se busca que los alumnos mencionen que el -3 de la segunda regla y el -9 de la tercera se multiplican por los términos dentro de los paréntesis respectivos y que todos los términos son semejantes. Además, que obtengan mediante la siguiente operación el resultado: $12 - 9n + 9 = 21 - 9n$.

d) R. L.

e) R. L. Se busca que los alumnos concluyan respecto a la equivalencia de expresiones.

4. a) 4 cuadrados. El primero tiene 8, el segundo 12 y el tercero 16.

b) R. M. Los términos de la sucesión se pueden calcular con la siguiente regla: $8 + 4(n - 1) = 8 + 4n - 4 = 4 + 4n$.

Tabla 3.5								
Posición del diseño	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de cuadrados	8	12	16	20	24	28	32	36

c) R. M. Comparando los resultados de la expresión del inciso anterior con los valores de la tabla 3.5.

5.

Tabla 3.6					
Regla de la sucesión	Términos de la sucesión				
	1	2	3	4	5
$4(n + 1)$	8	12	16	20	24
$4n + 4$	8	12	16	20	24
$2n + 2(n - 1)$	2	6	10	14	18
$4(n - 1) + 8$	8	12	16	20	24

- a) **R. M.** Sí, con $4(n + 1)$, $4n + 4$ y $4(n - 1) + 8$.
- b) **R. M.** Que son las mismas reglas escritas de manera diferente.
- c) $4(n + 1) = 4n + 4$.
 $4n + 4$ ya está simplificada.
 $2n + 2(n - 1) = 2n + 2n - 2 = 4n - 2$.
 $4(n - 1) + 8 = 4n - 4 + 8 = 4n + 4$.
- d) **R. M.** Las primeras dos y la última son la misma regla: $4(n + 1) = 4n + 4 = 4(n - 1) + 8$.
 La regla $2n + 2(n - 1)$ es diferente a las anteriores.

► **Página 221**

- e) **R. L.** Se busca que los alumnos expliquen que dos o más reglas son equivalentes si para cualquier posición se obtienen los mismos términos o bien, que expliquen que mediante operaciones algebraicas, se puede transformar una expresión en la otra.

6. a)

Tabla 3.7								
Posición de la figura	1	2	3	4	5	7	9	15
Número de cuadros	5	9	13	17	21	29	37	61

- b) **R. M.** $4n + 1$.
 - c) **R. L.**
7. a) **R. M.** $2n + 1$. En la comprobación se pueden incluir argumentos similares a los usados en los casos anteriores.

► **Página 222**

- b) **R. L.**
- c) $2(19) + 1 = 39$.
- d) **R. M.** Primera regla: $20 + (19) = 39$.
 Segunda regla: $13 + 2(19 - 6) = 13 + 2(13) = 13 + 26 = 39$.
- e) **R. M.** Son iguales para $n = 19$.
- f) **R. M.** La fórmula que describe la sucesión es equivalente a $13 + 2(n - 6)$, lo cual se demuestra simplificando la expresión de la siguiente manera: $13 + 2n - 12 = 2n + 1$.
 Sin embargo, la regla $20 + n$ sólo coincide con las otras para el valor $n = 19$. Por ejemplo, el primer término de la sucesión ($n = 1$), según esta fórmula, debería ser $20 + 1 = 21$, lo cual difiere de $2(1) + 1 = 3$.

Problemas de expresiones equivalentes

8.

Tabla 3.8								
Regla de la sucesión	Términos de la sucesión							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$22 - 11n$	11	0	-11	-22	-33	-44	-55	-66
$11(2 - n)$	11	0	-11	-22	-33	-44	-55	-66
$11 - 11(n - 1)$	11	0	-11	-22	-33	-44	-55	-66

- a) **R. M.** Los términos son iguales. Las expresiones son equivalentes.

9. R. M.

Términos de la sucesión	Reglas de la sucesión	
1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, ...	$1 + 3(n-1)$	$3n-2$
14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, ...	$14 + 7(n-1)$	$7n + 7$
5, 1, -3, -7, -11, -15, -19, ...	$5 - 4(n-1)$	$9 - 4n$
$\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(n-1)$	$\frac{1}{2}n$

a) R. L.

10.a) R. M. $53 - 4(n-1)$.

b) R. L.

c) R. M. $53 - 4(n-1)$ y $57 - 4n$.

► **Página 223**

11.

$6n-4$	$24-12n$	$\frac{1}{2}n - \frac{3}{2}$	$5n-1$	$2(3n-2)$	$\frac{1}{2}(n-3)$	$13-7n$
$-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \dots$	$4, 9, 14, 19, \dots$	$12, 0, -12, -24, \dots$	$2, 8, 14, 20, \dots$	$6, -1, -8, -15, \dots$		

12.a) Equivalentes: $5(n-1) = 5n-5$.

b) Equivalentes: $2-2(n-1) = 2-2n+2 = 4-2n$.

c) No equivalentes: $28+4(n+2) = 28+4n+8 = 36+4n$

d) Equivalentes: $3(n-2)-3 = 3n-6-3 = 3n-9$.

e) No equivalentes: $\frac{3}{2}n + (-1\frac{1}{2} - \frac{n}{2}) = \frac{3}{2}n - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}n = n - \frac{3}{2}$.

f) R. L.

Cierre

1. R. L.

2. a) La segunda y la tercera.

b) R. L. Se trata de expresar la regularidad cada semana.

c) R. M. Se debe cumplir que $420n + 2500 = 13000$. Entonces $n = 25$. Pablo tardará 25 semanas en juntar \$13 000.00 para su tablet.

Piensa y sé crítico

El objetivo de esta sección es que los alumnos formulen una expresión algebraica para describir la situación. Después, mediante la manipulación algebraica y aritmética y un análisis crítico, los alumnos deben refutar la afirmación de que en el pasado había más personas.

$2n-1$ describe al número de personas que conforman determinada generación del árbol genealógico de un individuo. Por ejemplo:

- Para $n = 1$, se considera a un solo individuo: $(n = 1): 2 \cdot 1 - 1 = 2 - 1 = 1$.
- Para una generación anterior, $n = 2: 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 1 = 3$, que son los 2 padres.
- Para $n = 3$, se tiene: $2 \cdot 3 - 1 = 6 - 1 = 5$, que son los 4 abuelos.
- Para $n = 4$, se tiene $2 \cdot 4 - 1 = 8 - 1 = 7$, que son los 8 bisabuelos.

Los alumnos deben analizar los términos de la sucesión y darse cuenta de la paradoja: muchos ancestros dieron lugar a una sola persona. Sin embargo, respecto a la afirmación de que antes había más personas, los alumnos pueden analizar que para ser cierta, cada par de personas de una generación debería haber tenido únicamente un hijo; lo cual no es real, pues muchas parejas tuvieron dos o más hijos.

S20 Figuras geométricas y equivalencia de expresiones

L1 Equivalencia de expresiones algebraicas

► **Página 224**

Inicio

1. a) **R. M.** Se tiene un cuadrado de lado 4 dm y cuatro rectángulos de 4 dm por x dm. Entonces, el área total es $A = (4)^2 + 4(4)(x) = 16 + 16x$.
- b) **R. M.** Todos están en lo correcto, pues las expresiones son equivalentes. Se pueden comprobar con procedimientos similares a los de la secuencia anterior.
- c) **R. L.**
- d) **R. L.** Se pueden mencionar aspectos como que tienen el mismo valor al sustituir un número o la manipulación algebraica para que una se convierta en la otra.
- e) **R. L.** Se requieren las medidas y la fórmula del área del rectángulo.
- f) **R. L.**
2. **R. L.**

Desarrollo

Determinación de expresiones equivalentes

1. a) **R. M.** El material que utilizará es igual al área del polígono:
 $A = (\text{Perímetro})(\text{Apotema}) \div 2 = (7)(8)(8.32) \div 2 = 232.96 \text{ cm}^2$.
- b) **R. M.** Sí, porque se mantiene la forma del polígono y el procedimiento para calcular el área es el mismo.
- c) **R. M.** $A = (\text{número de lados})(\text{longitud de un lado})(\text{apotema}) \div 2$.
- d)

Expresión	$l = 4, a = 4.15$	$l = 7, a = 7.26$	$l = 9.1, a = 9.44$
$\frac{n \times l \times a}{2}$	$\frac{7 \times 4 \times 4.15}{2}$ = 58.1	$\frac{7 \times 7 \times 7.26}{2}$ = 117.87	$\frac{7 \times 9.1 \times 9.44}{2}$ = 300.66
$n \times \frac{a}{2} \times l$	$7 \times \frac{4.15}{2} \times 4$ = 58.1	$7 \times \frac{7.26}{2} \times 7$ = 117.87	$7 \times \frac{9.44}{2} \times 9.1$ = 300.66
$\frac{1}{2} \times a \times n \times l$	$\frac{1}{2} \times 4.15 \times 7 \times 4$ = 58.1	$\frac{1}{2} \times 7.26 \times 7 \times 7$ = 117.87	$\frac{1}{2} \times 9.44 \times 7 \times 9.1$ = 300.66

► **Página 225**

- e) **R. M.** Corresponde al perímetro de la figura. Por lo que las expresiones se reducen a $A = \frac{1}{2} Pa$ o $A = \frac{Pa}{2}$.
- f) **R. M.** Que son iguales para valores determinados de lado y apotema.
- g) **R. L.** Se busca que los alumnos concluyan que las expresiones son equivalentes.
2. a) **R. M.** Como el perímetro es $P = 2(\text{base}) + 2(\text{altura})$, entonces: $\text{base} = [\text{Perímetro} - 2(\text{altura})] \div 2$.
 Es decir, $\text{base} = [4x + 12 - 2(2x)] \div 2 = 12 \div 2 = 6$.
 - b) • Base: $x + 3$, Altura: $x + 3$.
 - Base: $x + 6$, Altura: x .
- c) **R. L.**
- d) **R. L.**

Cierre

1. R. L.
2. Las expresiones 1, 3 y 4 son equivalentes y representan el perímetro de la figura.
 - a) R. L. Se busca que el alumno relacione las características del rectángulo para determinar las expresiones que son equivalentes.

L2 Expresiones de perímetros y áreas

► **Página 226**

Inicio

1. a) R. M. $(20x + 40) \div 4$, o bien, $5x + 10$.
 b) R. M. $(20x + 40) \div 5$, o bien, $4x + 8$.
 c) R. M. Se puede llegar al resultado de que la base sea $5x + 20$ y la altura $5x$.
 d) R. M. Todas, pues el perímetro es de $20x + 40$.
 e) R. L. Se requiere el perímetro y el número de lados de cada figura.
 f) R. L.
2. R. L.

Desarrollo

Expresiones generales para perímetro y área

1. Cuadrado: $22.8 u$ / Triángulo equilátero: $11.6 u$ / Pentágono regular: $30.8u$ / Rectángulo: $23\frac{4}{5} u$ / Triángulo escaleno: $12 u$ / Octágono regular: $46 u$.

- a) R. M.
 - Cuadrado: $P = 4L$, donde L es la longitud de un lado.
 - Rectángulo: $P = 2(b + h)$, donde b es la base y h la altura.
 - Triángulo equilátero: $P = 3L$, donde L es la longitud de un lado.
 - Triángulo escaleno: $P = L1 + L2 + L3$, donde $L1, L2$ y $L3$ son las medidas de sus lados.
 - Pentágono regular: $P = 5L$, donde L es la longitud de un lado.
 - Octágono regular: $P = 8L$, donde L es la longitud de un lado.
- b) R. L.

► **Página 227**

2.

Tabla 3.12			
Cuadrado	Un lado	L	$A = L^2$
Rectángulo	Base y altura	b, h	$A = b \times h$
Triángulo rectángulo	Base y altura	b, h	$A = \frac{b \times h}{2}$
Trapezio	Base mayor, base menor, altura	B, b, h	$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$
Hexágono regular	Un lado y apotema	L, a	$A = \frac{6L \times a}{2}$
Decágono regular	Un lado y apotema	L, a	$A = \frac{10L \times a}{2}$

a)

Tabla 3.13. Áreas					
Cuadrado	$A = \left(3\frac{1}{4}\right)^2$ $= \frac{169}{16}$ $A = L \times L$	Trapezio	$A = \frac{(19 + 12) \times 7}{2}$ $= 108.5$ $A = \frac{Bh}{2} + \frac{bh}{2}$	Hexágono regular	$A = \frac{6 \times \frac{5}{2} \times 2.1}{2}$ $= 15.75$ $A = aL + aL + aL$
Rectángulo	$A = 8.3 \times 5.5$ $= 45.65$ $A = \frac{2(b \times h)}{2}$	Triángulo rectángulo	$A = \frac{1}{2} \times \frac{17}{4} \times 11.5$ $= 24.438$ $A = b \times \frac{h}{2}$	Decágono regular	$A = \frac{10 \times 2.3 \times 5}{2}$ $= 57.5$ $A = \left(\frac{10L}{2}\right) a$

b) R. L.

Equivalencia de expresiones algebraicas

3. a) R. L. $P = 6(x + 3)$.

b)

Tabla 3.14									
Expresión perímetro	Valores de x								
	1	2	6	7	10	3.7	11.5	$\frac{5}{2}$	$\frac{33}{4}$
$6(x + 3)$	24	30	54	60	78	40.2	87	33	$67\frac{1}{2}$
$3(x + 3) - 3(-x - 3)$	24	30	54	60	78	40.2	87	33	$67\frac{1}{2}$
$6x + 18$	24	30	54	60	78	40.2	87	33	$67\frac{1}{2}$

► **Página 228**

c) R. M. Son iguales en todas las expresiones.

d) R. L. Se trata de que el alumno identifique que las expresiones son equivalentes.

e) R. M. Todas se reducen a $6x + 18$.

- Que las expresiones son equivalentes y se reducen a $6x + 18$.

• R. L.

4. a) R. M. $P = 2(2x - 1 + x + 2) = 2(3x + 1) = 6x + 2$.

b) R. L.

c) R. L. Se busca que los alumnos hagan referencia a la evaluación de las expresiones o a la manipulación algebraica.

d)

Tabla 3.15									
Expresión	Valores de x								
	1	2	3	5	8	1.6	9.1	$\frac{9}{2}$	$\frac{7}{4}$
$2(2x - 1) + 2(x + 2)$	8	14	20	32	44	11.6	56.6	29	$12\frac{1}{2}$
$2(3x + 1)$	8	14	20	32	44	11.6	56.6	29	$12\frac{1}{2}$
$6x + 2$	8	14	20	32	44	11.6	56.6	29	$12\frac{1}{2}$
$4(3x - 1) - (6x - 6)$	8	14	20	32	44	11.6	56.6	29	$12\frac{1}{2}$

- Se obtiene el mismo resultado en todas las expresiones.
- Todas se reducen a $6x + 2$.

► **Página 229**

5. a) **R. M.** Área azul = $5(5x-2)$
 Área verde = $5(x+3)$
 Área total = $5(5x-2) + 5(x+3) = 5(6x+1) = 30x+5$
- b) **R. M.** Las dos primeras expresiones sumadas dan el área del rectángulo completo.
- c) **R. L.** Se busca que el alumno haga referencia a procedimientos como la evaluación para ciertos números o la manipulación algebraica.
- d) **R. L.** Se busca que los alumnos verifiquen que sus expresiones sean equivalentes entre sí y lo sean respecto a las que se han dado.
- e)

Tabla 3.16									
Expresión	Valores de x								
	1	4	5	7	12	2.5	7.5	$\frac{17}{2}$	$\frac{21}{4}$
$5(6x+1)$	35	125	155	215	365	80	221	260	$162\frac{1}{2}$
$30x+5$	35	125	155	215	365	80	221	260	$162\frac{1}{2}$
$(25x-10) + (5x+15)$	35	125	155	215	365	80	221	260	$162\frac{1}{2}$
$5(5x-2) + 5(x+3)$	35	125	155	215	365	80	221	260	$162\frac{1}{2}$

- f) **R. M.** Las cuatro reglas. Porque son equivalentes.
- g) **R. M.** Todas las expresiones se reducen a $30x+5$.
- h) **R. L.**

► **Página 230**

Problemas de expresiones algebraicas equivalentes

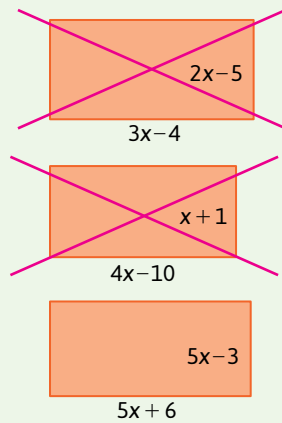
6.

Tabla 3.17			
Figura	Expresiones	Figura	Expresiones
Triángulo equilátero	$P = 3(4x-7) = 12x-21$	Rectángulo	$P = 2(5x+2) + 2(x+4) = 12x+12$
Heptágono regular	$P = 7(2x+1) = 14x+7$	Trapezio	$P = (3x+2) + (7x-2) + 2(2x-1) = 14x-2$

- a) **R. L.**
- b) **R. L.** Se busca que los alumnos mencionen como algunas características en común la suma de los lados y la multiplicación de una constante por un binomio.
- c)

Tabla 3.18			
Figura	Expresiones	Figura	Expresiones
Romboide	$A = 4(3x-7) = 12x-28$	Rectángulo	$A = 4(6x-1) + 4(2x+1) = 32x$
Nonágono regular	$A = \frac{9(4x-1)(6)}{2} = 108x-27$	Trapezio	$A = \frac{(7x+2) + (3x-8)(5)}{2} = 25x-15$

7. a)



b) **R. M.** Ambas expresiones son equivalentes a $10x-18$.

► **Página 231**

c) **R. M.** Los lados no son necesariamente iguales en los rectángulos con expresiones equivalentes.

d) Primer rectángulo: $[(5x-3) + (x+4)]5$, $(5x-3)5 + (x+4)5$, $(6x+1)5$

Segundo rectángulo: $[(6x+3) + (4x-1)]3$, $(6x+3)3 + (4x-1)3$, $(10x+2)3$

Tercer triángulo: $[(4x-1) + (x+1)]6$, $(4x-1)6 + (x+1)6$, $(5x)6$

e) **R. M.** Desarrollando cada expresión, agrupando y reduciendo términos semejantes.

f) **R. L.**

8. a) Es correcta.

b) Es correcta.

c) Es incorrecta, debe cambiarse así:

$$2x + 3(7-3x) + 6 = -7x + 27.$$

d) Es incorrecta, debe cambiarse así:

$$2(5x-4) + 2(2x+5) = 14x + 2.$$

e) Es correcta.

f) **R. L.**

Cierre

1. **R. L.**

2. a) $P_{\text{mayor}} = 3x$

b) $L = \frac{x}{2}$

c) $P_{\text{menor}} = \frac{3x}{2}$

d) **R. L.**

Piensa y sé crítico

Los alumnos deberán encontrar una expresión algebraica que represente el área de un rectángulo en función de una variable x . Pida que encuentren dicha área de dos maneras distintas. Como se muestra a continuación:

1) El terreno está formado por dos rectángulos, ambos de altura x . Las áreas de estos rectángulos son $A_1 = x(3x) = 3x^2$ y $A_2 = x(5x-9) = 5x^2-9x$.

El área total del terreno es $A = A_1 + A_2 = 8x^2-9x$.

2) La base del terreno está dividida en dos partes: una mide $3x$ y la otra $5x-9$. En total, la base del terreno es $3x + 5x-9 = 8x-9$. Como la altura del rectángulo es x , entonces el área total es $A = x(8x-9) = 8x^2-9x$.

Analice los procedimientos y argumentos que empleen sus alumnos para resolver esta actividad y considérelas como elementos integrales para su evaluación.

S21 Volumen de prismas rectos

L1 Volumen de prismas rectos con base en forma de polígono regular

► Página 232

Inicio

- R. M.** Como deben tener el mismo volumen, se obtiene calculando el de la caja cúbica de la siguiente manera: $(11 \text{ cm})^3 = 1331 \text{ cm}^3$.
 - R. L.** El alumno debe recordar que se eleva el valor de la arista al cubo.
 - R. M.** La figura de la base es un triángulo equilátero con 15 cm por lado y 12.99 cm de altura, con lo cual se obtiene un área de la base de 97.425 cm^2 . Luego se divide el volumen entre el área de la base de la siguiente manera: $1331 \div 97.425 = 13.66 \text{ cm}$.
 - R. L.** La información relevante son las medidas de las cajas, los procedimientos de cálculo de volumen y los despejes para conocer una dimensión dado el volumen.
 - R. L.**
- R. L.**

► Página 233

Desarrollo

Base triangular y cuadrangular

- Los seis cuerpos son prismas rectos: caso especial el b , que es un cubo.
Principales características: tienen dos bases congruentes y paralelas, son polígonos, sus caras laterales son rectángulos y el ángulo entre una cara lateral y una base es de 90° .
 - b cuadrado, c hexágono, d hexágono, f triángulo equilátero.
 - R. M.** b , e , f . Al multiplicar el área de la base por la altura del prisma.
 - R. L.** Se busca que el alumno deduzca que la base se puede dividir en figuras conocidas, luego que calcule los volúmenes de cada una de esas figuras y los sume para obtener el volumen total.

2. Prisma con base triangular: $V = \frac{(3 \times 2.3)}{2} \times 7.5 = 25.875 \text{ u}^3$.

Prisma con base cuadrada: $V = \left(4 \frac{1}{2}\right)^2 \left(8 \frac{1}{3}\right) = 168 \frac{3}{4} \text{ u}^3$.

Prisma con base rectangular: $V = (13)(6.4)(5.2) = 432.64 \text{ u}^3$.

- R. L.** Se busca que el alumno responda que sí, ya sea que el área sea dada o se pueda calcular.
- R. L.** El procedimiento para cada cuerpo sería análogo; sólo varía la forma de calcular el área de la base del prisma.
- R. M.** Al ser de la misma altura, su volumen depende del área de la base. El que tenga una base con mayor superficie, tendrá mayor volumen.
- R. L.** Mediante esta pregunta el alumno identificará que el procedimiento es análogo sin importar la figura de la base del prisma.
- R. L.**

► Página 234

Base en forma de polígono regular

- R. M.** Se obtiene al multiplicar el área de la base del prisma por su altura.
 - R. M.** Al unir 6 triángulos equiláteros por un mismo vértice, se forma un hexágono cuya apotema es la altura del triángulo.
 - R. M.** Si los 6 triángulos forman el hexágono, su área es igual a la suma de las áreas de los 6 triángulos.
 - R. M.** Cada prisma de base triangular es $\frac{1}{6}$ del prisma de base hexagonal.

- e) **R. M.** Cada prisma de base triangular tiene volumen igual al área de la base (base por altura del triángulo, entre 2) por la altura del prisma. El prisma hexagonal tiene un volumen igual a 6 veces el volumen del prisma triangular.
- f) **R. M.** Sí, se puede descomponer en prismas triangulares dividiendo la base octagonal en 8 triángulos, cada uno con la base de cada lado del octágono y la altura la apotema. El volumen del prisma de base octagonal sería 8 veces el área de uno de los triángulos por la altura del prisma.
- 4. a) **R. M.** Sí, pues cualquier polígono regular se puede descomponer en triángulos cuya base sea un lado del polígono y cuya altura sea la apotema.

Si el polígono de la base tiene n lados de longitud (l) y apotema (a), y el prisma tiene altura (h), su volumen sería $V = n \frac{l \times a}{2} h = \frac{n \times l \times a}{2} h = \frac{P \times a \times h}{2}$, con P el perímetro.

- b) **R. M.** Si P es el perímetro de la base, a su apotema y h la altura del prisma, su volumen es: $V = \frac{P \times a \times h}{2}$.

c)

Tabla 3.19					
Polígono regular de la base del prisma	Medidas del lado (cm)	Medidas de la apotema (cm)	Área de la base (cm ²)	Altura del prisma (cm)	Volumen (cm ³)
Pentágono	4	2.75	27.5	7	192.5
Hexágono	4	3.46	41.52	8	332.16
Heptágono	4	4.61	64.54	9	580.86
Octágono	4	4.83	77.28	10	772.8
Nonágono	4	5.84	105.12	11	1156.32
Decágono	4	6.47	129.4	12	1552.8

► **Página 235**

- d) **R. L.**
- 5. a) **R. M.** Conociendo el volumen del prisma y el área de su base. Para conocer la altura h despejamos esa literal de la fórmula $V = A_{\text{base}} h$, de donde se obtiene $h = \frac{V}{A_{\text{base}}}$.
- b) **R. M.** Despejando de la fórmula anterior el área de la base: $A_{\text{base}} = \frac{V}{h}$.
- c) **R. L.**
- d) **R. L.** En este caso se busca que el alumno conozca y aplique los despejes de la fórmula del volumen de un prisma recto.
- 6. a) $h = \frac{V}{A_{\text{base}}} = \frac{170}{34} = 5 \text{ cm.}$
- b) **R. L.** La idea es que el alumno verifique que se requiere otro dato, ya sea el valor del lado o la longitud de la apotema.
- c) **R. L.**

Cierre

1. R. L.

2. a) Es incorrecto. El volumen es: $V = A_{\text{base}}h = \left(\frac{6 \times 5 \text{ cm} \times 4.3 \text{ cm}}{2}\right)(5 \text{ cm}) = 322.5 \text{ cm}^3$.

b) El volumen de una caja con el doble de dimensiones, sería:

$$V = A_{\text{base}}h = \left(\frac{6 \times 10 \text{ cm} \times 8.6 \text{ cm}}{2}\right)(10 \text{ cm}) = 2580 \text{ cm}^3.$$

c) $\frac{2580 \text{ cm}^3}{322.5 \text{ cm}^3} = 8$. La caja con el doble de dimensiones es 8 veces mayor que la primera.

L2 Problemas de volumen de prismas rectos

► Página 236

Inicio

1. a) R. M. 10 cubos y un prisma recto con base de un decágono regular.

b) R. M. Cada cubo tiene un volumen de 8 mm^3 , los 10 cubos del engrane son de 80 mm^3 . El prisma decagonal tiene un volumen de 60 mm^3 . El volumen de una pieza es de 140 mm^3 .c) R. M. 1850 engranes equivalen a 259000 mm^3 . $1 \text{ dm}^3 = 1000000 \text{ mm}^3$, por lo que el volumen es 0.259 dm^3 .

d) R. L. Datos necesarios: figuras que componen el engrane y sus medidas.

e) R. L.

2. R. L.

Desarrollo

Problemas de volumen de prismas rectos

1. a) R. M. Ambas tienen forma de prisma octagonal.

b) $17.70 \text{ m} - 10.55 \text{ m} = 7.15 \text{ m}$.c) R. M. $V = A_{\text{base}}h = \left(\frac{32 \times 4.82}{2}\right)(10.55) = 813.616 \text{ m}^3$.d) R. M. Volumen de la linterna: $V = A_{\text{base}}h = \left(\frac{16 \times 2.41}{2}\right)(7.15) = 137.852 \text{ m}^3$.Volumen total: $813.616 \text{ m}^3 + 137.852 \text{ m}^3 = 951.468 \text{ m}^3$.

► Página 237

2. a) R. M. $1.1 \text{ L} = 1.1 \text{ dm}^3 = 1100 \text{ cm}^3$. Luego, el área del hexágono es 55.2 cm^2 . Así, la altura es $1100 \div 55.2 = 19.93 \text{ cm}$.b) R. M. El área de la base es 84 cm^2 , el volumen es de 1764 cm^3 , esta cantidad es equivalente a 1.764 L .c) R. M. Debe tener la misma área de 84 cm^2 . Como la capacidad equivale a un volumen de 2500 cm^3 , la altura debe ser de 29.76 cm .3. a) $V = 70.2 \text{ cm}^3$.• R. M. El volumen de cada cuenta cúbica es $(1.5)^3 = 3.375 \text{ cm}^3$. 18 cuentas equivalen a un volumen de 60.75 cm^3 . Por lo que sí cabe el collar en el joyero.b) • R. M. 6.8 cm . Se obtiene al dividir el volumen entre el área de la base.• R. M. Como $A = \frac{nla}{2}$, $a = \frac{2A}{nl} = \frac{2(25)}{(10)(2)} = 2.5 \text{ cm}$.

c) R. L.

Cierre

1. R. L.
2. a) Prismas rectos con base cuadrada, hexagonal y octagonal, respectivamente.
- b) **R. M.** El volumen del prisma cuadrangular es $V = (5 \text{ m})^2 (12 \text{ m}) = 300 \text{ m}^3$.
El del prisma hexagonal es $V = \frac{(9 \text{ m})(6 \times 1.5 \text{ m} \times 1.8 \text{ m})}{2} = 72.9 \text{ m}^3$.
El del prisma octagonal es $V = \frac{(6 \text{ m})(8 \times 0.8 \text{ m} \times 1.8 \text{ m})}{2} = 34.56 \text{ m}^3$.
El volumen total es $300 + 72.9 + 34.56 = 407.46 \text{ m}^3$.
- c) R. L.

Piensa y sé crítico

En esta actividad se intenta fomentar la capacidad crítica de los alumnos mediante una situación real donde apliquen los conceptos que estudiaron en esta secuencia.

Los alumnos deben deducir que pueden descomponer la caja de herramientas en diversos prismas rectos, cuyos volúmenes saben calcular. Evalúe los procedimientos y argumentos empleados por sus alumnos para considerar si asimilaron bien los temas abordados en la secuencia.

S22 Volumen de cilindros rectos

L1 Volumen de cilindros rectos

► **Página 238**

Inicio

1. a) **R. M.** Considerando la equivalencia mencionada, el volumen de la caja es $(5 \text{ cm})^3 = 125 \text{ cm}^3$ y su capacidad de 125 ml.
- b) **R. M.** La capacidad de la lata es de $3(125) = 375 \text{ ml}$ y su volumen de 375 cm^3 .
- c) **R. M.** Que el volumen de la segunda lata es aproximadamente el doble de la primera, es decir, 750 cm^3 .
- d) **R. L.** Se requiere conocer las medidas de la caja, el volumen de las latas y la equivalencia entre el volumen y la capacidad.
- e) R. L.
2. R. L.

Desarrollo

Características de los cilindros rectos

1. **R. M.** Los que deben estar encerrados son b , e , f y g .

► **Página 239**

- a) **R. L.** El radio de los cilindros es el radio del círculo de la base, su altura es la distancia entre los dos círculos.
- b) R. L.

Fórmula del volumen de un cilindro recto

2. a) **R. M.** f , c , i , e , d , h , b , g , a .
- b) **R. L.** Se busca que el alumno seleccione los cilindros con una capacidad ligeramente mayor al e , tales como d , h o i .
- c) **R. M.** El cilindro a , se estima que su volumen es 4 veces el de e , es decir, de 3000 cm^3 .
- d) **R. M.** Es el cilindro f , se estima que su volumen es la décima parte de e , es decir, de 75 cm^3 .

► **Página 240**

- e) **R. L.** Se busca que el alumno mencione que al llenarlas con agua o arena podrían comparar cuántas veces cabe el contenido de unas latas en otras.
- 3. a) En el cilindro *a* hay un prisma cuadrangular, en el *b* uno hexagonal y en el *c* uno octagonal.
- b) **R. M.** El volumen de un prisma es $V = A_b h$, es decir, el área de la base multiplicada por la altura.
- c) **R. M.** El número de lados de la figura de la base aumenta.
- d) **R. M.** El volumen del prisma será cada vez más cercano al volumen del cilindro.
- e) **R. L.** Se busca que el alumno reflexione que el volumen del cilindro se obtiene multiplicando el área de la base, que es un círculo, por la altura del cilindro.
- f) **R. L.** $V = A_b h$.

4.

Tabla 3.20						
Figura de la base	Lado	Apotema	Radio del círculo circunscrito	Área de la base	Altura	Volumen
Cuadrado	4.246	1.06	3	18	5	90
Hexágono	2.6	3	3	23.4	5	117
Octágono	2.28	2.75	3	25.08	5	125.4
Círculo	-----	-----	3	28.27	5	141.37

- a) **R. M.** Multiplicando $\pi = 3.1416$ por el radio al cuadrado.
- b) **R. L.** Es similar en el sentido de que se requiere conocer el área de la figura de la base y su altura.
- c) **R. M.** Volumen de un cilindro recto: $V = \pi r^2 h$.
- d) **R. L.**

► **Página 241**

5.

Tabla 3.21					
Recipiente	Radio	Diámetro	Altura	Área de la base	Volumen
Vaso	2 cm	4 cm	12 cm	12.56 cm ²	150.8 cm ³
Tinaco	1 m	2 m	2 m	3.14 m ²	6.28 m ³
Tambo	5 dm	10 dm	13 dm	78.5 dm ²	1020.5 dm ³
Botella de jugo	4 cm	8 cm	20 cm	50.27 cm ²	1005.31 cm ³
Cubeta	12.79 cm	25.6 cm	35 cm	514.29 cm ²	18000 cm ³

- a) **R. M.** Si denotamos con *V* el volumen, con *r* el radio y con *h* la altura del cilindro, ésta se calcula así: $h = \frac{V}{\pi r^2}$.
- b) **R. M.** El radio de la base se obtiene por medio de esta expresión: $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$.
- c) **R. L.**

Cierre ►

- 1. **R. L.**
- 2. a) **R. M.** Sandra tiene la razón. El volumen del florero es $V = \pi (5 \text{ cm})^2 (20 \text{ cm}) = 1570.8 \text{ cm}^3$.
- b) **R. M.** El error que cometió Marcos fue sustituir en la fórmula el diámetro por el radio.
- c) **R. M.** Si cada litro de agua tiene 1000 cm³, entonces al florero le caben 1.5708 L de agua.

L2 Problemas de volumen de cilindros rectos

► **Página 242**

Inicio

1. a) **R. M.** El volumen es de $503\,280\text{ cm}^3$, que equivalen a 503.28 L .
- b) **R. M.** La carga máxima del gas debe ser de 402.62 L .
- c) **R. M.** Al tanque le faltan $402.62 - 135 = 267.62\text{ L}$.
- d) **R. L.** La longitud corresponde a la altura del cilindro: 229.89 cm .
- e) **R. L.** Se requiere conocer las medidas de los tanques.
- f) **R. L.**
2. **R. L.**

Desarrollo

Problemas de volumen de cilindros rectos

1. a) $V = \pi(15)^2(20) = 14\,137\text{ cm}^3$.
- b) $V = \pi(16)^3 = 12\,869\text{ cm}^3$. • $V = \pi(8)^2(16) = 3\,217\text{ cm}^3$. • La primera, tiene 4 veces más volumen que la segunda.
- c) • 128 m^3 . • 64 m^3 . • La columna es un cilindro de 30 m de altura, por lo que $V = 170.5\text{ m}^3$. • $128 + 64 + 170.5 = 362.5\text{ m}^3$.
- d) • El radio es el mismo de una pelota: 3.4 cm . La altura es la del diámetro de 3 pelotas: 20.4 cm . • Volumen del empaque: $\pi(3.4)^2(20.4) = 740.86\text{ cm}^3$. • Al radio se le añade la mitad de la holgura: $3.4 + 0.15 = 3.55\text{ cm}$. A la altura se le suma la holgura: $20.4 + 0.3 = 20.7\text{ cm}$. • Volumen del empaque con holgura: $V = \pi(3.55)^2(20.7) = 819.55\text{ cm}^3$.

► **Página 243**

2. a)

Tabla 3.22				
Diámetro (m)	Radio (m)	Altura (m)	Volumen (m ³)	Peso del grano (kg)
9	4.5	12.5	795.2	540736
10	5	2.63	206.4	140352
7.2	3.6	10	412.8	280704
10	5	7.5	589	400520
15	7.5	7.37	1302.4	885620
10	5	17.5	1374.5	934626

- b) **R. M.** La altura del cilindro se obtiene del siguiente modo: $h = \frac{V}{\pi r^2}$.
- c) **R. L.**

Cierre

1. **R. L.**
2. a) **R. M.** $V_{\text{total}} = \pi(69)^2(19) = 284\,185\text{ m}^3$.
- b) **R. M.** $V_{\text{hueco}} = \pi(24)^2(19) = 34\,382\text{ m}^3$.
- c) **R. M.** $V = V_{\text{total}} - V_{\text{hueco}} = 249\,803\text{ m}^3$.
- d) **R. L.**

Piensa y sé crítico

En esta actividad los alumnos deberán comparar los valores de la fórmula para calcular el volumen de un cilindro recto cuando se modifican algunas de sus variables.

Considerando r el radio y h la altura, se obtiene el volumen original con estas magnitudes: $V_0 = \pi r^2 h$. Respecto a la primera pregunta, se debe calcular el volumen V_1 considerando el mismo radio que en el caso anterior y una altura igual a $2h$. Sustituyendo se tiene: $V_1 = \pi r^2(2h) = 2(\pi r^2 h) = 2V_0$. Por lo tanto, el volumen aumenta al doble cuando la altura se duplica. Para la segunda pregunta, el radio se duplica, es decir, se considera $2r$, y la respuesta se obtiene de la siguiente manera: $V_2 = \pi(2r)^2 h = \pi(4r^2)h = 4(\pi r^2 h) = 4V_0$. En este caso se cuadruplica.

Si ambas variables se duplican, entonces el volumen V_3 del cilindro sería el siguiente: $V_3 = \pi(2r)^2(2h) = \pi(4r^2)(2h) = 8(\pi r^2 h) = 8V_0$. Aumenta 8 veces.

S23 Desarrollos planos de prismas y cilindros rectos**L1 Desarrollos planos****► Página 244****Inicio**

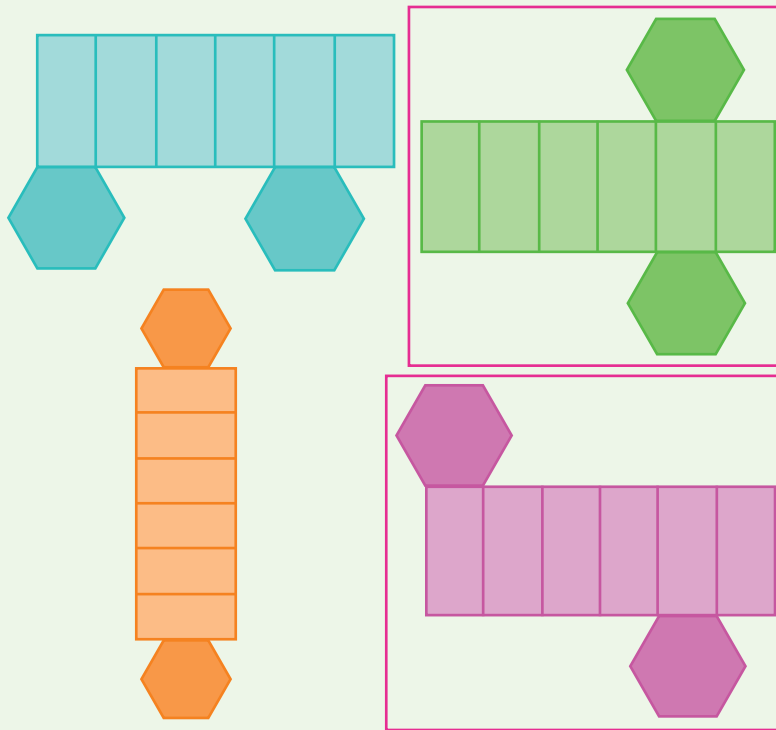
- R. M.** El volumen del prisma es de 202.5 cm^3 y el del cilindro es de 196.35 cm^3 , por lo que se pueden considerar similares.
 - R. M.** Cuatro veces el área de cada cara: $4 \times 4.5 \times 10 = 180 \text{ cm}^2$.
 - R. M.** Cortando por una línea recta, perpendicular a la base, se obtiene un rectángulo con un lado de longitud igual a la de la circunferencia y el otro igual a la altura del cilindro.
 - R. L.** Son relevantes las medidas de los cuerpos y las fórmulas para el volumen.
 - R. L.**
- R. L.**

Desarrollo**Desarrollo plano de prismas rectos**

- R. M.** Iguales entre sí. Todos con base igual a 3 cm y altura de 10 cm .
 - 6 rectángulos.
 - R. M.** Regulares e iguales entre sí.
 - Dos hexágonos y seis rectángulos.
 - R. M.** Los hexágonos de manera paralela y los rectángulos de manera vertical entre los hexágonos.
 - R. L.**

► **Página 245**

- g) **R. L.** Sí, es posible de acuerdo con la disposición de las bases y las caras laterales.
 2. a)

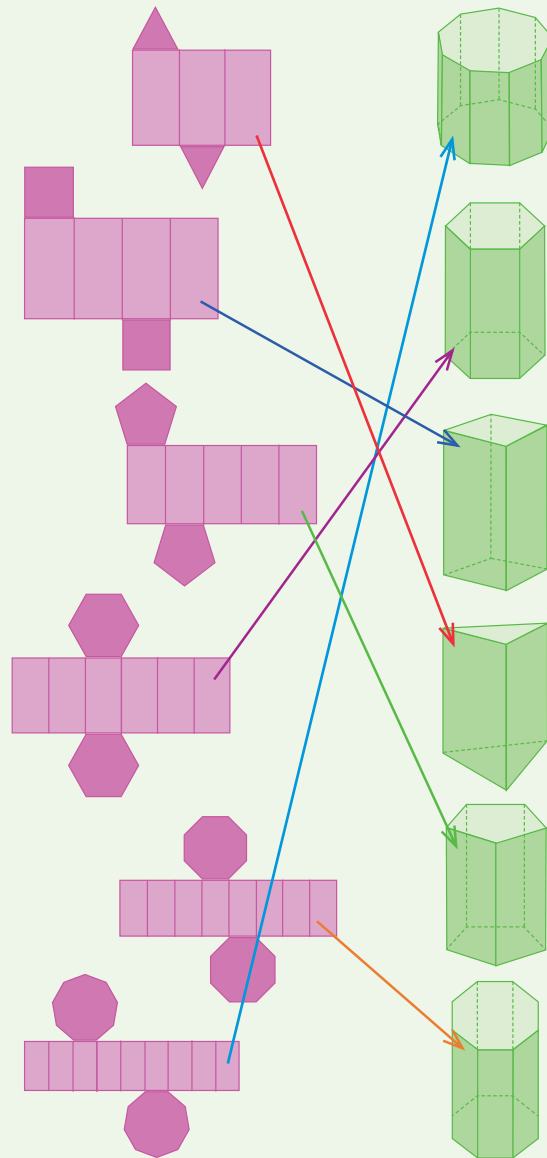


Tienen base superior e inferior y los rectángulos laterales están entre los dos hexágonos.

- b) **R. M.** Al recortar y doblar las figuras para construir los prismas.
 c) **R. L.**
 d) **R. L.** Se busca que el alumno explique que el desarrollo plano es un esquema por el cual se construye un prisma, debe tener dos figuras que sirvan como bases y rectángulos que sean las caras laterales.

► **Página 246**

3.



- a) **R. M.** La longitud del lado. La altura del prisma.
- b) **R. L.**

► **Página 247**

Desarrollo plano de cilindros rectos

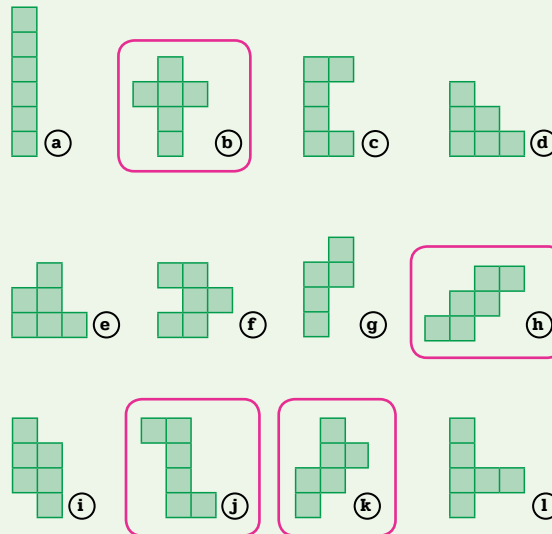
- 4. a) **R. M.** Dos círculos iguales.
- b) **R. M.** A un rectángulo con base igual al perímetro del círculo y altura igual a la del cilindro.
- c) **R. L.**
- d) **R. L.** Se busca que el alumno mencione las bases y los rectángulos de las caras laterales.
- 5. **R. M.** Desarrollo plano 1: el rectángulo no alcanzaría a rodear por completo las circunferencias. Por lo tanto, no sería posible formar un cilindro con este desarrollo plano.
 Desarrollo plano 2: los círculos son muy pequeños respecto al rectángulo. Este desarrollo plano no es el adecuado para construir un cilindro.
 Desarrollo plano 3: las proporciones entre rectángulo y círculos de este desarrollo plano parecen ser adecuadas para construir un cilindro.

Desarrollo plano 4: aunque las proporciones de este desarrollo plano son iguales a las del anterior, no es posible construir un cilindro debido a que los dos círculos están del mismo lado.

- a) **R. M.** La altura del rectángulo del desarrollo plano debe ser igual al perímetro del círculo que conformará la base del cilindro.
- b) **R. M.** Para calcular el área del desarrollo plano del cilindro, hay que multiplicar por dos el área del círculo y sumarle el área del rectángulo, que equivale a multiplicar el perímetro del círculo por la altura del cilindro. El área total puede expresarse como: $A = 2(\pi r^2) + (2\pi r h) = 2\pi r(r + h)$, donde h es la altura del cilindro y r el radio del círculo.
- c) **R. L.**

► **Página 248**

6.



- 7. a) $(4 \text{ cm})(10 \text{ cm}) = 40 \text{ cm}^2$.
- b) $\frac{(8)(4 \text{ cm})(4.8)}{2} = 76.8 \text{ cm}^2$.
- c) $8(40 \text{ cm}^2) + 2(76.8 \text{ cm}^2) = 473.6 \text{ cm}^2$.
- d) $(76.8 \text{ cm}^2)(10 \text{ cm}) = 768 \text{ cm}^3$.
- e) **R. M.** Sí se puede. El área de la base y la tapa juntos es: $2\left(\frac{P \times a}{2}\right) = 8La$, con P el perímetro, a la apotema y L el valor del lado del polígono. Por otro lado, el área de sus caras laterales es: $8Lh$, con h la altura. Por lo tanto, el área total es $8Lh + 8La = Ph + 2\left(\frac{P \times a}{2}\right)$, que resulta ser el procedimiento propuesto: perímetro del polígono por altura, más dos veces su área.

► **Página 249**

- 8. a) $V = (5 \text{ cm})(5 \text{ cm})(10 \text{ cm}) = 250 \text{ cm}^3$.
- b) **R. L.** Una opción rápida es que el alumno reduzca o aumente la altura.
- 9. **R. M.** Si se considera $\pi = 3.14$, el primer desarrollo plano tiene de volumen: $\pi(4 \text{ cm})^2(10 \text{ cm}) = 502.4 \text{ cm}^3$ y el segundo $(100.48 \text{ cm}^2)(5 \text{ cm}) = 502.4 \text{ cm}^3$. Entonces los dos desarrollos planos tienen el mismo volumen.
- 10. **R. L.**

Cierre

1. R. L.

2. a) **R. M.** El volumen del prisma hexagonal es: $\frac{(6)(5 \text{ cm})(4.3 \text{ cm})}{2} (9 \text{ cm}) = 580.5 \text{ cm}^3$. El volumen del cilindro es: $V = \pi r^2 h = \pi (2.5 \text{ cm})^2 (10 \text{ cm}) = 196.35 \text{ cm}^3$. Por lo tanto, el prisma hexagonal tiene una capacidad mayor y Mario está equivocado.

b) R. L.

c) **R. M.** El área del prisma hexagonal consiste en dos hexágonos y seis rectángulos: $6Lh + 2\left(\frac{P \times a}{2}\right) = 6Lh + 6La = 6L(h + a) = 6(5 \text{ cm})(4.3 \text{ cm} + 9 \text{ cm}) = 399 \text{ cm}^2$. La del cilindro se forma con dos círculos y un rectángulo: $A = (2\pi r)h + 2(\pi r^2) = 2\pi r(h + r) = 2\pi(2.5 \text{ cm})(10 \text{ cm} + 2.5 \text{ cm}) = 196.35 \text{ cm}^2$.

Por lo tanto, el prisma hexagonal tiene un área mayor.

Piensa y sé crítico

En esta actividad los alumnos deberán responder las preguntas planteadas construyendo el cubo pertinente con apoyo del desarrollo plano adecuado. Evalúe la creatividad que empleen para resolver el problema.

Soluciones:

En la cara opuesta a la cruz hay un cuadrado.

En la cara opuesta a la estrella hay un hexágono.

En la cara opuesta al triángulo hay un círculo.

► **Página 250 y 251****Analiza y resuelve**

Esta sección tiene como objetivo que los alumnos vinculen el contenido de la infografía con los temas de la secuencia.

- Sugiera a los alumnos que en la primera actividad prueben llenando con líquidos envases de distintas formas, que cumplan los requisitos para aplicar el Principio de Cavalieri.
- En la segunda actividad los alumnos tendrán que deducir que es suficiente con calcular el volumen de un prisma o cilindro recto que comparta las áreas transversales de sus análogos oblicuos.

S24 Probabilidad teórica**L1 Definición de probabilidad teórica**► **Página 252**

Inicio

1. a) R. L.

b) **R. M.** Con la división de la cantidad de veces que salió cada número entre el número total de lanzamientos. La probabilidad de obtener 1 es $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$, la del 2 es $\frac{4}{15}$, la del 3 es $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ y la del 4 es $\frac{1}{5}$.

c) **R. M.** No, el 1 tiene mayor probabilidad frecuencial de salir.

d) **R. L.** Son 4 números distintos, cada uno tendrá probabilidad de $\frac{1}{4}$.

e) **R. M.** Sí, todos tienen la misma probabilidad (en un dado no cargado).

- f) R. L.
2. R. L.

Desarrollo

Definición de probabilidad teórica

1. a) **R. M.** Dos resultados posibles: águila (A) y sol (S).
- b) **R. M.** Dos resultados posibles: águila (A) y sol (S).
- c) **R. M.** Hay 4 resultados posibles: AA (Paula obtiene águila y Alonso águila), AS (Paula águila, Alonso sol), SA (Paula sol, Alonso águila), SS (Paula sol, Alonso sol).
- d) **R.M.** AS y SS.

► **Página 253**

- e) **R. M.** De los cuatro resultados posibles, sólo uno tiene doble águila, por lo tanto, la probabilidad de que ambos obtengan águila es $\frac{1}{4}$.
2. a) **R. M.** Águila-Sol (AS) y Sol-Águila (SA).
- b) **R. M.** Águila-Águila (AA) y Sol-Sol (SS).
- c) **R. M.** Paula gana con 2 resultados de un total de 4. La probabilidad es $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.
- d) **R. M.** Son 2 de 4 resultados. La probabilidad es de $\frac{1}{2}$.
- e) **R. M.** Sí es justo. Ambos tienen $\frac{1}{2}$ de probabilidad de ganar.
3. a) **R. L.**
- b) Hay 8 resultados posibles: AAA, AAS, ASA, ASS, SAA, SAS, SSA, SSS.
- c) **R. M.** A Paula le convienen 6 resultados: AAS, ASA, ASS, SAA, SAS, SSA. La probabilidad de que gane Paula es $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.
- d) **R. M.** Alonso gana con AAA y SSS. La probabilidad es de $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.
- e) **R. M.** Este juego no es justo. Paula tiene mayor probabilidad de ganar.
- f) **R. L.** Se busca que los alumnos dividan todos los resultados en dos grupos con los mismos elementos.
- g) **R. L.** Los alumnos deben darse cuenta de que no hay ningún juego con 3 monedas que sea justo para los tres jugadores. Si hubiera un juego justo, cada uno tendría $\frac{1}{3}$ de probabilidad de ganar; esto es, una tercera parte de los 8 posibles resultados debería favorecer a cada uno. Sin embargo, 8 no es divisible entre 3, por lo tanto, no hay manera de repartir justamente los 8 resultados posibles entre los 3 jugadores.

► **Página 254**

4. a)

Tabla 3.23. Avance de juego con dos dados		
Suma de los dados	Persona que avanza	Casos en que sale
2 o 12	Paula	2 de 36
3 o 11	Alonso	4 de 36
4 o 10	Jimena	6 de 36
5 o 9	Eduardo	8 de 36
6 u 8	Gabriel	10 de 36
7	Vuelven a tirar	6 de 36

- b) R. L.
- c) R. L. Los alumnos deben observar que no todos tienen las mismas probabilidades de ganar.
- d) R. L.
- e) R. L.
- f) R. L.
- g) R. L. La idea es que los alumnos se den cuenta de que pueden observar de manera gráfica los resultados obtenidos e identificar cuál fue el evento con mayor probabilidad frecuencial.
- h) R. L. Los alumnos deben concluir que la probabilidad teórica no depende del conteo de los eventos sino de las veces que puede presentarse el resultado que se busca.

► **Página 255**

5.

Tabla 3.25. Probabilidades teóricas de eventos			
Evento	Casos favorables	Casos totales	Probabilidad teórica
Obtener 5 en un dado de 6 caras	1	6	$\frac{1}{6}$
Escoger a un compañero del salón que traiga zapatos blancos	R. L.	R. L.	R. L.
Elegir un as de una baraja	R. L.	R. L.	R. L.
Que la última cifra del número de alumnos de la escuela sea mayor que 7	R. L.	R. L.	R. L.
Sacar el 13 en una urna con bolas numeradas del 1 al 20	1	10	$\frac{1}{20}$
Elegir a un compañero cuyo apellido empiece con F	R. L.	R. L.	R. L.

a) R. L.

Cierre ►

1. R. L.

- 2. a) La probabilidad de que salga la bola roja es $\frac{1}{3}$.
- b) La probabilidad de que la bola elegida sea roja es $\frac{1}{3}$.
- c) En la urna habría 11 bolas en total, de las cuales 3 serían rojas. La probabilidad de tomar una de éstas es $\frac{3}{11}$.

L2 Probabilidad teórica y frecuencial

► **Página 256**

Inicio ►

- 1. a) R. M. De acuerdo con los lanzamientos, la probabilidad frecuencial de que se obtenga el número 1 es de $\frac{11}{50}$, el 2 es de $\frac{7}{50}$, el 3 es de $\frac{9}{50}$, el 4 es de $\frac{9}{50}$, el 5 es de $\frac{8}{50} = \frac{4}{25}$ y el 6 es de $\frac{6}{50} = \frac{3}{25}$.
- b) R. L. Como son 6 caras, cada número tiene probabilidad $\frac{1}{6}$.

- c) **R. M.** La probabilidad frecuencial se utiliza en el inciso a y la probabilidad teórica en el b.
 d) **R. L.** Se requiere la frecuencia de cada evento y el total de eventos.
 e) **R. L.**
 2. **R. L.**

Desarrollo

Probabilidad teórica y frecuencial

1. a) Verde, pues el número de bolas de ese color es mayor.
 b) **R. M.** Verde. Urna a: $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, urna b: $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, urna c: $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. Blanco. Urna a: $\frac{0}{9} = 0$, urna b: $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, urna c: $\frac{1}{9}$. Rojo. Urna a: $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, urna b: $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, urna c: $\frac{2}{9}$.

► **Página 257**

- c) **R. M.** En las urnas a y c se tiene mayor probabilidad de obtener una bola verde.
 d) **R. M.** Quedan 5 verdes, una blanca y 2 rojas. La probabilidad de que salga una bola verde es de $\frac{5}{8}$, una blanca es de $\frac{1}{8}$ y una roja es de $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.
 e) **R. L.** Los alumnos verificarán que la probabilidad sin reemplazo disminuye en un elemento las siguientes probabilidades.
 f) **R. L.**
 g) Probabilidad teórica.
 2. a) **R. L.**
 b) **R. M.** En esta urna todos los colores tienen la misma probabilidad.
 c) **R. L.**
 d) **R. M.** De las tres urnas, en la primera y la segunda se puede extraer con mayor probabilidad una bola roja.
 e) **R. L.** En la probabilidad sin reemplazo llega un momento en el que se acaban las bolas.
 f) Probabilidad teórica.

► **Página 258**

3. **R. L.**
 a) **R. L.**
 b) **R. L.**
 c) **R. M.** Conforme más experimentos se realicen, la probabilidad frecuencial se acerca más a la probabilidad teórica.
 d) **R. L.** La probabilidad frecuencial tiende a ser más cercana a la probabilidad teórica.
 e) **R. L.**

Problemas de probabilidades frecuencial y teórica

4. a) **R. L.** La tabla se llena de acuerdo con el número de repeticiones del experimento.
 b) • **R. L.**
 • **R. L.**
 • **R. L.**

► **Página 259**

- c) **R. L.**
 d) **R. L.**
 e) **R. L.**
 5. a) • Si se considera al 0 como múltiplo de 3, la probabilidad es de $\frac{34}{100} = \frac{17}{50}$.
 • Si se considera al 0 como par, la probabilidad es de $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$.

- Todos son menores que 100, la probabilidad es de $\frac{100}{100} = 1$.
- La probabilidad de la propiedad mencionada es de $\frac{19}{100}$.
- La probabilidad es de $\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$.

b) R. L.

Cierre

1. R. L.

2. a) R. M. Si hay uno verde, uno blanco y uno rojo, la probabilidad es de $\frac{3}{16}$.
- b) R. M. La probabilidad del segundo color es de $\frac{2}{15}$ y la del tercero de $\frac{1}{14}$.
- c) R. M. En cada caso la probabilidad es igual a la del inciso a, $\frac{3}{16}$.

Piensa y sé crítico

En esta actividad los alumnos deberán deducir qué eventos tienen probabilidad 0 y cuáles 1. Recuerde que los eventos que tienen probabilidad 0 (o nulos) son imposibles. Por ejemplo, obtener 7 al lanzar un dado de 6 caras o sacar una bola verde de una urna con bolas rojas. Los eventos que tienen probabilidad 1 (o totales) engloban todas las posibilidades. Por ejemplo, sacar un número menor que 7 al lanzar un dado con 6 caras, elegir una bola negra de una urna que sólo tiene bolas negras, entre otros.

► Página 260 y 261

Analiza y resuelve

- R. M. La población puede reflexionar, con base en datos estadísticos, acerca de la gravedad de contraer ciertas enfermedades.
- R. M. La representación gráfica permite un análisis visual de los datos, lo cual ayuda a obtener las conclusiones con más rapidez. Solicite a sus alumnos que elijan una de las situaciones expuestas para elaborar una gráfica circular. Pregunte: *¿qué datos hacen falta para hacer un histograma o polígonos de frecuencias de casos de enfermedad en un periodo de varios años?*
Sugiera que exploren las referencias mostradas en la infografía e investiguen más acerca de estudios estadísticos para prevenir enfermedades en la población.

U3

Lo que aprendí

1. Explica con tus palabras los siguientes conceptos o procedimientos. Compara tus anotaciones con las de tus compañeros y, junto con tu profesor, verifiquen que sean correctas.

Concepto	Mi explicación	Ejemplo
Representación algebraica de la regla general de una sucesión	Es una fórmula que tiene como variable al lugar que ocupa el elemento en la sucesión.	$8-3n$, el lugar esta dado por n . El elemento que ocupa el lugar 14 en la sucesión es $8-3(14) = 8-42 = -34$
Equivalencia de expresiones de primer grado en sucesiones	Los elementos de una sucesión se pueden obtener mediante una expresión algebraica, para la cual existen múltiples expresiones algebraicas equivalentes.	R. L.
Equivalencia de expresiones algebraicas usando perímetros y áreas	La expresión algebraica que permite calcular el área o volumen de una figura geométrica tiene múltiples expresiones equivalentes.	R. L.
Volumen de prismas rectos	El volumen de un prisma recto se calcula multiplicando el área de la base (que suele ser un polígono regular) por la altura del prisma.	R. L.
Volumen de cilindros rectos	Como en el caso de los prismas rectos, su volumen se obtiene multiplicando el área de la base (que es un círculo) por la altura del cilindro.	R. L.
Desarrollo plano de prismas rectos y cilindros	El desarrollo plano de un prisma recto (o cilindro) es una figura plana, formada por rectángulos y un par de polígonos regulares (o un par de círculos).	R. L.
Probabilidad teórica	Se calcula dividiendo el número de resultados favorables entre el número de resultados posibles.	R. L.
Relación entre la probabilidad frecuencial y la probabilidad teórica	En un experimento aleatorio, la probabilidad frecuencial se aproxima al valor de la probabilidad teórica cuando el experimento es repetido un número muy grande de veces.	R. L.

2. Escriban una expresión algebraica que exprese la regla general con la que se pueden obtener los términos de la siguiente sucesión, 14, 8, 2, -4, -10, ... Usen la letra n para representar el lugar de cada término. $20 - 6n$

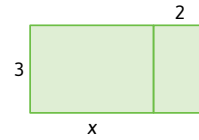
3. Indica si son equivalentes o no las siguientes expresiones y explica la razón.

a) $3n + 1$ y $3(n + 1)$ R. M. No son equivalentes.

b) $0.5n - 0.25$ y $\frac{1}{2}(n - \frac{1}{2})$ R. M. Son equivalentes.

© Todos los derechos reservados, Ediciones Castillo, S.A. de C.V.

4. Con base en la figura siguiente, responde lo que se te pide.



a) Indica una equivalencia de dos expresiones algebraicas que describan su perímetro. Puede haber más de una respuesta. $2x + 10$ es equivalente a $2(x + 5)$, y con ambas expresiones se puede calcular el perímetro del rectángulo.

b) Escribe dos expresiones algebraicas equivalentes correspondientes a su área. Puede haber más de una respuesta. $3(x + 2)$ es equivalente a $3x + 6$, y con ambas expresiones se puede calcular el área del rectángulo.

5. Calcula el volumen de un prisma recto de altura 5 u, que tiene como base un endecágono regular (11 lados) con apotema de 6.8 y lado 4. $V = A_{base}h = 1496 \text{ u}^3$

6. Una caja en forma de un prisma recto hexagonal tiene altura de 4 cm, mientras que la base mide 7 cm de lado.

a) ¿Cuántos rectángulos forman su desarrollo plano? 6 rectángulos

b) Calcula el área de cada rectángulo. $(7 \text{ cm})(4 \text{ cm}) = 28 \text{ cm}^2$

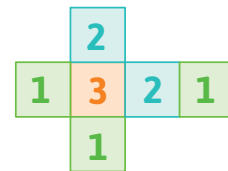
c) Anota el área lateral del prisma. $(11)(28 \text{ cm}^2) = 308 \text{ cm}^2$

7. Un recipiente cilíndrico mide 6 cm de diámetro y 18 cm de altura. Calcula su volumen. $\pi(3 \text{ cm})^2(18 \text{ cm}) = 508.94 \text{ cm}^3$

a) Traza un esquema del desarrollo plano del recipiente.

R.M.

8. Un dado para juego de mesa se arma como indica la figura. Después de varios lanzamientos, resultan los números: 1, 3, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 3, 2, 2, 1, 1, 2, 2.



a) ¿Cuál es la probabilidad frecuencial de que se obtenga el número 1 en el dado? $\frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4$

b) ¿Cuál es la probabilidad teórica de obtener un 3? $\frac{1}{5} = 0.167$

c) ¿De cuánto es la diferencia entre las probabilidades teórica y frecuencial para el número 2? $|\frac{1}{3} - \frac{2}{5}| = \frac{1}{15} = 0.0667$

9. Compara tus respuestas de toda la sección con las de tus compañeros. ¿Son correctas? ¿Tuvieron dificultades para responder o ejemplificar algún contenido? Compartan sus experiencias, argumenten sus respuestas y expliquen sus ejemplos. Repasen los contenidos que consideren necesario. R. L.

Convivo

► Página 264

2. a) R. L.
3. b) R. L.

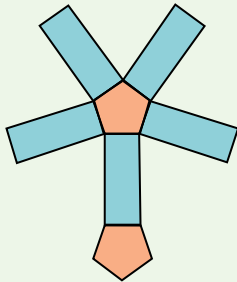
Evaluación

► Página 265

1.
 - c) $-12 + (n - 1)$
2.
 - b) $-1 - 5(n - 1)$
3.
 - b) $5(al)$
4.
 - b) $3(3x + 6) - (x + 4)$
5.
 - b) $4x - 20$
6.
 - a) $157\,000 \text{ cm}^3$

► Página 266

7.
 - b) $117\,750 \text{ cm}^3$
8.
 - c) $412\,125 \text{ cm}^3$
9.
 - b)



10.
 - d) $\frac{1}{12}$

Matemáticas prácticas

► Página 267

1. En este paso los alumnos diseñarán las tablas que se utilizarán más adelante. Utilicen como guía la imagen en miniatura que se muestra.
2. Se empieza el llenado de las celdas.
3. En la instrucción de copiar la celda, se debe copiar la fórmula y ajustar a las nuevas celdas. En algunos casos resulta conveniente, en lugar de copiar, seleccionar la celda con la fórmula original y arrastrar, desde la esquina inferior derecha de la celda, tantas celdas como se quiera abarcar; en este caso, 1000.

4. En este paso se utiliza la función CONTAR para contar casos favorables. Después, se utiliza la definición de probabilidad frecuencial.
5. Se procede a calcular la probabilidad teórica de los eventos. Ajusten, como les resulte más cómodo, el tamaño de las celdas y la tipografía.
6. **R. M.** Al lanzar el dado, sólo puede salir una vez cualquiera de los 6 números, por eso el número de eventos favorables a cada número es 1. El dado tiene 6 caras y en cada cara un número, al lanzarlo puede caer en cualquiera de las caras y saldrá 1 o 2 o 3 o 4 o 5 o 6; por eso el número total de eventos es 6, uno por número (uno por cada cara del dado).
7. Pregunte a sus alumnos si la probabilidad frecuencial se aproxima al valor teórico. Discutan las siguientes cuestiones: ¿Qué ocurre si se toman más o menos eventos en el experimento y cómo afectaría esto la diferencia entre la probabilidad frecuencial y la teórica?



www.edicionescastillo.com
Lada sin costo: 800 536 1777

